

## 2. 津波の河川遡上氾濫流の移動床高解像モデル開発（担当：渡部靖憲）

従来津波の遡上計算において、相対的に粗い地形グリッドに対するサブグリッド情報(グリッド内部の構造物や植生、堤防の貯留越流モデル等)に対して間接的なモデル化が行われてきた。即ち、グリッド内部の構造物や植生等を等価粗度<sup>1)</sup>として、また堤防等制御施設は局所的な貯留越流モデル等がサブグリッド局所モデルとして粗視的流況の再現計算に導入されてきた。一方、近年利用されている Laser Profiler (LP) 高解像地形データでは、相対的に大きな構造物、施設は解像され、それらによる形状抵抗や堤防形状が陽的に計算に反映可能なため、この適用を前提に最適な計算法を検討すべきある。また従来の遡上計算は、水深が小さくなる遡上先端部の計算を避けその背後までの水位勾配から長波方程式を解くものであり<sup>2)</sup>、陽的に遡上先端の水域境界の力学が反映されないだけでなく、解像された施設等の浸水位置周辺の計算が回避されるため、高解像地形データの有利性を最大限に利用できない。

本研究は、動的適合解像度計算を支援する Adaptive Mesh Refinement(AMR)環境下で semi-Lagrangian 計算法である CIP 法<sup>3)</sup>をベースとした、遡上先端を検出し先端部の物理量を陽的に計算に反映させる新たな計算アプローチを提案し、高解像 LP データ並びに局所浸食堆積効果を計算に反映させるためのフレームワークを構築しようとするものである。提案計算モデルは、2011年東北津波を対象に北上川流域の浸水過程に適用され、その特徴を議論すると共に、モデル及び解像度依存性を明らかにする。

### (1) 支配方程式

津波の伝播は次の長波方程式と連続式に支配される。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -g \nabla \eta + \nu_h \nabla^2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\tau}_b / h \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}(h + \eta)) = 0 \quad (2)$$

ここで、流速 $\mathbf{u}'$ を使って、平均流速 $\mathbf{u} = \frac{1}{h+\eta} \int_{-h}^{\eta} \mathbf{u}' dz$  と定義される。 $\eta$ は水位変動、 $h$ は水深、 $\nu_h$ は水平運動量拡散係数、 $\boldsymbol{\tau}_b$ は底面摩擦である。全ての変数は重力加速度と代表水深で無次元化されている。多段階分離解法により、式(1)、(2)の移流項、圧力項、粘性項をそれぞれ分離すると、次のような離散式が得られる。

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^n - \Delta t g \nabla \eta^n \quad (3)$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* + \Delta \nu_h \nabla^2 \mathbf{u}^* + \boldsymbol{\tau}_b / h \quad (4)$$

$$\frac{D \mathbf{u}^{n+1}}{Dt} = 0 \quad (5)$$

$$\eta^{n+1} = \eta^n - \Delta t \nabla \cdot (\mathbf{u}^* h) \quad (6)$$

$$\frac{D \eta^{n+1}}{Dt} = 0 \quad (7)$$

式(3)と(6)に対しては予測子修正子法、式(5)と(7)の移流計算については CIP 法を適用した<sup>1)</sup>。AMRにおいて、この計算は細分化される計算ブロック内を等間隔で分割するグリッド上で行われる。なお、本計算では、1ブロックあたり  $10 \times 10 = 100$  個の計算グリッドを配置し計算を行った。

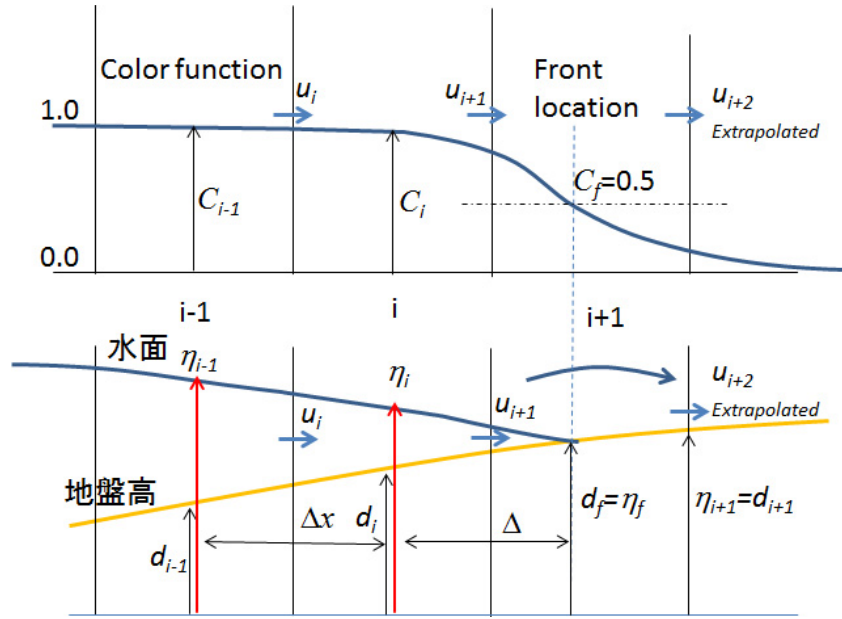


図1 計算グリッド上のカラーファンクション（上），遡上先端の水位と地盤高の関係（下）。

## (2) 遡上フロント計算法

遡上・氾濫計算では，浸水域の進行を決定する水際部の解像度並びに計算精度が重要となる．後に説明する AMR 環境によってこの領域を最高解像度で計算するため，流体域を示すカラーファンクション  $C$  の移流計算を導入し，水際部で最大値を示すカラーファンクションの勾配を閾値とする新たな分割レベル決定法を提案する．即ち， $C$  に対する移流方程式は，

$$\frac{DC}{Dt} = 0 \quad (8)$$

ここで，カラーファンクション  $C$  ( $0 \leq C \leq 1$ ) は，浸水域内(流体内)では  $C=1.0$ ，浸水域外では  $C=0$  を示し，遡上波の先端位置(浸水域内外の境界)は  $C=0.5$  で定義される(図1)．これは，自由水面流れの計算において水面検出のためにしばしば導入される密度関数法と同等な性質をもつものであり<sup>4)</sup>，式(8)もまた CIP 法で更新される．CIP 法は，移流方程式について特性曲線に沿った解を 3 次多項近似の下で Euler 的に取得する semi-Lagrangian 法の一つであり，式(8)の直接計算は，古くから特性曲線法による遡上波先端あるいは海岸の汀線位置の解析(Shen and Meyer<sup>5)</sup> や岩崎・富樫<sup>6)</sup> など)と同等の数値解を与え， $C=0.5$  で定義される遡上波の先端位置を特性曲線に沿った陽的な追跡を行うことができる(図1上参照)．なお，式(8)の直接計算に必要となる浸水域外流速は，フロント最近傍の浸水域内計算点から，2 次オーダー Taylor 近似によって外挿される．

検出された先端位置とその背後の計算格子までの距離  $\Delta$ ，先端位置における水位の境界条件  $\eta_f = d_f$

( $d_f$ :先端位置における標高)をもって運動方程式(4.3)を解くことができる(図1下参照)．即ち，水深がゼロに近付き計算の発散を回避するための従来の dry/wet 判定なしに，陽的に先端の力学を境界条件として与え，解像された施設及び陸域地形上を一貫した方法で計算することが可能となる．

### (3) Adaptive Mesh Refinement

AMR は、マルチスケールの流れに関する諸物理量を時間変化や空間変化に応じて計算ブロック及びグリッドの細分化を行う手法である。計算物理量の変化に応じて動的に分割と結合を繰り返すグリッド系を形成できるため、高速高解像度計算を実現可能とするものであり、海域の津波計算への応用も既に行われている<sup>3),7),8)</sup>。AMR では、実際に差分計算を行う多数のグリッドから構成される計算ブロックによって計算領域がカバーされる。最も大きいブロックは計算領域全体であり(ブロック分割レベル1)、レベルの増加に対してブロックが4分割されるクアドツリー構造をもつ。本計算では、水位勾配及びカラーファンクションの勾配の両者に分割結合閾値を設け、急峻な非線形波面の高解像捕獲と、遡上先端位置近傍における最高解像度(約 1.2m)での計算を実現し、局所地形変動に応じた先端位置を追跡する(図 2 参照)。

AMR では、同一解像度の計算ブロック間では境界値が隣接ブロックから渡される一方、分割レベルの異なる計算ブロックが隣接する場合、下位レベルへの物理量の粗視化(restriction 過程)と上位分割レベルへの内挿補間(prolongation 過程)によってブロック毎の境界値が与えられる。従来の津波計算で使われてきた wet/dry 判定により定義された水深等、急変する物理量がある場合、代数補間過程において有意なエラーの原因となる。本研究で提案する計算法では、水深、カラーファンクションを初め全ての計算物理量を連続関数として扱えるため、AMR 環境に有利に適合し、精度並びに効率を確保可能なモデルを構成する。

### (4) 移動床モデル

浮遊砂、掃流砂が混在する複雑な土砂輸送過程を記述するために多様な移動床モデルが提案されている一方、本研究では AMR 環境下における遡上流れと移動床計算との基本的連成法の提案と氾濫に伴う基本的な地形変化の特徴を議論するために、これまで広く用いられてきた Meyer-Peter-Muller タイプの掃流砂量モデルを採用した。

$$q_{b0} = 8 \sqrt{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right)} g d^3 (|\theta| - \theta_c)^{3/2} \frac{\theta}{|\theta|} \quad (9)$$

ここで、 $\rho$ ,  $\rho_s$ ,  $d$ ,  $\theta$  と  $\theta_c$  はそれぞれ、流体の密度(kg/m<sup>3</sup>)、砂粒子密度(kg/m<sup>3</sup>)、粒径(m)、シールズ数、限界シールズ数である。式(9)に対して底面勾配の効果を導入した修正モデルは<sup>9),10)</sup>,

$$q_b = q_{b0} - \alpha |q_{b0}| \nabla z \quad (10)$$

ここで、定数 $\alpha=2.0$ 。式(10)の発散を取り、次式により地盤高の変化を求める。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \nabla \cdot q_b = 0 \quad (11)$$

ここで、 $\lambda$ は砂層の空隙率である。

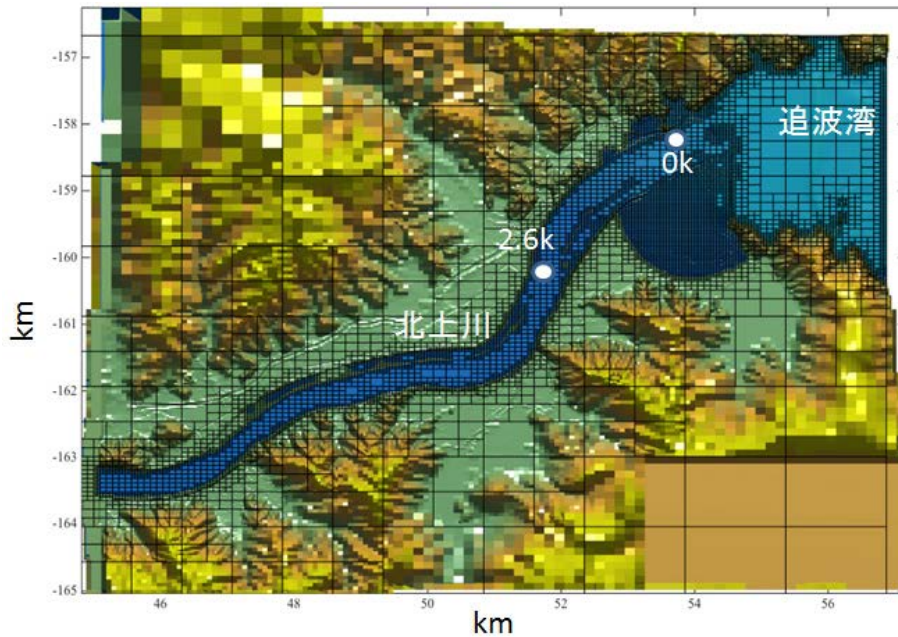


図 2 北上川への津波の遡上を対象に，AMR 環境においてクアドツリー型計算ブロックが遡上波先端近傍で分割されている様子(描画されているブロック内の 100 個の計算グリッド上で計算される)。

#### (5) 計算条件と手順

北上川中下流域の 2m 間隔 LP 地形グリッドデータに対して最高解像度 1.2m の最大分割レベル 9 の AMR 環境で計算を行った(図 2 参照)。初期条件として，北上川及び追波湾の水域に  $C=1.0$ ，それ以外では  $C=0$  を与え，水域内では一定の初期水位を与える。伝播する津波及び浸水に応じて解像度の異なるブロックへと分割，結合する際，各計算グリッドの位置における標高をオリジナルの LP データからバイリニア補完し，解像度に応じた局所地形に対して計算を行うことができる。移動床計算において求めた各グリッド上の地盤高変化量の内挿により，オリジナル LP データの 2m グリッド上の標高を各タイムステップ毎に修正することで，AMR 環境下において津波浸水計算と相互に連成し，浸食，堆積を経た氾濫流の計算を実現する。

東北大学断層モデル ver1.2 によって発生させた海域の津波伝播計算を 4 段階ネスティング(1350m～50m)の下で行い，追波湾湾口部における入射津波を入力値として本モデルによる高解像遡上計算を行い，浸水過程及び流域の浸食，堆積の特徴を議論すると共に，別途行った 10m 間隔 LP 地形データ上の最高 2.4m 解像度での本計算モデルによる結果との比較により，計算結果の解像度依存性を検証する。



## (6) 結果

東北大学断層モデルによって発生させた海域の津波伝播計算における追波湾湾口部における津波の来襲を入力値として、本モデルによる高解像度上計算を行った(図3参照)。追波湾の湾内セイシュに伴って変動する津波水位に応答し、引き波が誘発する冲向き流れの中、押し波が伝播する段波状波面を最高解像度でシャープに捕捉し追跡されているのがわかる(図3上)。津波段波は、河口防潮堤、河川堤防からの越流を伴いながら、堤内外全体の広域に渡る遡上、氾濫浸水が進行する(図3中、下)。

シャープな波面をもつ遡上波下では急峻な底面せん断力勾配が生じ、結果として生じる掃流砂フラックスの差異から堤防、砂州を含む局所地形の有意な浸食堆積が遡上波の伝播通して確認された(図4上)。浸食堆積を経由した水深分布(図4下)から河道の蛇行部から氾濫し堤内地を遡上する流れの滞筋に対応する浸食地形が形成されている様子がわかる。震災後、北上川の砂州の消失、護岸破損、部分的な破堤や堤内地の浸食堆積が観測されている。見積もられた河口堤防の破堤と背後堤内地の浸食、河口砂州の消失等河口付近の大規模な浸食は、震災後の観測記録と大きく矛盾しないことを確認している。

図5は、遡上過程(地震発生後2976s)における本計算モデルによる計算浸水域分布を地形、計算解像度の異なるケース(2mLPデータに対して1.2m計算解像度、10mLPデータに対して2.4m計算解像度)に対して比較したものである。高解像度計算は若干堤内地における浸水速度が速くなる特徴があり、これは前述した局所浸食過程の差異が原因と考える。即ち、計算解像度の違いはシャープな津波段波下の急峻なせん断力勾配の数値的アウトプットを大きく変えるため、掃流砂フラックスの発散を通して地盤高変動に大きな影響を与える(式(4.11)参照)。さらに初期地形解像度に依存した局所流れに対するせん断力勾配の差異も含めて、高解像度計算において堤防等の浸食速度は相対的に速く、越流を通じた浸水速度もまた速くなる特徴をもつ。

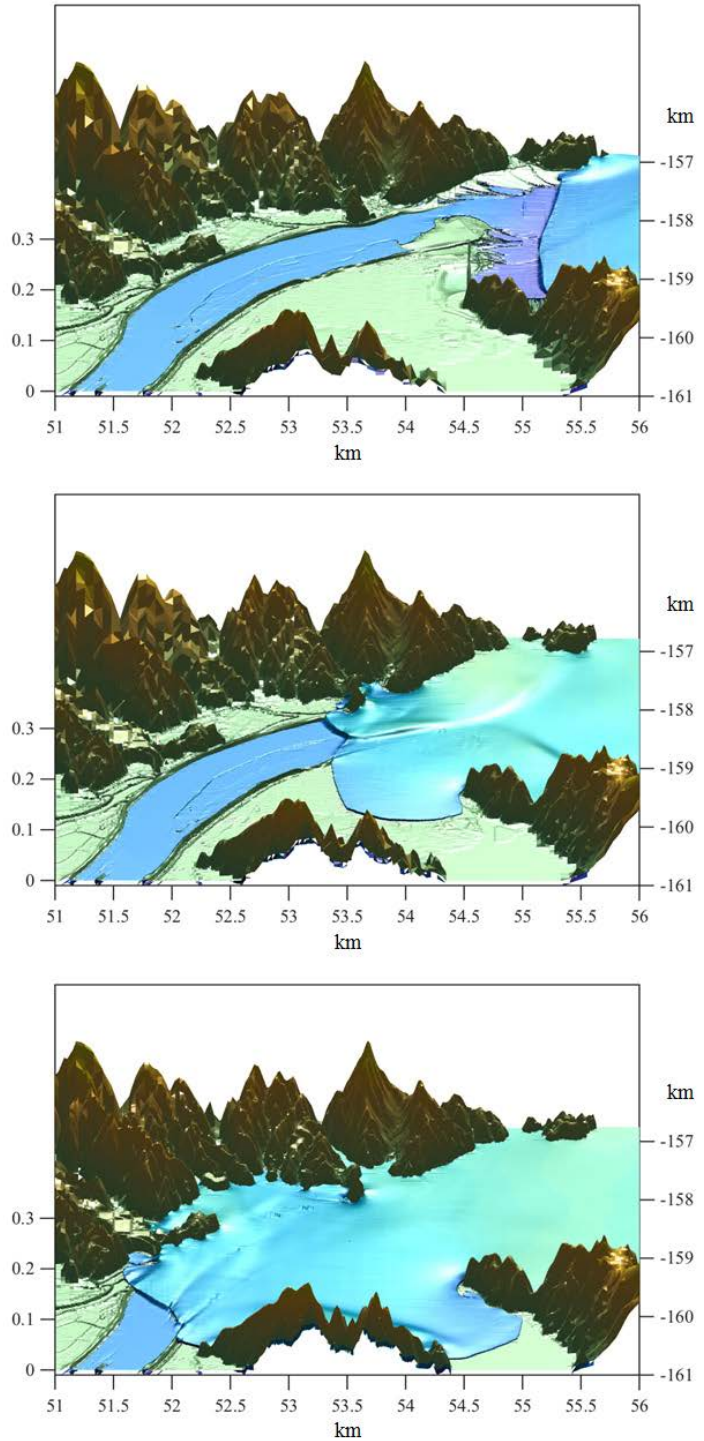


図3 2011年東北地震津波に対する計算結果を入力値とした2mLP地形データ上AMR-CIP系モデルによる浸水計算結果(上:地震発生後2016s,中:2500s,下:)

一方、最終的な浸水域の計算結果は、地形解像度、計算解像度に依存せずに両ケース共に妥当なアウトプットを与える。図 6 は 10m 間隔 LP 地形データ上の 2.4m 計算解像度計算による浸水分布と Google Earth で提供される 2011 年 3 月 14 日付け航空写真を比較したものである。両者の堤内地に広がる浸水域は視覚的に同等であり、また日本地理学会が提供する津波被災マップ<sup>11)</sup>とも矛盾しない。さらに、10m 間隔 LP データを使用した標準浅水流モデルにおいても、最終的な浸水域は同等な結果を得た。

### (7) 結論

高解像地形データ上で一連の津波の遡上過程を一貫して解く AMR-CIP 系遡上計算法を提案、解説すると共に、その優位性並びに計算結果の解像度依存性を今次津波の再現計算を通して検証した。

北上川流域を対象とした模型実験に対する本計算モデルによる再現計算を行い、追波湾から伝達する津波の河口堤防からの越流、河口砂州上の局所水位変動、河川堤防からの越流、そして用水路や道路など局所地形を遡上する津波を最高解像度で追跡し、その浸水過程を計算した。河道内における水位変動の実験結果、標準的非線形長波方程式モデルによる数値結果と本モデルの結果を比較し、提案するモデルは、両者の結果と矛盾なく津波の伝播を再現することを確認した。河川堤防の解像度に応じて越流氾濫のタイミング及び規模に差異が生じ、また起伏の大きい堤内地への浸水過程において地形の形状抵抗を反映する度合いが地形解像度に依存し、その浸水速度に影響を与える。

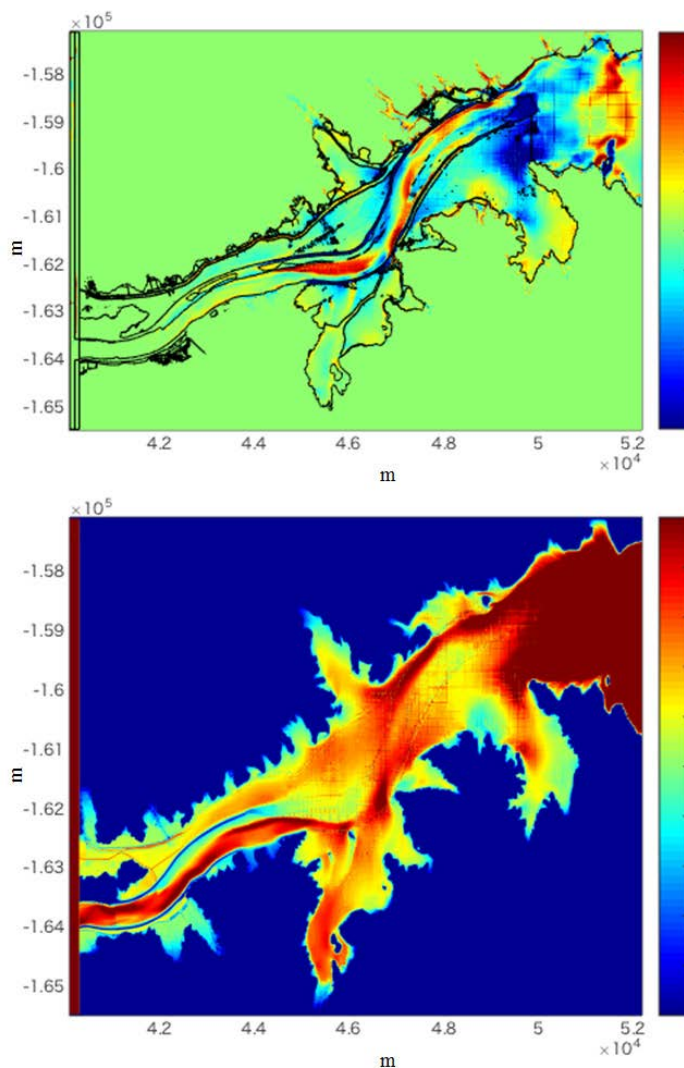


図 4 初期地形からの地盤高変位(上)と水深分布(下, 負の値は正の標高を表す) ; 地震発生後 1 時間後.



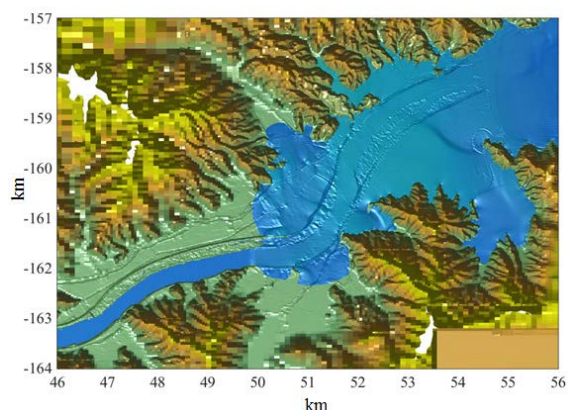
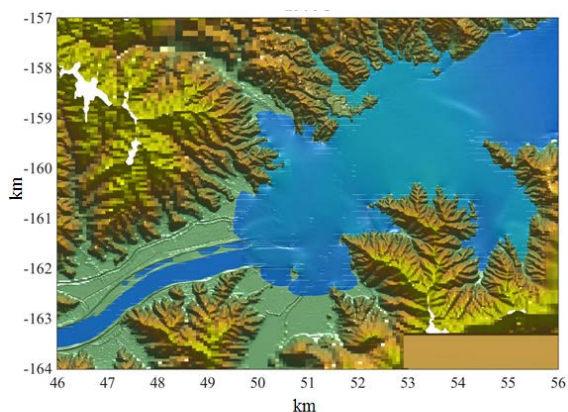


図5 2mLP地形データ上1.2m計算解像度(上)と10mLP地形データ上2.4m計算解像度(下)に対する本モデルによる浸水分布の比較；地震発生後2976s後。

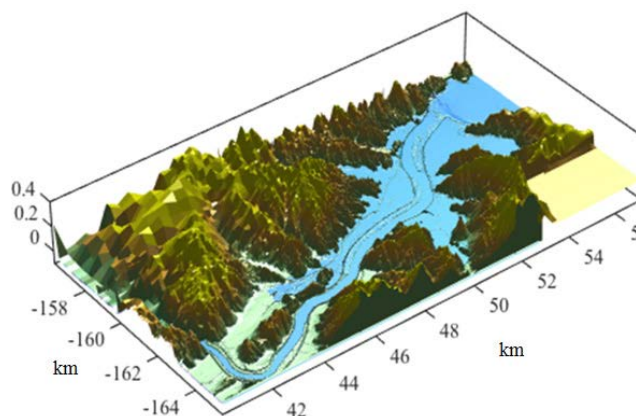


図6 浸水域の計算結果(10mLP地形データ上2.4m計算解像度)とGoogle Earthによって提供される2011年3月14日の北上川下流域の航空写真。

海域の津波伝播計算を4段階ネスティングの下で行い、追波湾湾口部における津波の来襲を入力値として、本モデルによる高解像度計算を行った。追波湾の湾内セイシュに伴って変動する津波水位に回答した越流と浸水過程を再現し、その最大浸水域は、Google Earthが提供する震災後の航空写真による推定及び日本地理学会によって提供される津波浸水観測結果と矛盾しない。地形並びに計算解像度は、遡上波下のせん断力勾配の見積りに強く影響を与えるため、津波伝播と連成する移動床計算における掃流砂フラックスの発散、即ち局所浸食堆積の見積りに顕著な差異を与える。

一連の結果により、本提案モデル及び従来のモデルの両者とも河道内水位並びに最終的な浸水域に対して良好な再現性を示し両者に顕著な差異はない一方、本モデルは、高解像度地形データ及び計算解像度に依存した局所的な越流のタイミング、規模、局所地形形状抵抗に応じた浸水速度、そして特にせん断力の局所変化率の評価レベルを高度に見積り破堤を含む浸水域の局所浸食堆積過程の評価に有利となることが明らかになった。

## 参考文献

- 1) 小谷美佐, 今村文彦, 首藤伸夫: GISを利用した津波遡上計算と被害推定法, 海岸工学論文集, 第45巻, 356-360, 1998.
- 2) 岩崎敏夫, 真野明: オイラー座標による二次元津波遡上の数値計算, 第26回海岸工学講演会論文集,

70-74, 1979.

- 3) Watanabe Y., Mitobe Y., Saruwatari A., Yamada T., Niida Y.: Evolution of the 2011 Tohoku earthquake tsunami on the Pacific Coast of Hokkaido, Coastal engineering Journal, 54(1), 1250002.1 - 1250002.17, 2012.
- 4) Gotoh H., Okayasu A., Watanabe Y.: Computational Wave Dynamics, World Scientific Publishing, 2013.
- 5) Shen, M.C., Meyer, R.E.: Climb of a bore on a beach. Part 3. Run-up, J. Fluid Mech., 16, 113 - 125, 1963.
- 6) 岩崎敏夫, 富樫宏由: 遡上津波先端の境界条件と計算法, 第 16 回海岸工学講演会論文集, 359-364, 1969.
- 7) 渡部靖憲, 小玉勉: Adaptive Mesh Refinement による高解像津波シミュレーション, 海洋開発論文集, 25, 849 - 854, 2009.
- 8) Watanabe Y., Mitobe Y., Niida Y., Yamada T., Application of adaptive mesh refinement to tsunami computation, Proc. Int. Offshore Polar Eng. Conf., CDROM, 2011.
- 9) 渡辺晃, 丸山康樹, 清水隆夫, 榊山勉: 構造物設置に伴う 3 次元海浜変形の数値予測モデル, 第 31 回海岸工学講演会論文集, 406-410, 1984.
- 10) 田中仁, 吉竹豊尚, 首藤伸夫: 波・流れ共存場における底質分級の数値計算, 海岸工学論文集, 36 巻, 264-268, 1989.
- 11) 日本地理学会津波被災マップ, <http://map311.ecom-plat.jp/map/map/?mid=40>