高解像度地理・降雨情報を反映させた 洪水氾濫シミュレーションモデルの構築

Flood inundation model for urban area with high-resolution geophysical and precipitation information

木村 一郎¹ Ichiro KIMURA

北海道大学大学院 工学研究院 准教授

要旨

LPデータやX-rainデータなどの高解像度地理情報,気象情報を直接反映させ, かつ実用的範囲で計算機負荷を抑えつつ洪水氾濫シミュレーションを行う際の 新たなアプローチについて検討を実施した.高解像度地理・降雨情報の精度の 劣化を招かずにシミュレーションを行う場合,既往のデカルト座標系,あるい は構造型一般曲線座標系によるモデリングでは計算機負荷が過大となり,計算 速度や必要メモリ等が莫大なものとなり現実的ではない.このため,地形,気 象情報に対して高精細格子を用い,運動方程式や連続式等の基礎方程式の離散 化には粗い格子を用いるダブルグリッドアプローチを導入した平面二次元シミ ュレーションモデルの構築を行った.また,本モデルを単純な地形に適用し, その妥当性を検証した.さらに,X-rainデータを直接読み込むサブルーチンの 追加を実施した.

《キーワード:洪水;氾濫;数値解析;平面二次元解析;ダブルグリッドアプロー チ;x-rain》 1. はじめに

(1)研究の背景

近年,地形情報におけるLPデータの活用がごく一般的に行われるようになり,堤防や市街地などの 複雑かつ高精細な地理情報が容易に得られるようになってきた.一方,降雨観測におけるXバンドレー ダMPデータについても,全国的に急速に整備が進み,その活用が一般化しつつある.これらの高解像 度地理,気象データはweb上に公開され,誰でも無料で活用できるため,その普及は急速なものとなっ ている.

このような高解像度データを洪水氾濫シミュレーションに用いる場合,既往の数値シミュレーション モデルでは計算負荷の関係で,地理・気象データに対して大幅に解像度を落とした計算格子のもとで数 値解析が実行されるのが通常である.すなわち,せっかくの高精細データの解像度を大幅に劣化させて 計算に用いているわけであり,最新の計測技術の恩恵を生かし切れていない.もちろん,スーパーコン ピュータや大規模並列計算機を用いる環境にあれば,これらの問題は解決されるが,そのような高度な 計算機環境が使える状況は極めて限定的である.

このような状況を鑑み、洪水氾濫シュミレーションモデルの高度化についての試みも進められつつあ る. 高精細地理情報の反映という点でみると, 家屋や橋脚などの構造物(樹木も含める)の取り扱いに ついては、構造物のスケールより小さい計算格子を用い、構造物の範囲の格子をマスキングして扱う方 法が最も利に適った手法といえる.しかしながら、計算格子サイズが構造物より1オーダー程度以上大 きいという現実を考慮して、従来は構造物や樹木などの影響を一律に粗度係数の増加として表し、計算 に反映する方法が取られてきた.また,構造物を抗力として評価する手法も試みられてきた.しかしな がら、これらの手法は、構造物と粗度の関係や、抗力係数の与え方が明確ではなく、計算条件ごとに試 行錯誤的なパラメータ同定は避けられない.これに対して、大村ら
いは計算格子の解像度を局所的かつ 動的に変化させることにより,構造物周辺の格子解像度を引き上げるKMR-Flood法を提案した.これは, 計算機負荷と精度の両立の上で極めて有効なアプローチであるが,計算モデルの作成は相当煩雑となる. 一方、構造物の影響を計算セル中の流体阻害率で表し、連続式や運動方程式中にこの影響を取り込む方 法も行われている. たとえば, 三浦ら³は, このような手法により, 札幌密集市街地の氾濫水の挙動を 適切に再現できることを示している.このように、構造物占有率を用いるモデルは、氾濫における構造 物の影響を効率的に扱うことのできる現実的な選択肢の一つであるといえる.最近,濱木ら³によって, このような構造物占有率モデルを考慮した氾濫モデルが河川解析共通プラットフォームiRIC上のソルバ ーに搭載され、誰にでも手軽にこの手法を利用できる環境が整いつつある.このようなモデルは構造物 周辺や都市域の氾濫については有効であるが、流れを完全に遮断する障害物に取り扱いが限定され、一 般の高解像度地理情報や気象情報を反映させるモデルとはなっていない.

(2)研究の目的

本研究の目的は、高解像度地理、気象情報データを直接反映させ、かつ合理的な計算機負荷で洪水氾 濫シミュレーションを実施することを目的として、ダブルグリッドアプローチによる平面二次元モデル を開発する.ダブルグリッドアプローチでは、デカルト型計算格子系を採用し、地理情報は高精細格子 に格納し、連続式、基礎方程式の解析はこれより1オーダー以上粗い計算格子で実行する.このため、 細かい計算格子の地理情報を、いかに精度を劣化させずに粗い格子に反映させるかが計算全体の精度を 決定するポイントとなる.また、運動量の保存性や、将来的な流砂モデルの導入についても視野に入 れると、移流項の保存性についても配慮することが望ましい.このような目的にかなうモデルとして、 Volpら⁴により提案されたダブルグリッドモデルをベースに、いくつかの改良を施したモデルを提案す る.本研究で開発したダブルグリッドモデルの性能を評価するため、単純な地形上でシミュレーション を実施し、解析解と比較するなどして妥当性を示す. さらにこれにX-rainデータを直接読み込むモジュ ールを追加することで、地理情報、降雨情報の高精細データをともに考慮できる平面二次元解析モデル のベースを構築する.

2. 洪水氾濫シミュレーションの基礎式

通常の洪水氾濫シミュレーションモデルの基礎式は、水深積分されたデカルト座標系の連続式、運動 方程式からなる.運動方程式の移流項には保存形を採用し、底面摩擦にはマニング式を採用するものと し、簡単のため、渦動粘性項は省略すると、具体的な基礎式の記述は次のようになる. 「連続式]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

[x方向の運動方程式]

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial u M}{\partial x} + \frac{\partial v M}{\partial y} = -gh\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho}$$
(2)

[y方向の運動方程式]

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial u N}{\partial x} + \frac{\partial v N}{\partial y} = -gh \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho}$$
(3)

ここに、t:時間,x,y:平面直角座標,M:x方向フラックス(=uh),N:y方向フラックス(=vh),u,v: x,y方向の流速成分,h:水深,ζ:水位(=z_b+h),g:重力加速度, τ_{bx} , τ_{by} :底面摩擦応力のxy方向成分, ρ :水の密度である.また,底面摩擦応力については、マニングの粗度係数を用いて次のように表す

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = \frac{gn^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} , \quad \frac{\tau_{by}}{\rho} = \frac{gn^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}}$$
(4)

ここに、nはマニングの粗度係数を表す.

3. ダブルグリッドアプローチ

(1) ダブルグリッドアプローチの計算格子と変数配置

ダブルグリッドアプローチでは、地形、気象などの高解像度データを細格子に格納し、基礎式の計算 は粗格子で行う.このようなモデルは過去にもいくつか提案されている.本研究ではこれらの中で、保 存性を考慮し、Volpら⁴のスタガード格子に基づく有限体積法モデルをベースに、いくつかの改良を加 えて用いることとする.図1に本研究のダブルグリッドアプローチにおける格子と変数配置を示す.破 線の格子のセル中心に地形データや気象データが配置され、連続式、運動方程式の計算は太実線上で行 われる.また、流速、流量はセルの縁で、水位くはセル中心に置かれる.連続式の計算には水位定義点 (m,n)を中心とするコントロール・ボリューム $\Omega_{m,n}$ で方程式を積分する.ここに、mおよびnは、粗格 子のx,y方向のセル中心番号を表すものとし、粗格子のセルの最大数をxおよびy方向でそれぞれMお よびNとする.一方、x方向の運動方程式の計算には、x方向の流速定義点(m,n+1/2)を中心とするコン トロール・ボリューム $\Omega_{m,n+1/2}$ でそれぞれ運動方程式を積分する.



図1 ダブルグリッドアプローチによる格子と変数配置

地形データは細格子のセル中心に格納される. 細格子の x, y 方向のセル番号をそれぞれ i, jとし, その最大値を I, Jとする. 水位は粗格子のセル中心で定義されが, 水深については, 細格子のセル中心で定義される.

以下, Volpらを参考に, 連続式と運動方程式の離散式の導出について述べていく.

(2) 連続式の離散化

連続式(1)を、粗格子セルと同形のコントロール・ボリュームΩm,nで積分すると、次式が得られる.

$$(V_{\Omega_{m,n}})_t = Q_{m-\frac{1}{2},n}^u - Q_{m+\frac{1}{2},n}^u + Q_{m,n-\frac{1}{2}}^v - Q_{m,n+\frac{1}{2}}^v$$
(5)

ここに、V_{Ωmn}はコントロール・ボリューム内の水の堆積であり、次のように表される.

$$V_{\Omega_{m,n}}(t) = \iint_{\Omega_{m,n}} H(x, y, t) d\Omega$$
(6)

ここに, H(x,y,t)は水深である. また, Qはコントロール・ボリューム界面の流量であり, 次式で表 される.

$$Q_{m+\frac{1}{2},n}^{u} = u_{m+\frac{1}{2},n} A_{S_{m,n}^{E}}$$
(7)

ここに、Asは界面の断面積、uは界面の代表流速である.界面の断面積Asについては、次式で算出される.

$$A_{S_{m,n}^{E}}(t) = \int_{S_{m,n}^{E}} H(x, y, t) dy$$

 $Q_{m,n+1/2}$ $Q_{m,n}$ $Q_{m-1/2,n}$ $Q_{m,n-1/2}$ $Q_{m,n-1/2}$

ここに、S^Eはコントロール・ボリュームの右縁を表す(図2参照).

図2 連続式におけるコントロール・ボリューム

(3) 運動方程式の離散化

a) 運動方程式の積分形

x方向の運動方程式(2)を、粗格子上の流量適宜点m+1/2,nを中心とするコントロール・ボリュームで積分すると、次式が得られる.

$$(uV_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}})_t + \overline{F}_{adv}^x + \overline{F}_{pres}^x + \overline{F}_{fric}^x = 0$$
(9)

左辺の第1項目の添え字tは,時間による微分を表す.また,左辺の第2,3,4項は,それぞれ,移流項, 圧力項,底面摩擦項を表す.

b) 底面摩擦項の離散化

底面摩擦項は、次のように、細格子上の流速のx方向成分 u_p および、流速の大きさ(ベクトルのノルム) U_p 、および摩擦損失係数 c_f を用いて、次のように表記される.

$$\overline{F}_{fric:\Omega_{m,n}^{NE}}^{x} = \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} c_{f} |U_{p}| u_{p} d\Omega$$
(10)

ここに,

$$U_{p} = \sqrt{u_{p}^{2} + v_{p}^{2}}$$
(11)

ここに、u_p, v_pは細格子上の流速ベクトルのx, y方向成分を表す.



図3 x方向運動方程式のコントロール・ボリューム

式(10),(11)では、細格子上の流速を用いて、粗格子上の底面摩擦を評価している.しかし、細格子上の流速u_p,v_pは、直接計算されないので、次のように、粗格子上の界面代表流速u,vと関連づけて与える.

$$u_p = \frac{u}{\alpha_p}, \quad v_p = \frac{v}{\alpha_p} \tag{12}$$

ここに、 α_p は、細格子流速と粗格子流速を関連づける流速補正係数である.一方、x方向運動方程式 のコントロール・ボリューム $\Omega_{m+1/2,n}$ を、図3に示すように、4つの領域、 $\Omega_{m,n}^{NE}$ 、 $\Omega_{m,n}^{SE}$ 、 $\Omega_{m+1,n}^{NW}$ 、 $\Omega_{m+1,n}^{SW}$ に分割する.ここで、上付きの添え字、N, S, E, Wは、それぞれNorth, South, East, Westを表している. この関係を用いると、例えば領域 $\Omega_{m,n}^{NE}$ については、式 (10) は次のように書き換えられる.

$$\overline{F}_{fric:\Omega_{m,n}^{NE}}^{x} = u_{m+\frac{1}{2},n} \left| U_{m,n}^{NE} \right| \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} \frac{c_{f}}{\alpha_{p}^{2}} d\Omega$$
(13)

この際,流速のノルムは,粗格子の流速値を用いて,次のように近似している.

$$|U_{m,n}^{NE}| = \sqrt{u_{m+\frac{1}{2},n}^{2} + v_{m,n+\frac{1}{2}}^{2}}$$
(14)

次に、流速補正係数 α_p について考える. 粗格子流速uは細格子流速upを各領域で平均化したものであると考えると、例えば領域 $\Omega_{m,n}^{NE}$ では次の関係が成り立つ.

$$u = \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} Hu_p d\Omega$$
(15)

一方,エネルギー勾配Sは各領域で次のように一定と考える.

$$-82 -$$

$$S = \frac{c_f u_p^2}{gH} = \text{uniform}$$
(16)

これらより、流速補正係数 apは、次のようなる.

$$\alpha_{p} = \frac{u}{u_{p}} = \frac{\frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \iint\limits_{\Omega_{m,n}^{NE}} Hu_{p} d\Omega}{u_{p}} = \frac{\iint\limits_{\Omega_{m,n}^{NE}} H\sqrt{\frac{SgH}{c_{f}}} d\Omega}{\sqrt{\frac{SgH}{c_{f}}} V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} = \sqrt{\frac{c_{f}}{H}} \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \iint\limits_{\Omega_{m,n}^{NE}} H\sqrt{\frac{H}{c_{f}}} d\Omega$$
(17)

ここに、cfは前述のように摩擦損失係数であり、この評価にはVolpらはシュジー式を用いて式(18)のように表しているが、本研究はManning式を用いて式(19)のように評価する.

$$c_{f} = \frac{g}{C^{2}} : \text{Chezy}$$

$$c_{f} = \frac{gn^{2}}{H^{1/3}} : \text{Manning}$$
(18)
(19)

これらの関係より、領域Ω_m,[™]における底面摩擦項は、次のように評価される.

$$\begin{split} \overline{F}_{fric:\Omega_{m,n}^{NE}}^{x} &= u_{m+\frac{1}{2},n} \left| U_{m,n}^{NE} \right| \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} \frac{c_{f}}{\alpha_{p}^{2}} d\Omega = u_{m+\frac{1}{2},n} \left| U_{m,n}^{NE} \right| \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} \frac{c_{f}}{\left\{ \sqrt{\frac{c_{f}}{H}} \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} H \sqrt{\frac{H}{c_{f}}} d\Omega \right\}^{2}} d\Omega \\ &= \frac{u_{m+\frac{1}{2},n} \left| U_{m,n}^{NE} \right|}{\left\{ \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} H \sqrt{\frac{L}{c_{f}}} d\Omega \right\}^{2} \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} \frac{c_{f}}{\left\{ \sqrt{\frac{c_{f}}{H}} \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \right\}^{2}} d\Omega = \frac{u_{m+\frac{1}{2},n} \left| U_{m,n}^{NE} \right|}{\left\{ \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} H \sqrt{\frac{L}{c_{f}}} d\Omega \right\}^{2} \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} \frac{c_{f}}{\left\{ \sqrt{\frac{c_{f}}{H}} \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \right\}^{2}} d\Omega \\ &= \frac{u_{m+\frac{1}{2},n} \left| U_{m,n}^{NE} \right|}{\left\{ \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} H \sqrt{\frac{L}{c_{f}}} d\Omega \right\}^{2} \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} H d\Omega \\ &= \frac{u_{m+\frac{1}{2},n} \left| U_{m,n}^{NE} \right|}{\left\{ \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} H \sqrt{\frac{L}{c_{f}}} d\Omega \right\}^{2}} \iint_{H_{f}\Omega_{m,n}^{NE}} H d\Omega \\ &= \frac{u_{m+\frac{1}{2},n} \left| U_{m,n}^{NE} \right|}{\left\{ \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \iint_{\Omega_{m,n}^{NE}} H \sqrt{\frac{L}{c_{f}}} d\Omega \right\}^{2}} = \frac{u_{m+\frac{1}{2},n} \left| U_{m,n}^{NE} \right| V_{\Omega_{m,n}^{NE}} H V_{\Omega_{m,n}$$

ここに、H_iはVolpらによって導入された摩擦水深であり、次のように表される.

$$H_{f:\Omega_{m,n}^{NE}} = \left\{ \frac{1}{V_{\Omega_{m,n}^{NE}}} \iint\limits_{\Omega_{m,n}^{NE}} H \sqrt{\frac{H}{c_f}} d\Omega \right\}^2$$
(21)

結局, um+1/2,nに対するコントロール・ボリューム $\Omega_{m+1/2,n}$ についての底面摩擦項は,4つの領域の和として,次のように与えられる.

$$\overline{F}_{fric\Omega_{m+\frac{1}{2},n}}^{x} = u_{m+\frac{1}{2},n} \left(\frac{|U_{m,n}^{NE}|V_{\Omega_{m,n}^{NE}}}{H_{f:\Omega_{m,n}^{NE}}} + \frac{|U_{m,n}^{SE}|V_{\Omega_{m,n}^{SE}}}{H_{f:\Omega_{m,n}^{SE}}} + \frac{|U_{m+1,n}^{SW}|V_{\Omega_{m+1,n}^{NW}}}{H_{f:\Omega_{m+1,n}^{NW}}} + \frac{|U_{m+1,n}^{SW}|V_{\Omega_{m+1,n}^{SW}}}{H_{f:\Omega_{m+1,n}^{SW}}} \right)$$

$$= u_{m+\frac{1}{2},n} \sum_{H=1}^{4} \frac{|U^{H}|V_{\Omega^{H}}}{H_{f:\Omega^{H}}} \qquad \text{within} \quad \Omega = \Omega_{m+\frac{1}{2},n}$$

$$(22)$$

c) 圧力項の離散化

水深積分モデルの場合,圧力項は水面勾配に起因するものであり,粗格子における水位を一定と仮定 することで,例えばu_{m+12}に関しては次のように導出される.

$$\overline{F}_{pres:\Omega_{m+\frac{1}{2},n}}^{x} = \iint_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}} H \frac{dP}{dx} d\Omega$$

$$= \iint_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}} gH \frac{\zeta_{m+1,n} - \zeta_{m,n}}{\Delta x} d\Omega$$

$$= g \frac{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}}}{\Delta x} (\zeta_{m+1,n} - \zeta_{m,n})$$
(23)

ここに、P: 圧力を水の密度で除したもの、ζ: 水位を表す.

d) 移流項の離散化

・連続式を考慮した式変形

まず, x方向の運動方程式を例に, 非定常項と移流項について, 若干の式変形を行う.

$$(uV)_{t} + \overline{F}_{adv}^{x} = u_{t}V + uV_{t} + \overline{u}_{S^{E}}Q_{S^{E}}^{u} - \overline{u}_{S^{W}}Q_{S^{W}}^{u} + \overline{u}_{S^{N}}Q_{S^{N}}^{v} - \overline{u}_{S^{S}}Q_{S^{S}}^{v}$$
(24)

ここに、Q^us[®]などは、コントロール・ボリューム界面を通過する流量フラックスであり、界面位置と 記号の関係は**図4**に示す通りである.



図4 x方向運動方程式移流項における界面流量フラックスの記号の説明

一方, 連続式からの関係式,

$$(V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}})_t = Q_{S^W}^u - Q_{S^E}^u + Q_{S^S}^v - Q_{S^N}^v$$
(25)

を用いると、式 (24) は次のように変形される.

$$(uV)_{t} + \overline{F}_{adv}^{x} = u_{t}V + u_{m+\frac{1}{2},n}(Q_{S^{W}}^{u} - Q_{S^{E}}^{u} + Q_{S^{S}}^{v} - Q_{S^{N}}^{v}) + \overline{u}_{S^{E}}Q_{S^{E}}^{u} - \overline{u}_{S^{W}}Q_{S^{W}}^{u} + \overline{u}_{S^{N}}Q_{S^{N}}^{v} - \overline{u}_{S^{S}}Q_{S^{S}}^{v}$$
(26)

・風上差分の導入

界面の流速の評価には、次のように一次風上差分を適用する.

$$(uV)_{t} + \overline{F}_{adv}^{x} = u_{t}V + u_{m+\frac{1}{2},n} (Q_{S^{W}}^{u} - Q_{S^{E}}^{u} + Q_{S^{S}}^{v} - Q_{S^{N}}^{v}) + u_{m+1+k_{e},n} Q_{S^{E}}^{u} - u_{m+k_{w},n} Q_{S^{W}}^{u} + u_{m+\frac{1}{2},n+1+k_{n}} Q_{S^{N}}^{v} - u_{m+\frac{1}{2},n+k_{s}} Q_{S^{S}}^{v} = u_{t}V + Q_{S^{E}}^{u} (u_{m+1+k_{e},n} - u_{m+\frac{1}{2},n}) + Q_{S^{W}}^{u} (u_{m+\frac{1}{2},n} - u_{m+k_{w},n}) + Q_{S^{N}}^{v} (u_{m+\frac{1}{2},n+1+k_{n}} - u_{m+\frac{1}{2},n}) + Q_{S^{S}}^{v} (u_{m+\frac{1}{2},n} - u_{m+\frac{1}{2},n+k_{s}})$$

$$(27)$$

ここに,

$$k_e = -\frac{1}{2}$$
 when $Q_{S^E}^u \ge 0$, $k_e = \frac{1}{2}$ when $Q_{S^E}^u < 0$ (28a)

$$k_{w} = -\frac{1}{2}$$
 when $Q_{S^{W}}^{u} \ge 0$, $k_{w} = \frac{1}{2}$ when $Q_{S^{W}}^{u} < 0$ (28b)

$$k_n = -1$$
 when $Q_{S^N}^{\nu} \ge 0$, $k_n = 0$ when $Q_{S^N}^{\nu} < 0$ (28c)

$$k_s = -1$$
 when $Q_{S^s}^v \ge 0$, $k_s = 0$ when $Q_{S^s}^v < 0$ (28d)

である.

一方,y方向の運動方程式については,図5のようなコントロール・ボリュームを考える.



図5 y方向運動方程式移流項における界面流量フラックスの記号の説明

風上差分法を用いてx方向の場合と同様な導出を行うと、具体的な離散形は次のようになる.

$$(vV)_{t} + \overline{F}_{adv}^{y} = v_{t}V + v_{m,n+\frac{1}{2}}(Q_{S^{W}}^{u} - Q_{S^{E}}^{u} + Q_{S^{S}}^{v} - Q_{S^{N}}^{v}) + v_{m+1+k_{e},n}Q_{S^{E}}^{u} - v_{m+k_{w},n}Q_{S^{W}}^{u} + v_{m+\frac{1}{2},n+1+k_{n}}Q_{S^{N}}^{v} - v_{m+\frac{1}{2},n+k_{s}}Q_{S^{S}}^{v} = v_{t}V + Q_{S^{E}}^{u}(v_{m+1+k_{e},n+\frac{1}{2}} - v_{m,n+\frac{1}{2}}) + Q_{S^{W}}^{u}(v_{m,n+\frac{1}{2}} - v_{m+k_{w},n+\frac{1}{2}}) + Q_{S^{N}}^{v}(v_{m,n+1+k_{n}} - v_{m,n}) + Q_{S^{S}}^{v}(v_{m,n} - v_{m,n+k_{s}})$$
(29)

ここに,

$$k_e = -1$$
 when $Q_{S^E}^u \ge 0$, $k_e = 0$ when $Q_{S^E}^u < 0$ (30a)

$$k_w = -1$$
 when $Q_{S^W}^u \ge 0$, $k_w = 0$ when $Q_{S^W}^u < 0$ (30b)

$$k_n = -\frac{1}{2}$$
 when $Q_{S^N}^{\nu} \ge 0$, $k_n = \frac{1}{2}$ when $Q_{S^N}^{\nu} < 0$ (30c)

$$k_{s} = -\frac{1}{2}$$
 when $Q_{S^{s}}^{\nu} \ge 0$, $k_{s} = \frac{1}{2}$ when $Q_{S^{s}}^{\nu} < 0$ (30d)

である.

・界面流量フラックスの評価

これらの移流項の離散化においては、Q^v_sなどのコントロール・ボリューム界面の流量フラックスを 用いる必要がある.連続式で用いられた図6の界面S_m_n^sの界面流量フラックスQ_s^vについては、単純に代 表流速vm,n-1/2と界面の断面積Asの積として、次のように表される.

$$Q_{S}^{v} = v_{m,n-\frac{1}{2}} \int_{S} H dx = v_{m,n-\frac{1}{2}} A_{S}$$
(31)

しかしながら、x方向運動方程式においては、スタガード格子の採用により、フラックスの定義位置 粗格子の辺と半セル分ずれる.このため、例えば図6のQm+1/2,nの位置のx方向流速に関する運動方程 式においては、セルm,nの下辺右側の値と、隣のセルm+1,nの下辺左側の値の和として、次のように与 えられる.

$$Q_{s_{m,n}^{S}}^{v} = Q_{s_{m,n}^{SW}}^{v} + Q_{s_{m,n}^{SE}}^{v}$$
(32)

この場合の右辺の各項の流量フラックスについては、代表流速の定義位置がずれるため、式(31)の ような単純な関係が成り立たない.したがって、代表流速との関係を別途導く必要がある.



図6 x方向運動方程式における界面のy方向流量フラックスの分割

界面Sm,nSにおける粗格子代表流速um,n-1/2と細格子流速vpの関係を次のようにおく.

$$v_{m,n-\frac{1}{2}} = \gamma_p v_p(x,y)$$
 with $(x,y) \in s = s_{m,n}^S$ (33)

ここに、 γ_p は底面摩擦項の離散化の際に導入した α_p と同種の流速補正係数であるが、底面摩擦項の場合は、応力の面的な分布を考慮したのに対し、移流項の場合は界面のみの値について考慮する点が異なる.この流速補正係数を用いると、(m,n)における粗格子の下辺の界面のフラックス $Q_{m,n}$ sは、次のように表される.

$$Q_{s_{m,n}^{S}}^{v} = Q_{s_{m,n}^{SW}}^{v} + Q_{s_{m,n}^{SE}}^{v} = \int_{s_{m,n}^{SW}} v_{p} H dx + \int_{s_{m,n}^{SE}} v_{p} H dx$$

$$= v_{m,n-\frac{1}{2}} \left(\int_{s_{m,n}^{SW}} \frac{H}{\gamma_{p}} dx + \int_{s_{m,n}^{SE}} \frac{H}{\gamma_{p}} dx \right)$$
(34)

次式のように、エネルギー勾配が積分区間で一定と考える.

$$S = \frac{c_f u_p^2}{gH} = \text{uniform}$$
(35)

$$c_f = \frac{gn^2}{H^{1/3}} \quad : \text{Manning} \tag{36}$$

$$\gamma_{p} = \frac{v_{m,n-\frac{1}{2}}}{v_{p}} = \frac{\frac{1}{A_{s_{m,n}^{SE,SW}}} \int_{s_{m,n}^{SE,SW}} v_{p} Hdx}{v_{p}} = \frac{\int_{s_{m,n}^{SE,SW}} H\sqrt{\frac{SgH}{c_{f}}} dx}{\sqrt{\frac{SgH}{c_{f}}} A_{s_{m,n}^{SE,SW}}} = \sqrt{\frac{C_{f}}{H}} \frac{1}{A_{s_{m,n}^{SE,SW}}} \int_{s_{m,n}^{SE,SW}} H\sqrt{\frac{H}{c_{f}}} dx$$
(37)

これにより、粗格子セル下辺右半分の流量フラックスについては、次のように評価される.

$$Q_{s_{m,n}}^{v} = \int_{s_{m,n}}^{SE} v_{p} H dx = v_{m,n-\frac{1}{2}} \int_{s_{m,n}}^{SE} \frac{H}{\gamma_{p}} dx = v_{m,n-\frac{1}{2}} \int_{s_{m,n}}^{SE} \frac{H}{\sqrt{\frac{C_{f}}{H}}} \frac{1}{A_{s_{m,n}}^{SE,SW}} \int_{s_{m,n}}^{SE,SW} \frac{H}{\sqrt{\frac{H}{c_{f}}}} dx = v_{m,n-\frac{1}{2}} \int_{s_{m,n}}^{SE,SW} \frac{1}{\sqrt{\frac{H}{c_{f}}}} dx = v_{m,n-\frac{1}{2}} \int_{s_{m,n}}^{SE,SW} \frac{H}{\sqrt{\frac{H}{c_{f}}}} dx = v_{m,n-\frac{1}{2}} \int_{s_{$$

ここに、H_fは再び摩擦水深であり、次のように求められる.

$$H_{f:S_{m,n}^{SE,SW}} = \left[\frac{1}{A_{S_{m,n}^{SE,SW}}} \int_{S_{m,n}^{SE,SW}} H_{\sqrt{c_f}} dx\right]^2$$
(39)

式(37)をさらに次のように新たな記号Ec,Saを導入して整理する.

$$Q_{s_{m,n}^{SE}}^{v} = v_{m,n-\frac{1}{2}} \frac{\int_{s_{m,n}^{SE}} H \sqrt{\frac{H}{c_{f}}} dx}{\sqrt{H_{f:s_{m,n}^{S}}}} = v_{m,n-\frac{1}{2}} A_{s_{m,n}^{SE,SW}} \frac{\int_{s_{m,n}^{SE}} H \sqrt{\frac{H}{c_{f}}} dx}{\int_{s_{m,n}^{SE,SW}} H \sqrt{\frac{H}{c_{f}}} dx} = v_{m,n-\frac{1}{2}} A_{s_{m,n}^{SE,SW}} \frac{Ec_{s_{m,n}^{SE}}}{Ec_{s_{m,n}^{SE,SW}}} = v_{m,n-\frac{1}{2}} Sa_{s_{m,n}^{SE}}$$
(40)

ここに,

$$Ec_{s_{m,n}^{SE}} = \int_{s_{m,n}^{SE}} H \sqrt{\frac{H}{c_f}} dx$$
(41)

$$Sa_{s_{m,n}^{SE}} = A_{s_{m,n}^{SE,SW}} \frac{Ec_{s_{m,n}^{SE}}}{Ec_{s_{m,n}^{SE,SW}}}$$
(42)

である.なお、これらの変数の間には次の関係が成立している.

$$Sa_{s_{m,n}^{SW,SE}} = A_{s_{m,n}^{SW,SE}} \frac{Ec_{s_{m,n}^{SW}}}{Ec_{s_{m,n}^{SW,SE}}} + A_{s_{m,n}^{SW,SE}} \frac{Ec_{s_{m,n}^{SE}}}{Ec_{s_{m,n}^{SW,SE}}} = A_{s_{m,n}^{SW,SE}}$$
(43)



図7 x方向運動方程式に必要なフラックスの定義位置

これより, x方向運動方程式のコントロール・ボリューム下辺の流量フラックスは, 次のような2つの成分の和で表される(図7参照).

$$\overline{Q}_{s^{S}_{m+\frac{1}{2},n}}^{v} = Q_{s^{SE}_{m,n-\frac{1}{2}}}^{v} + Q_{s^{SW}_{m+1,n-\frac{1}{2}}}^{v}$$
(44)

粗格子上辺の流量フラックスについても、これと同じ方法により算出する.y方向の運動方程式において必要となるセル左右界面の流量フラックスについても、同様な方法で算定する.

・セル中心分割線上の流量フラックスの評価

x方向の運動方程式において、コントロール・ボリューム左右辺(図8の下図の水位定義点ζ_{mn},ζ_{m+1}, を通る辺)における流量フラックスが必要であるが、この辺は流量、流速定義点とは異なるため、別途 見積りが必要である.これについて、例えば図8の左側の辺における流量フラックスQ_{m-12}の評価につい ては、図8の上図の網掛の縦長長方形領域の連続式(式 (45))から求めることができる.

$$(V_{\Omega_{m,n}^{NW,SW}})_{t} = Q_{m-\frac{1}{2},n}^{u} - \overline{Q}_{s_{m,n}}^{u} + \overline{Q}_{s_{m,n}^{SW}}^{v} - \overline{Q}_{s_{m,n}^{NW}}^{v}$$
(45)



(4) 計算全体のフロー

x方向運動方程式の積分形を再度示すと次のようであった.

$$(uV_{\Omega_{m+\frac{1}{2}n}})_t + \overline{F}_{adv}^x + \overline{F}_{pres}^x + \overline{F}_{fric}^x = 0$$
(46)

この式を安定に解くため、底面摩擦項にはVasiliev条件を考慮した離散化を、圧力項には準陰解法を 導入し、次のように表記する.

$$\frac{u_{m+\frac{1}{2},n}^{k+1} - u_{m+\frac{1}{2},n}^{k}}{\Delta t} + \frac{\left[\overline{F}_{adv}^{x}\right]^{k}}{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}}^{k}} + \frac{\left[\overline{F}_{fric}^{x}\right]^{k,k+1}}{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}}^{k}} + \frac{\left[\overline{F}_{pres}^{x}\right]^{k+\theta}}{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}}^{k+\theta}} = 0$$
(47)

ここに、θは0と1の間の実数をとり、変数f^{*+θ}は次のような関係がある.

$$f^{k+\theta} = (1-\theta)f^k + \theta f^{k+1}$$
(48)

式(47)をさらに具体的に書くと、次式となる.

$$\frac{u_{m+\frac{1}{2},n}^{k+1} - u_{m+\frac{1}{2},n}^{k}}{\Delta t} + \frac{adv(u_{m+\frac{1}{2},n}^{k})}{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}^{k}}^{k}} + \frac{u_{m+\frac{1}{2},n}^{k+1} \sum_{II=1}^{k} \frac{|U_{m+\frac{1}{2},n}^{II}|^{k} V_{\Omega^{II}}^{k}}{H_{f:\Omega^{II}}^{k}}}{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}^{k}}^{k}} + g \frac{\zeta_{m+1,n}^{k+\theta} - \zeta_{m,n}^{k+\theta}}{\Delta x} = 0$$

$$\tag{49}$$

ここに,

$$adv(u_{m+\frac{1}{2},n}^{k}) = Q_{S^{E}}^{u}(u_{m+1+k_{e},n} - u_{m+\frac{1}{2},n}) + Q_{S^{W}}^{u}(u_{m+\frac{1}{2},n} - u_{m+k_{w},n}) + Q_{S^{N}}^{v}(u_{m+\frac{1}{2},n+1+k_{n}} - u_{m+\frac{1}{2},n}) + Q_{S^{S}}^{v}(u_{m+\frac{1}{2},n} - u_{m+\frac{1}{2},n+k_{s}})$$
(50)

である. さらに,

$$u_{m+\frac{1}{2},n}^{k+1} = u_{m+\frac{1}{2},n}^{k} - \Delta t \frac{adv(u_{m+\frac{1}{2},n}^{k})}{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}^{k}}^{k}} - \Delta t u_{m+\frac{1}{2},n}^{k+1} \Psi\Big|_{m+\frac{1}{2},n}^{k} - \Delta t g \frac{\zeta_{m+1,n}^{k+\theta} - \zeta_{m,n}^{k+\theta}}{\Delta x}$$
(51)

と変形する.ここに、式を見やすくするため、

$$\Psi_{m+\frac{1}{2},n}^{k} = \frac{1}{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}^{k}}^{k}} \sum_{II=1}^{4} \frac{|U_{m+\frac{1}{2},n}^{II}| V_{\Omega^{II}}}{H_{f:\Omega^{II}}}$$
(52)

と置いた.時刻k+1のuでくくり、式を整理すると、次式が得られる.

$$u_{m+\frac{1}{2},n}^{k+1} = \frac{u_{m+\frac{1}{2},n}^{k}}{1 + \Delta t \Psi \Big|_{m+\frac{1}{2},n}^{k}} - \frac{\Delta t}{1 + \Delta t \Psi \Big|_{m+\frac{1}{2},n}^{k}} - \frac{adv(u_{m+\frac{1}{2},n}^{k})}{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}}^{k}} - \frac{\Delta tg}{1 + \Delta t \Psi \Big|_{m+\frac{1}{2},n}^{k}} - \frac{\zeta_{m+n}^{k+\theta} - \zeta_{m,n}^{k+\theta}}{\Delta x}$$
(53)

これを、次のような2段階にtime-splittingする.

$$\hat{u}_{m+\frac{1}{2},n}^{k} = \frac{u_{m+\frac{1}{2},n}^{k}}{1 + \Delta t \Psi \Big|_{m+\frac{1}{2},n}^{k}} - \frac{\Delta t}{1 + \Delta t \Psi \Big|_{m+\frac{1}{2},n}^{k}} \frac{a d \nu(u_{m+\frac{1}{2},n}^{k})}{V_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}^{k}}^{k}}$$
(54)

$$u_{m+\frac{1}{2},n}^{k+\theta} = \hat{u}_{m+\frac{1}{2},n}^{k} - \frac{\Delta tg}{1 + \Delta t \Psi \Big|_{m+\frac{1}{2},n}^{k}} \frac{\zeta_{m+1,n}^{k+\theta} - \zeta_{m,n}^{k+\theta}}{\Delta x}$$
(55)

式(55)と連続式は繰り返し計算により解き、半陰解法的に計算を進める.連続式、

$$\frac{V_{\Omega_{m,n}}^{k+1} - V_{\Omega_{m,n}}^{k}}{\Delta t} = Q_{m-\frac{1}{2},n}^{u} - Q_{m+\frac{1}{2},n}^{u} + Q_{m,n-\frac{1}{2}}^{v} - Q_{m,n+\frac{1}{2}}^{v}$$
(56)

は、式(54)との繰り返し計算を想定して、次のように書き換える.

$$V_{\Omega_{m,n}}^{k+\theta} = V_{\Omega_{m,n}}^{k} + \Delta t \left\{ u_{m+\frac{1}{2},n}^{k+\theta} A_{S_{m,n}}^{k} - u_{m-\frac{1}{2},n}^{k+\theta} A_{S_{m,n}}^{k} + v_{m,n+\frac{1}{2}}^{k+\theta} A_{S_{m,n}}^{k} - v_{m,n-\frac{1}{2}}^{k+\theta} A_{S_{m,n}}^{k} \right\}$$
(57)

計算手順として,まず式 (55)の右辺のθを0としてu^{ktθ}を求め,これからコントロール・ボリューム 体積Vを式 (57)により更新する.体積から水位を計算するには,挟み撃ち法 (regula falsi)を用いる. これを繰り返し,流速と水位を収束させる.この手順を図9に示す.



図9 運動方程式と連続式の半陰解法による計算手順

なお,挟み撃ち法は,計算時間を要するため,今後さらに計算効率の良い方法を模索していく必要が ある.

以上がダブルグリッドアプローチによる浅水流方程式の解法であり、全体の流れをフローチャートで示すと図10のようになる.



図10 ダブルグリッドアプローチによる浅水流方程式解法のフローチャート

(5) ダブルグリッドアプローチにおけるX-rainデータの取り込み

ダブルグリッドアプローチは、もともと複雑地形を効率良く数値解析に取り込むことを目的に開発されたものである.一方、X-rainの登場は降雨データの空間的解像度を飛躍的に向上されたため、広域洪水氾濫計算などででは計算格子スケールとの乖離が生じる可能性が高い.したがって、X-rainデータを ダブルグリッドアプローチに取り込むことを考える.降雨は連続式のソース項として、次のように与えられる.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = R \tag{58}$$

ここに、Rは降雨強度(単位時間当たりの降雨量(m/s))である.ダブルグリッドアプローチのメリ ットを生かすには、降雨データは細格子上に与えることが望ましいが、式(58)は粗格子上で解かれる ため、細格子の解像度を活かすには新たな工夫が必要である.これにはいくつかの方法が考えられるが、 かなり煩雑となる.ここでは、研究の第一段階として、粗格子の解像度でx-rainデータを反映させるこ ととし、次の積分形のように与えることとする.

$$(V_{\Omega_{m,n}})_t = Q_{m-\frac{1}{2},n}^u - Q_{m+\frac{1}{2},n}^u + Q_{m,n-\frac{1}{2}}^v - Q_{m,n+\frac{1}{2}}^v + RA_{\Omega_{m,n}}$$
(59)

降雨データの取り込みは次のような手順で実施する.

- 1) x-rainデータを読み込む
- 2) 緯度経度座標を平面 x-y 座標に変換する.
- 3) 各粗格子セルについて、セル内のx-rainデータの座標点を探索する. もしもセル内に降雨デー タ座標が無い場合は、セル中心から最も近い降雨データ座標点を探索する.
- 4) 3) で求まった各粗セル内の降雨データを平均化する.
- 5) 4) で求まった降雨を連続式 (59) に与える.

このうち,ステップ2)については,国土地理院のホームページより,図11のような変換式で座標変換 を実行する.

図11 緯度経度座標系から平面直交座標系への変換(国土地理院ホームページより)

4. 単純な流れ場におけるモデル検証

(1)本章の概要

前章までに、ダブルグリッドアプローチによる高解像度地形データを反映させた氾濫シミュレーショ ンモデルの構築と、X-rainデータの取り込みの方法について述べてきた.本章では、本研究で開発した モデルの性能を評価するため、単純な流れ場におけるテスト計算を実施する.テスト計算には、単純化 のため地形のみを考慮するものとし、モデルの特性を簡潔に示すため、複断面地形と固定砂州上の地形 の2つを取り上げる.



図12 対象とした複断面直線河道の鳥瞰図

(2) 複断面河道におけるテスト計算

複断面河道は,我が国中下流の河道設計の基本形となっている.しかし,複断面河道を考慮した洪水 氾濫計算には非常に細かい格子分割が必要となるため,現実的ではない.このため,ダブルグリッドア プローチの最初のテスト計算の対象として適していると判断される.

図12は、対象とする複断面河道を示しており、実験室スケールを想定し、河川長は5m、川幅は2m、 洪水敷高さは20cmとしている.高水敷は左右岸に設定し、その幅はそれぞれ0.5mとした.また、高水 敷護岸は鉛直とした.水理条件としては、流量Qを1m³/s、下流端水位を高水敷より0.1m、マニングの 粗度係数nを0.02と設定した.計算格子は、粗格子は1m×1mとし、図13の太線のように、5×2個のセ ルに分割している.一方、地形データを格納する細格子は粗格子の1セルを流れ方向の10、横断方向に 20で分割することとする.従って、細格子の形状は0.1m×0.05mの長方形となる.図13では河床の高低 をカラーで示しており、高水敷護岸がちょうど格子セルの中心(すなわち主流方向流速定義点を通る線) に位置しており、粗格子による通常の計算では、高水敷の存在を全く考慮できない.

数値計算はCPU時間約10秒で収束し,結果は定常解となった. 図14は水深のカラーコンターと流速 ベクトルを示したものである. 高水敷の段差による水深や流速の急変が適切に再現されている様子がわ かる.



図13 複断面直線河道のケースの計算格子



図14 計算結果の水深分布と流速ベクトル

(3) 起伏を有する地形上の流れのテスト計算

LPデータの利用を前提に、起伏を有する地形上に洪水氾濫流が進入した場合を想定したテスト計算 を実施する.複雑地形の例としては、図15に示すような交互砂州状の地形を想定する.水理の長さ、 幅については、(2)の複断面の場合と共通とし、流れ方向が5m、横断方向が2mとしている.また、地 形の高低差(振幅)は0.2mとしている.計算格子は図16に示す通りとし、粗格子については、流れ方 向に10、横断方向に4で分割している.また、地形データを格納する細格子については、粗格子の1セ ルを縦横にそれぞれ10分割とした.したがって、細格子の形状は0.05m×0.05mの正方形となっている. 水理条件については、流量Qを0.5m³/s、下流端の平均水深hは0.3m、底面のマニングの粗度係数nについ ては0.02とした.

計算は約10秒で収束し,解は定常解となった.図17に本計算結果における流速ベクトルと,水深分 布を示す.水深,流速分布ともに地形にほぼ沿ったものとなっており,複雑地形を適切に表現できてい ることがわかる.一方,図18は計算結果における水位分布を示したものであり,こちらは粗格子セル ごとに面塗りされたようなコンターとなっており不合理であり、水深の場合のような滑らかな分布とは なっていない.これは、本研究で採用したダブルグリッドモデルが粗格子セル内の水位を一定と仮定し ているために他ならない.この点が氾濫水に及ぼす影響等については、今後さらに検討が必要と考えら れる.



図15 複雑地形上のテスト計算に用いた地形形状の鳥瞰図



図16 複雑地形上のテスト計算に用いた計算格子



図17 計算結果の流速ベクトルと水深分布のカラーコンター



図18 計算結果の水位分布

5.おわりに

本研究ではLPデータ等の高解像度地形データの洪水氾濫計算への直接利用を想定してダブルグリッドアプローチによる浅水流平面二次元解析モデルの開発を新たに行うとともに、これにx-rainによる降雨データを反映させる方法を示した.さらに、本モデルを2つの単純な流れ場に適用し、その妥当性を示した.今後は実地形に対する適用性や、実際の洪水氾濫事例のシミュレーション等を通じてモデルの検証をさらに進めていきたい.

参考文献

- 1) 大村健祐・木村一郎・清水康行: KMRアプローチによる氾濫計算の効率化, 平成24年土木学会北 海道支部年次研究発表会講演集, 2013.
- 2) 三浦心・川村育男・木村一郎・三浦敦禎:扇状地に発達した密集市街地における氾濫解析手法に関 する検討,水工学論文集,第55巻, pp.S 979-S_984, 2011.
- 3) iRICプロジェクトホームページ:http://i-ric.org/ja/, 一般財団法人北海道河川財団, 2014.
- N. D. Volp, B. C. van Prooijen and G. S. Stelling : A finite volume approach for shallow water flow accounting for high-resolution bathymetry and roughness data, WATER RESOURCES RESEARCH, VOL. 49, 4126–4135, doi:10.1002/wrcr.20324, 2013.