

### 3. 河川湾曲部における二次元・三次元の選択基準（担当：木村一郎）

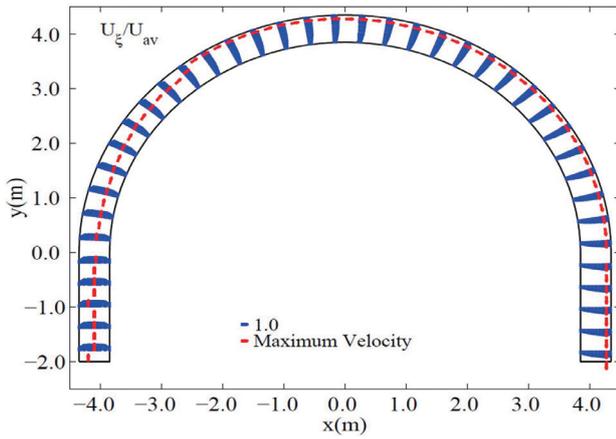
#### (1) 本章の背景と目的

河川の蛇行部や人工水路の曲り部など、開水路流れにおける湾曲部においては、遠心力の局所的不均衡に起因する旋回流が発生することが広く知られており、この旋回流は第一種二次流と呼ばれる。この現象は既に河川工学における古典的な問題として広く認識され、そのメカニズムや河床変動などに及ぼす影響について、従来から多くの研究が進められてきている<sup>1)</sup>。湾曲部の水面付近の流速分布に着目すると、第一種二次流の効果は水面付近の高速流体塊を外岸側に押しやるため、最大流速の生じる横断方向の位置を、外岸側にシフトする効果があるといわれている。一方、蛇行部の流速分布に影響を及ぼすパラメータとして、川幅曲率半径比 ( $B/h$ ) が知られており、これの大きい急湾曲の場合には高速流が平面曲率の急変の影響から内岸側を通過するが、この値が小さい緩湾曲の場合には二次流の影響を相対的に大きく受けて水面付近の高速流体塊が外岸側に寄ることが知られている。

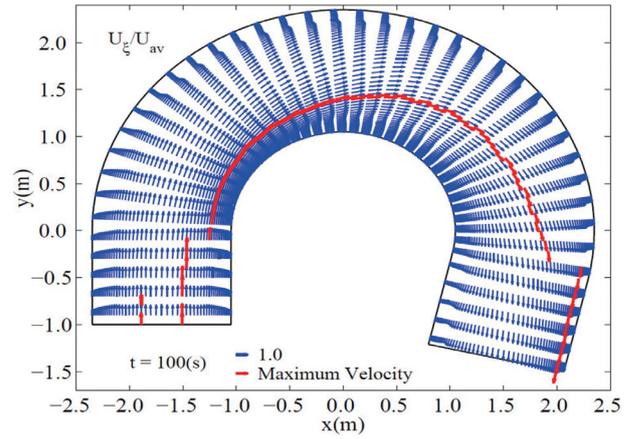
これらの現象に関連する既往の研究として、緩湾曲部の外岸セルの成因やこれに対する三次元モデルの適用性に関する研究<sup>2)</sup>、急湾曲水路の二次流特性や、これに起因する流速分布の変化に関する研究<sup>3)</sup>などが挙げられる。例えば、平均流速分布の岸側の水面付近には、ある条件のもとで第一種二次流とは逆方向きの外岸セルと呼ばれる渦が発生することが知られており、この渦は第一種二次流に比べて規模は小さいが、外岸に極めて近い位置に発生するため、河岸侵食に及ぼす影響が大きいことが推測され、河岸侵食などの防災や岸部の河川環境を考える上で重要な現象と考えられる。木村らは緩湾曲水路における外岸セルが三次元非線形RANSモデルにより良好に再現されることを示している<sup>2)</sup>。一方、滝本ら<sup>3)</sup>は、2つの異なる湾曲部を対象に三次元解析を実施した。これによると、**図1(a)**に示すような緩湾曲の場合、直線区間では中央付近の流速が最も速くなっているが、湾曲部進入以降は第一種二次流の影響によって外岸側に最大水面流速が現れること、**図1(b)**に示す急湾曲開水路の場合では、流れが湾曲部に進入すると内岸側に最大流速が現れるが、徐々に内岸側から離れ、外岸側に高速流がシフトすることを示した。しかしながら、第一種二次流が水深平均流速の横断分布に及ぼす影響や、外岸セルが流速分布に及ぼす影響等は、河川工学上重要な課題であるにもかかわらず未解明な点が多く残されている。

ところで、湾曲部の流れに関する別の側面からの課題として、平面二次元モデルの適用性が挙げられる。平面二次元モデルは現在の河川の数値解析の主流ともいえる位置づけにあることから、湾曲部への適用性についても十分に吟味する必要があることは言うまでもない。二次流や外岸セルは本来三次元的なものであるから、通常平面二次元モデルでは再現できないのは当然であるが、実用的側面から考えると、平均流速分布が実用的精度で再現できれば十分な場合も多いと考えられる。この条件は当然ながら緩・急湾曲の支配パラメータの一つである川幅曲率半径比に依存すると考えられるし、また河床地形が平坦か否かという地形的要因にも依存すると考えられる。したがって、平面二次元モデルの適用が可能な湾曲部の水理条件を明らかにすることは、工学的に重要な課題と考えられる。

本研究では上記視点から、緩・急湾曲開水路における二次元、三次元モデルの適用性を、平坦固定床の場合と、河床変動が生じた後の場合について比較検討することとする。はじめに底面が平面固定床の場合において緩・急湾曲開水路の三次元モデルの再現性の検討を行うとともに、適切な乱流モデルについても検証する。その後平坦・非平坦固定床の場合における二次元モデル及び三次元モデルによる水深平均流況の再現結果の比較・考察を行う。緩湾曲開水路の再現性の検証にはBooij<sup>4)</sup>による実験を、急湾曲開水路の再現性の検証の際にはBlanckaert et al.<sup>5)</sup>による実験を採用し、それぞれ同条件のもとで、数値計算を実施することでモデルの再現精度を評価する。

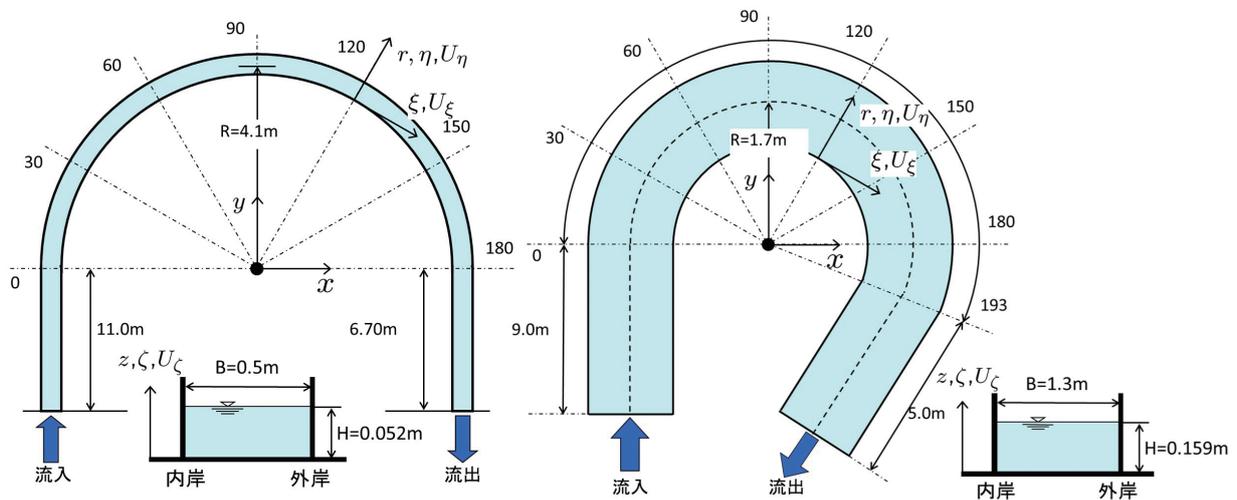


(a) 緩湾曲開水路



(b) 急湾曲開水路

図1 3Dモデルによって計算された緩・急湾曲水路における水面流速ベクトルの例<sup>3)</sup>



(a) Booiijによる実験の概要

(b) Blanckaertによる実験の概要

図2 緩・急湾曲開水路の実験概要

## (2) 緩湾曲及び急湾曲の既往実験

本研究では緩湾曲及び急湾曲部の開水路流に関する実験としてBooiij (2003)<sup>4)</sup>とBlanckaert (2002)<sup>5)</sup>らの実験をそれぞれ取り上げる。これらの実験の概要を次に述べる。

### a) 緩湾曲部の開水路実験 (Booiij, 2003)<sup>4)</sup>

Booiij (2003)<sup>3)</sup>による実験は、図2(a)に示すU字型の開水路を用いて行われた。湾曲部の局率半径は水路中心部で $R=4.1\text{m}$ 、水路幅は $B=50\text{cm}$ 、平均流速 $U_{av}=20\text{cm/s}$ 、平均水深 $H=5.0\text{cm}$ であり、Reynolds数は $Re=10000$ 、Froude数は $Fr=0.29$ 、Dean数は $De=Re(h/R)0.5=1100$ である。流速の計測は図の中心角 $\theta=135^\circ$ の断面内二次元流速分布について、三次元のLDVを用いて行われている。各点での計測時間は6分間で、これより平均流速とレイノルズ応力が求められている。また、後述のように計測結果には明確に第一種二次流と外岸セルが捉えられており、横断方向の水深平均流速分布についても十分な解像度で求めることが可能である。本実験は既往の研究<sup>2)</sup>で三次元モデルの適用性が検証されている。

b) Blanckaert (2002) による実験の概要<sup>5)</sup>

Blanckaert et. al. (2002)<sup>5)</sup>の実験は、**図2(b)**に示す急湾曲開水路を用いて行われている。水理条件は、曲率半径  $R=1.7\text{m}$ 、水路幅  $B=1.3\text{m}$ 、平均水深  $H=0.159\text{m}$ 、流量  $Q=89\text{l/s}$  であり、平均流速  $U_{av}=0.43\text{m/s}$ 、Reynolds数  $Re=U_{av}H/\nu=68/4\times 103$ 、Froude数  $Fr=U_{av}/(gH)^{0.5}=0.34$  である。Booijの実験とは異なり、流速計測にはADVPが用いられ、複数の断面で詳細な流況の計測がなされており、二次流や外岸セルの特性についても明瞭に捕捉されている。また横断面内の水深平均流速についても十分な解像度で求めることが可能であり、本研究の目的に対して好都合といえる。なお、この実験においても三次元モデルの適用性が既に検証されている<sup>3)</sup>。

(3) 数値解析法

a) 基礎式

本研究では河川解析共通プラットフォームiRIC<sup>6)</sup>の二次元ソルバーNays2DHと三次元ソルバーNaysCUBEを用いた。各ソルバーの連続式と運動方程式を示す。

・ Nays2DH (二次元モデル)

[連続式]

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{h}{J}\right) + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{hu^\xi}{J}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{hu^\eta}{J}\right) = 0 \quad (1)$$

[運動方程式]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u^\xi}{\partial t} + u^\xi \frac{\partial u^\xi}{\partial \xi} + u^\eta \frac{\partial u^\xi}{\partial \eta} + \alpha_1 u^\xi u^\xi + \alpha_2 u^\xi u^\eta + \alpha_3 u^\eta u^\eta \\ & = -g \left[ (\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial H}{\partial \xi} + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial H}{\partial \eta} \right] \\ & - \frac{C_d u^\xi}{hJ} \sqrt{(\eta_y u^\xi - \xi_y u^\eta)^2 + (-\eta_x u^\xi + \xi_x u^\eta)^2} + D^\xi \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u^\eta}{\partial t} + u^\xi \frac{\partial u^\eta}{\partial \xi} + u^\eta \frac{\partial u^\eta}{\partial \eta} + \alpha_4 u^\xi u^\xi + \alpha_5 u^\xi u^\eta + \alpha_6 u^\eta u^\eta \\ & = -g \left[ (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y) \frac{\partial H}{\partial \xi} + (\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial H}{\partial \eta} \right] \\ & - \frac{C_d u^\eta}{hJ} \sqrt{(\eta_y u^\xi - \xi_y u^\eta)^2 + (-\eta_x u^\xi + \xi_x u^\eta)^2} + D^\eta \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}, \quad \alpha_2 = 2 \left( \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right), \quad \alpha_3 = \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2}, \\ \alpha_4 &= \eta_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \eta_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}, \quad \alpha_5 = 2 \left( \eta_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \eta_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right), \quad \alpha_6 = \eta_x \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \eta_y \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \end{aligned}$$

ここに、 $\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$ はそれぞれ、 $\partial\xi/\partial x, \partial\xi/\partial y, \partial\eta/\partial x, \partial\eta/\partial y$ を示し、 $t$ は時間、 $h$ は水深、 $g$ は重力加速度、 $x$ 及び $y$ は直交座標軸、 $\xi$ 及び $\eta$ は一般座標軸、 $u^\xi$ 及び $u^\eta$ はそれぞれ $\xi$ 及び $\eta$ 方向流速反変成分、 $J$ は座標変換のヤコビアン、 $H$ は水位、 $D^\xi$ および $D^\eta$ は粘性項、 $\nu_t$ は渦動粘性係数である。また、 $C_d$ は河床摩擦係数である。

・ NasyCUBE (三次元モデル)

[連続式]

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial V^\alpha \sqrt{g}}{\partial \xi^\alpha} = 0 \quad (4)$$

[運動方程式]

$$\frac{\partial V^i}{\partial t} + \nabla_j [V^i (V^j - W^j)] + V^i \nabla_j W^j + V^j \nabla_j W^i = F^i - \frac{1}{\rho} g^{ij} \nabla_j p + \nabla_j \left[ -\overline{v^i v^j} \right] + 2\nu \nabla_j S^{ij} \quad (5)$$

ここに、 $\xi^i$ : 計算空間座標、 $t$ : 時間、 $V^i$ : 流速ベクトル反変成分、 $W^j$ : 格子移動速度ベクトル反変成分、 $v^i$ : 乱れ速度ベクトル反変成分、 $p$ : 圧力、 $\nu$ : 動粘性係数、 $\rho$ : 流体密度、 $F^i$ : 重力ベクトル反変成分、 $g_{ij}, g^{ij}$ : 計量テンソル共変及び反変成分、 $\nabla_j$ : 共変微分をそれぞれ表す。

b) 乱流モデル

乱流モデルは二次元、三次元ともにRANS (Reynolds Averaged Navier Stokes Equations) 型とし、二次元モデルではゼロ方程式モデルを、三次元モデルでは標準型および二次非線形k- $\varepsilon$ モデルを用いた。このため、三次元モデルでは上述の基礎式以外に、 $k$ 方程式と $\varepsilon$ 方程式を同時に解く必要がある。これらの詳細や具体的な基礎式形は既往の論文等<sup>2),3),7)</sup>を参照されたい。

c) 計算スキーム

計算法は二次元、三次元ともにスタガード格子上の有限体積法とし完全陽解法で計算を進めた。運動方程式移流項の離散化には二次元モデルではCIP法を、三次元モデルの運動方程式にはQUICKを、三次元モデルの $k, \varepsilon$ 方程式の移流項にはHybrid法を用いた。時間積分にはいずれも二次のAdams Bashforth法を用い、三次元モデルの圧力は時間ステップ毎にHSMAC法による収束計算により求めた。三次元モデルにおける壁面の $k$ と $\varepsilon$ については壁関数法で与え、壁面近傍の流速は対数則で評価することとした。一方、二次元モデルの底面の摩擦は対数則で与えるが、側壁にはslip条件が課されている。自由水面変動量については、二次元モデルでは連続式より求め、三次元モデルについては運動学的条件より求めた。また、三次元モデルでは水面変動量に応じて内部の格子位置を時間ステップごとに移動させた。計算法の詳細は既報の文献等<sup>5),7)</sup>を参照されたい。

d) 計算格子

緩湾曲と急湾曲のそれぞれについて、水平面内の計算格子を図3および図4に示す。計算格子は構造格子で、水路壁面に向けて次第に格子幅が小さくなるよう、また上下流の直線部助走区間では湾曲部に向けて次第に格子幅が小さくなるよう、等比級数を用いて格子をストレッチさせている。計算格子セル数については図中に示す通りである。三次元計算においては、平面内の計算格子は二次元モデルと同様とし、鉛直方向を緩湾曲では10層に、急湾曲では16層に等間隔で区切っている。

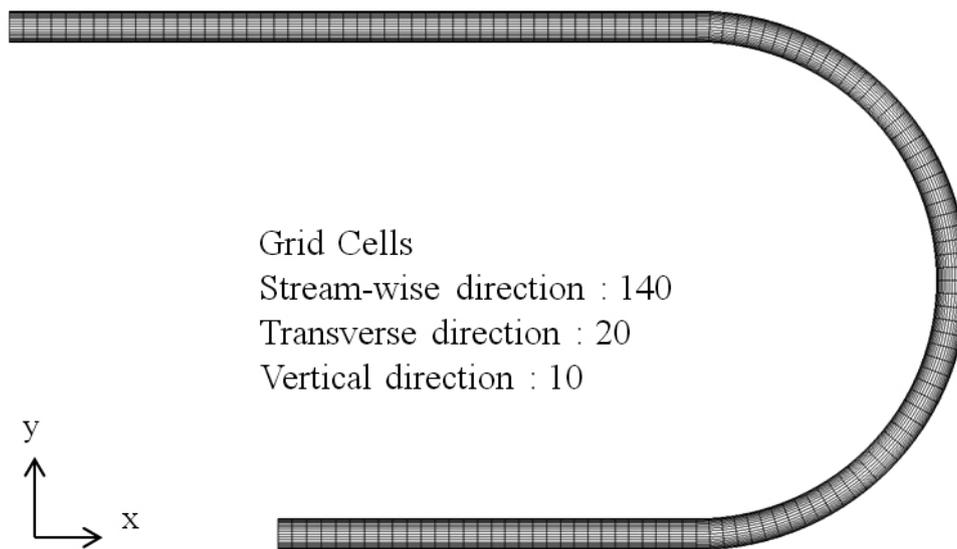


図3 Booijsの実験（緩湾曲開水路）を対象とした計算の計算格子

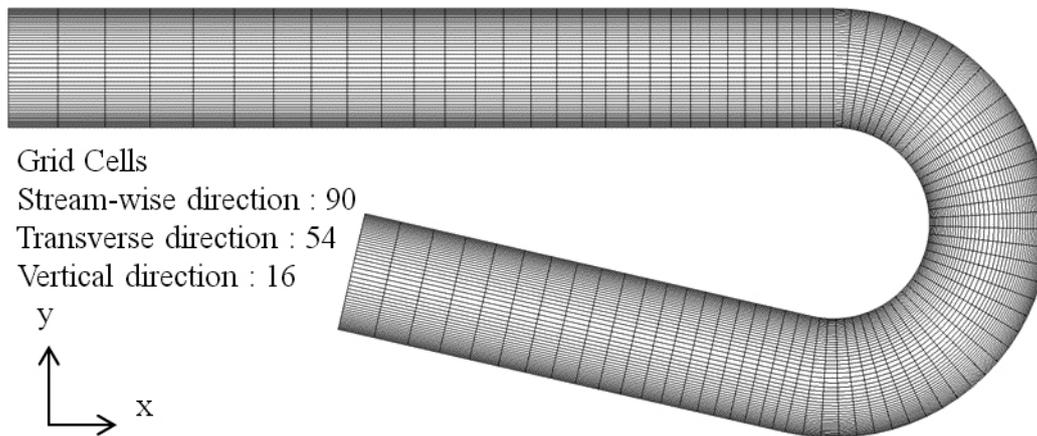


図4 Blanckaertの実験（急湾曲開水路）を対象とした計算格子

#### (4) 計算結果の検討

##### a) 実験結果の再現性

本研究で用いる三次元モデルによるBooijsの実験，Blanckaertらの実験に対する再現性については，既往の論文で報告済みである．すなわち，流速分布，レイノルズ応力分布，二次流等に対して，極めて良好に再現できることを確認している．本論文と既報とでは，計算格子や境界条件，計算スキーム等の扱いで若干の相違はあるものの，これらが計算結果に及ぼす影響は小さいことを，今回の計算結果からも確認している．したがって，本論文では再現性の検証についての記述は省略する．

##### b) 二次流特性

図5は緩湾曲  $\theta=135^\circ$  の断面における流況の計測結果であり，外岸付近の10cmの区域について示している．左下の時計周りの渦は第一種二次流であり，外岸の水面近傍には半時計周りの外岸セルが形成されている．図6は同断面における流速ベクトルの数値解析結果であり，非線形モデルでは実験と同様な外岸セルが再現されているが，線形モデルでは外岸セルは再現されていない．一方，図7は急湾曲の場合 ( $\theta=120^\circ$ ) で，同様に外岸セルが発生している．なお，底面付近の流速には異常に大きい値が見られており，この点については，計測誤差の可能性が高い．図8の計算結果を見ると，非線形モデルのみ

で外岸セルが再現されているが、その規模は実験に比べて小さい。外岸セルの再現性が急湾曲の場合で低下する理由については、格子サイズ等の影響が考えられる。

以上より、二次非線形モデルを用いた三次元解析では外岸セルを含む断面内二次流流況等の基本特性を緩湾曲と急湾曲の双方においてほぼ再現していると考えられる。

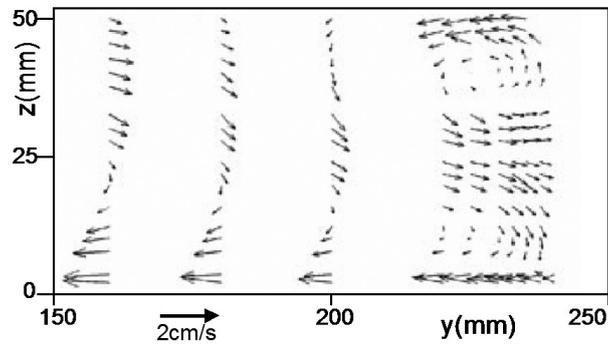
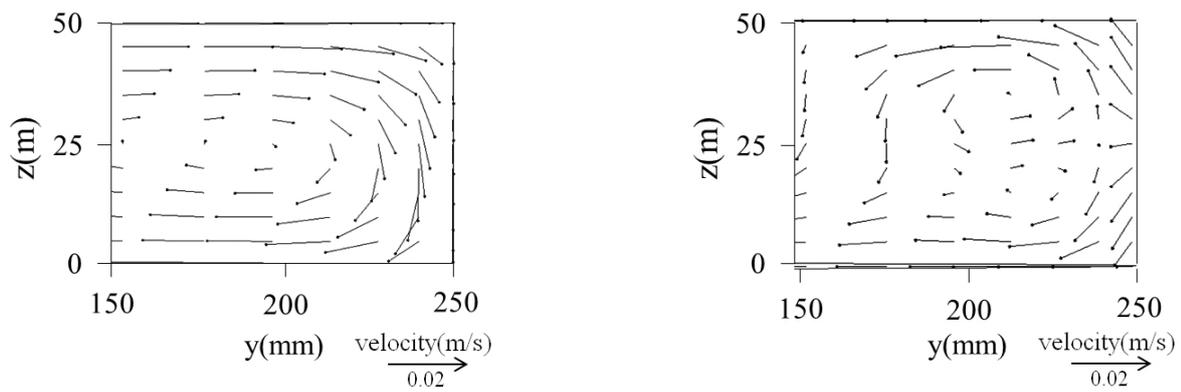


図5 Booi(2003)の実験における  $\theta = 135^\circ$  断面の外岸側平均流況



(a) 標準型線形k- $\epsilon$ モデル

(b) 二次非線形k- $\epsilon$ モデル

図6 緩湾曲開水路実験における  $\theta = 135^\circ$  断面の流速ベクトル

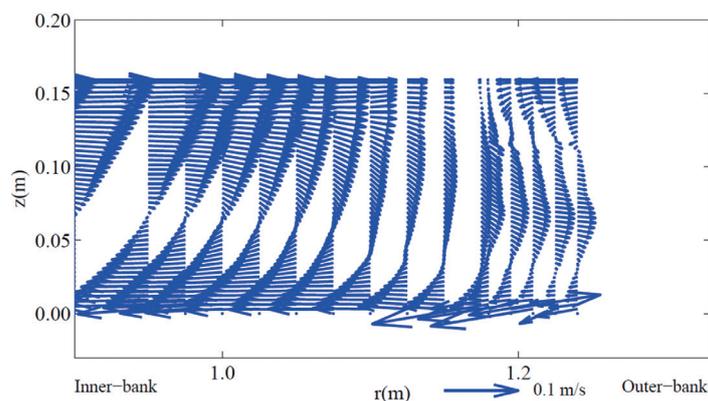
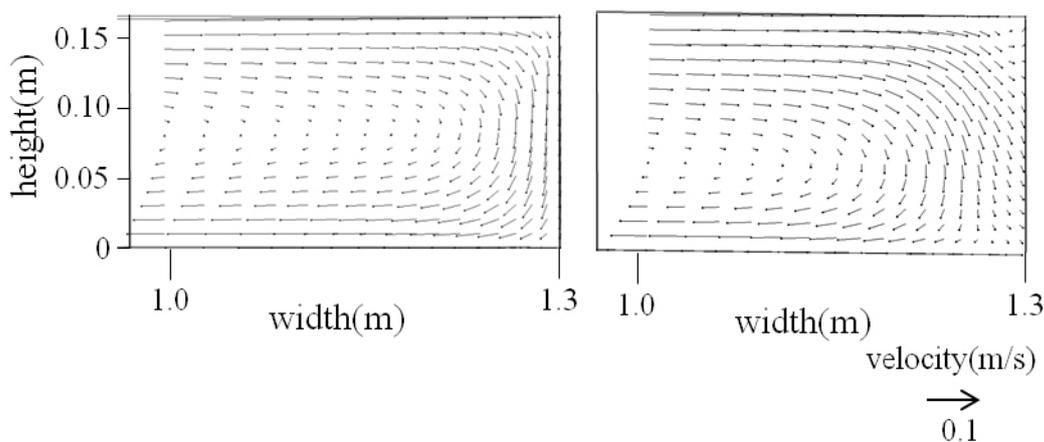


図7 Blanckaert(2002)の実験における $\theta=120^\circ$ 断面外岸部流況



(a) 標準型線形k- $\epsilon$ モデル

(b) 二次非線形k- $\epsilon$ モデル

図8 急湾曲における $\theta=120^\circ$ 断面内の流速ベクトル比較

c) 平坦固定床上の水深平均流速分布の考察

図9に緩湾曲開水路における平坦固定床条件下の二次元・三次元モデルによる水深平均流況コンターの計算結果を、図10に二次元・三次元モデルによる $\theta=135^\circ$ の断面における主流流速の横断分布を示す。また、同様に図11及び図12に急湾曲開水路における結果を示す。三次元モデルによる流況の再現性が良好である点は既往の研究で示されているが<sup>2),3)</sup>、図9、図11に示す二次元・三次元モデルによる流況計算結果には大きな差異が見られる。すなわち、緩湾曲の場合、平面二次元モデルでは高速流が湾曲部ほぼ全域にわたって内岸側を走るのに対し、三次元計算では外岸側を通過している。一方急湾曲開水路においては湾曲部中央付近までは二次元、三次元計算ともに高速部が内岸側に位置するが、それ以降は三次元モデルでは急激に高速流が外岸にシフトする。このような急激な滞筋のシフト現象を二次元モデルでは再現出来ていない。

流速分布を比較した図10、図12についてみると、緩湾曲の場合は、三次元非線形モデルによる水深平均流速分布の再現性が非常に良好であることがわかる。線形モデルの再現性も悪くはないが、外岸付近で流速が小さくなる現象を再現できていない。これは、線形モデルが外岸セルを再現できていないことが原因と考えられる。別の見方をすれば、外岸セルは外岸近傍の水深平均流速を減衰させる効果があると考えられる。一方、平面二次元モデルの流速分布は内岸側が速くなっており、実験と全く異なる特性を示している。急湾曲の場合、三次元非線形モデルの再現性が最も良好であるが、線形、非線形の再現性の差は緩湾曲に比べて小さい。また、外岸セルによる流速減衰効果については、実験では顕著であ

るが、数値解析では再現できていない。これは、前述のように、三次元非線形モデルによる外岸セルが過小に再現されていることが原因と考えられる。平面二次元モデルによる再現性については、三次元モデルに比べて劣るが、外岸側の流速が内岸に比べて小さい点などは実験と一致しており、三次元モデルとの差異は緩湾曲に比べて相対的に小さいといえる。

以上の考察より、第一種二次流による高速部の外岸側へのシフト効果は緩湾曲の場合により顕著となること、平坦床上の湾曲部では、平面二次元モデルによる流速分布の再現性は特に緩湾曲の場合に実現象との差異がより大きくなること、外岸セルの発生は外岸付近の水深平均流速を減衰させることなどが確認された。

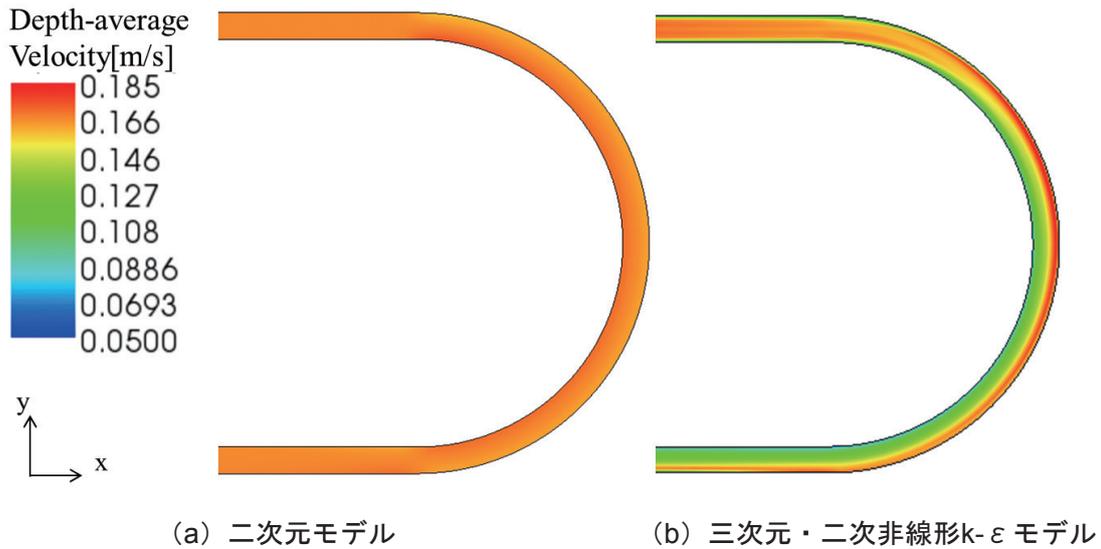


図9 平坦・緩湾曲開水路における水深平均流速コンター

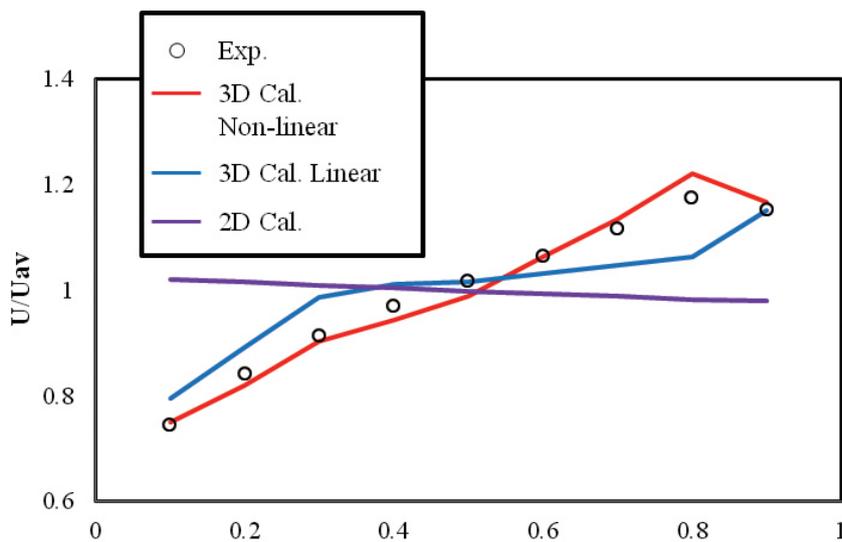


図10 平坦床・緩湾曲開水路における水深平均流速比較

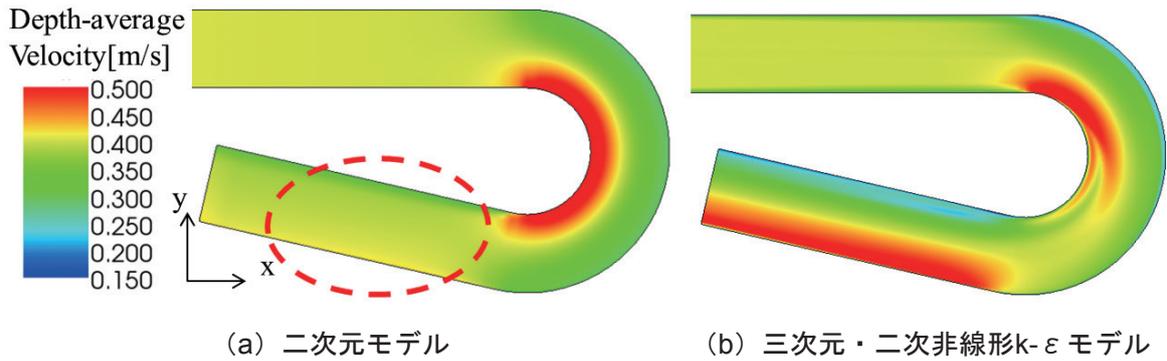


図11 平面・急湾曲開水路における水深平均流速コンター

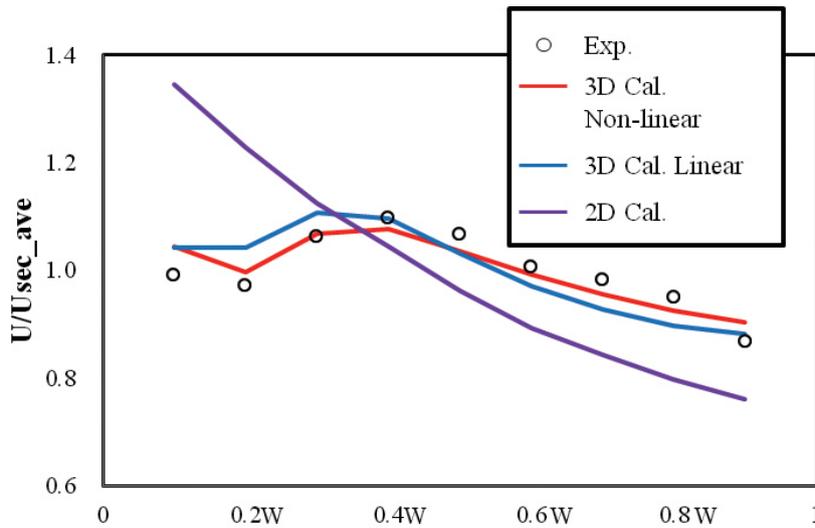


図12 平坦床急湾曲開水路における水深平均流速比較

d) 非平坦固定床の場合

図13に非平坦固定床に用いた河床高を示す。緩湾曲の場合は河床変動を考慮した実験結果が存在しないため、底面の粒径を0.1mmとして河床変動計算を実施し、河床変動が十分発達しほぼ平衡状態となった $t=3600[s]$ における河床高をモデル河床として採用した。一方、急湾曲開水路の場合、すなわちBlanckaertらの実験条件では、河床変動が水深に比べて大きく、内岸側で浮洲が生じる。今回用いたソルバーNaysCUBEは浮洲が生じると計算が停止する仕様であるため平衡状態までの河床変動計算は不可能である。そこで、河床変動がある程度発達し、かつ浮洲が生じる前の $t=1380[s]$ の時点での河床の状態をモデル河床として採用した。図13(b)はこのようにして得られモデル河床の状況をコンターで示しており、これと図14に示すBlanckaertらの実験<sup>7)</sup>の河床変動の観測値を比較すると、河床変動量の絶対値は計算結果が実験に比べて小さいものの、その定性的特性は凡そ一致していることがわかる。非平坦床の流況計算においてはこのようにして得られた緩・急湾曲部のモデル河床形状を固定床として与え、流れのみの計算を二次元・三次元モデルで実施した。

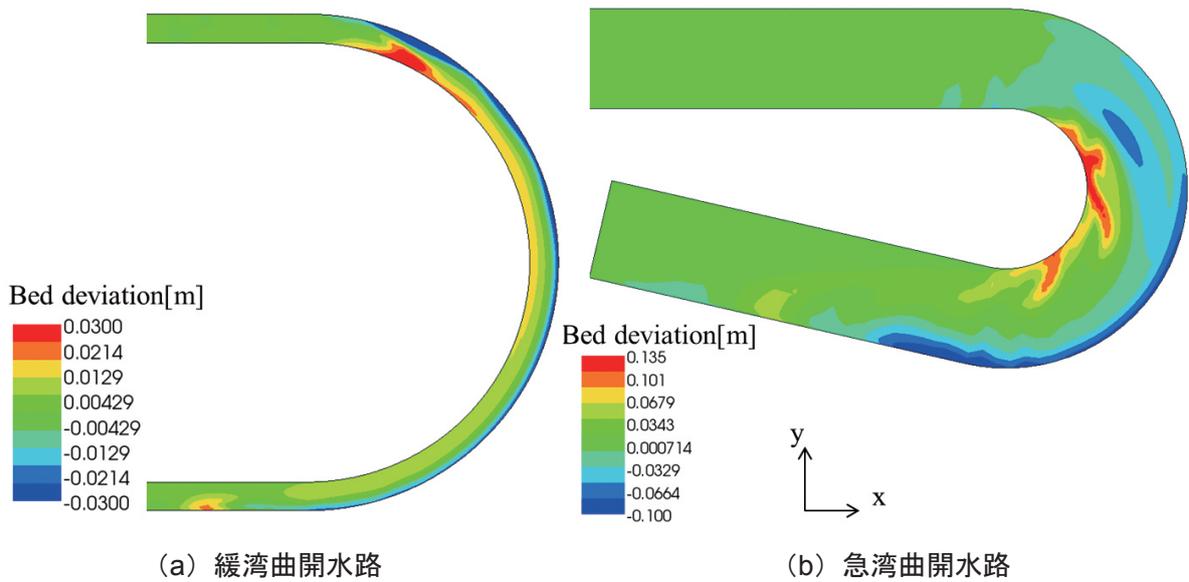


図13 非平坦固定床計算に用いた河床高

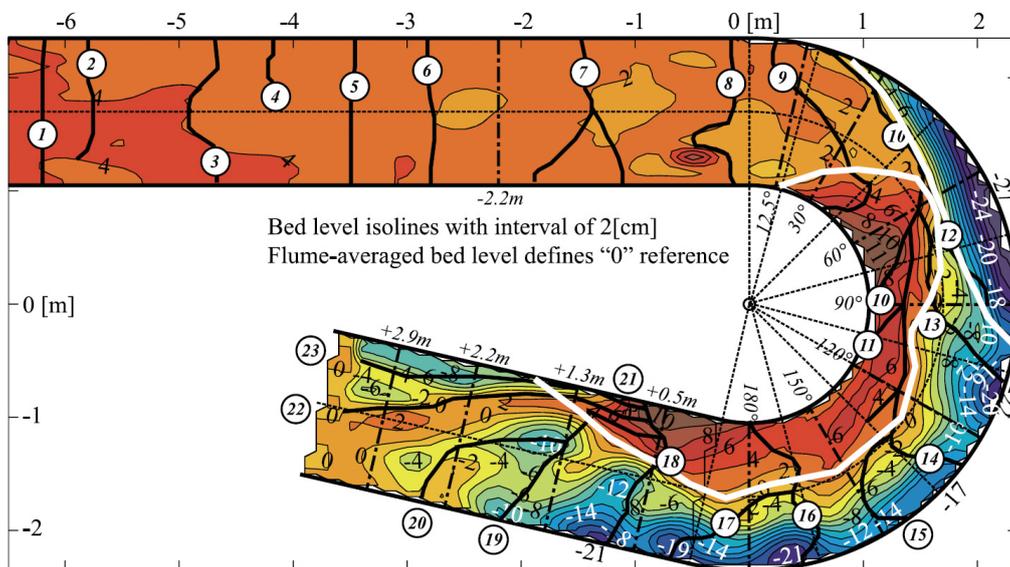


図14 Blanckaertによる河床変動実験 (2009)

図15に緩湾曲開水路における二次元・三次元モデルにおいても水深平均流速の高速部が外岸側に生じており，三次元モデルの結果と定性的に一致する．また，図16に示す急湾曲開水路の場合，平面二次元計算の結果においても高速部が内岸から外岸にシフトする現象が再現されており，三次元モデルとの再現性の差が大幅に小さくなっていることがわかる．このように，河床変動後に平面二次元モデルと三次元モデルの再現性の差異が小さくなる理由としては，流速分布に及ぼす河床地形の影響が大きくなり，二次流などの三次元流特性の影響が相対的に小さくなることが原因と考えられる．

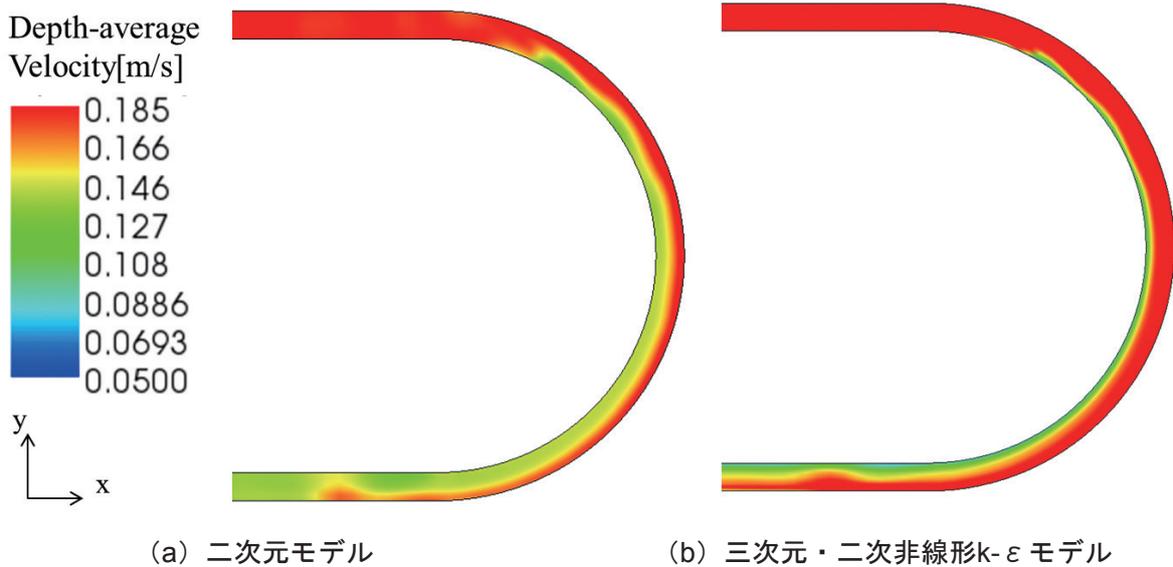


図15 非平坦・緩湾曲開水路における水深平均流速コンター

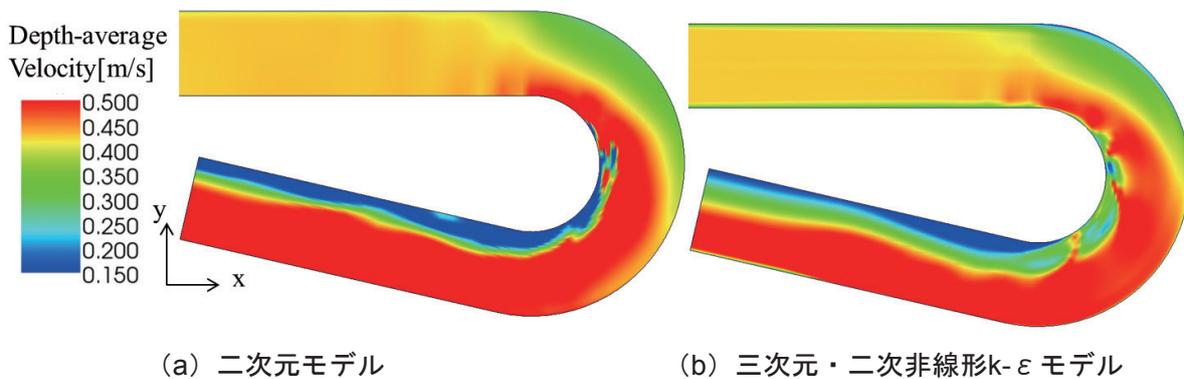
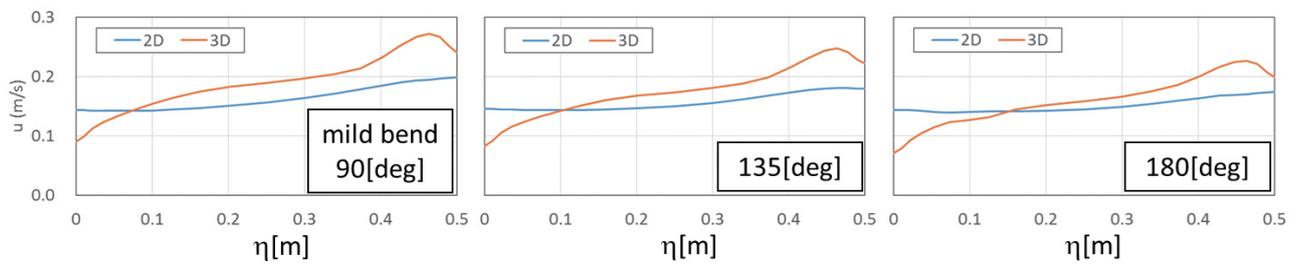
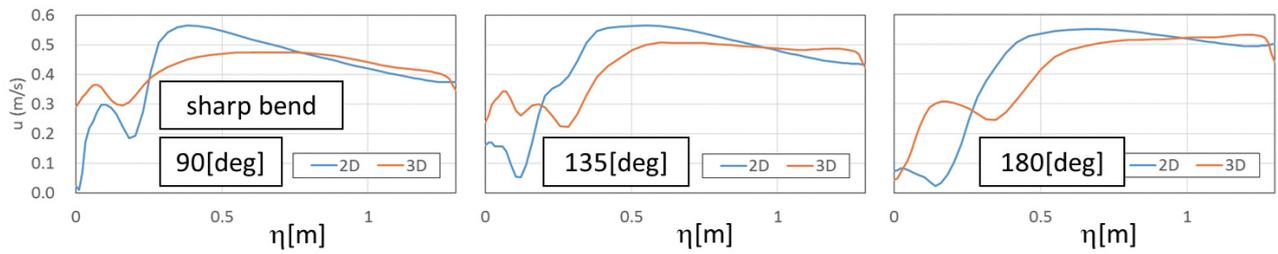


図16 非平坦・急湾曲開水路における水深平均流速コンター

二次元、三次元モデルによる流速分布の相違をより定量的に検討するため、 $\theta = 90, 135, 180[\text{deg}]$ の断面における水深平均流速を図17に示す。まず、緩湾曲の方を見ると、二次元、三次元ともに外岸側の流速が大きい点は定性的に一致しており、水深が外岸側で大きいことに対応している。また、図10の平坦床の場合に見られたような流速勾配の二次元・三次元間の逆転は見られないが、三次元計算の場合が流速の横断方向勾配は大きい。これは、緩湾曲の場合、河床変動が生じた後も二次流が高速流塊を外岸側に押しやる効果が無視できないことを意味している。一方、急湾曲の場合は二次元、三次元の差異は緩湾曲の場合に比べて小さい。これは、平坦床の場合と同様、急湾曲の場合は二次流が十分発達しないうちに曲りが終了するためと考えられる。また、内岸側の流速分布が異なるのは、図18に示すように内岸付近に複数の渦セルが発生しており、これを二次元モデルは考慮できないためと考えられる。以上をまとめると、平坦床に比べて河床変動後の流速分布の再現性については、二次元・三次元計算の差異が小さくなること、この傾向は急湾曲の場合により顕著であることがわかった。



(a) 緩湾曲



(b) 急湾曲

図17 河床変動後の流速分布の比較

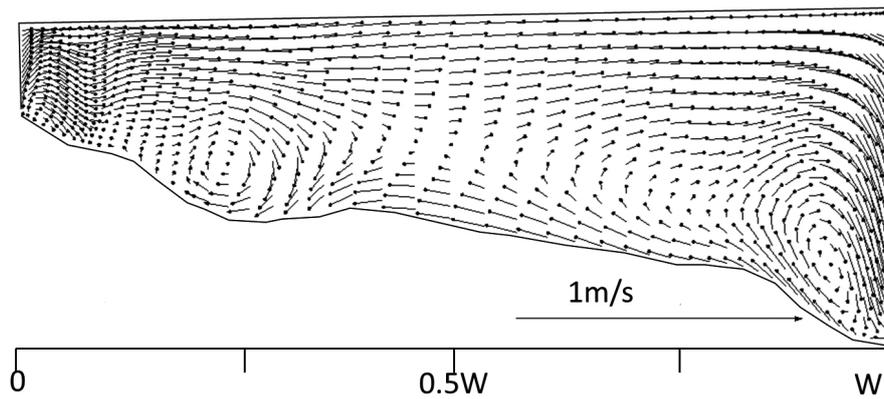


図18 急湾曲の場合の断面内流速分布 ( $\theta = 135^\circ$ )

本研究は開水路湾曲流に対して、水深積分モデル、三次元モデル(線形、非線形モデル)を適用し、三次元流特性および、水深平均流速分布の比較を実施したものである。得られた主な結果を以下に述べる。

## (5) 本章のまとめ

- I. 本研究で採用した非線形RANS三次元解析モデルはBooij (2003)<sup>4)</sup>, Blanckaert (2004)<sup>5)</sup>による実験結果に示される二次流特性を概ね良好に再現した.
- II. 外岸セルの発生は外岸付近の水深平均流速を減衰させる効果が指摘された.
- III. 第一種二次流が水深平均流速の高速部を外岸側に押しやる効果は緩湾曲の場合により顕著となった. このため, 平坦床緩湾曲の場合の横断方向水深平均流速分布は二次元計算と三次元計算で勾配が逆転した.
- IV. 急湾曲において特徴的な高速流の内岸→外岸シフトは, 二次元モデルは再現できないが, 二次元・三次元モデルの再現性の差異は緩湾曲に比べて相対的に小さい.
- V. 湾曲部の二次元, 三次元モデルによる平均流速の再現性の差異は平坦床の場合大きく, 河床変動が進んだ後はその差が縮小する. これは地形が水深平均流速に及ぼす影響が顕著となり, 二次流等の流れの三次元性の影響が相対的に小さくなるためと推測された.

## 参考文献

- 1) 例えば, Blanckaert, K.: Flow and turbulence in sharp open-channel bends, PhD thesis 2545, Ecole Polytechnique Federale Lausanne, Switzerland, 2002.
- 2) 木村一郎, Wim S. J. Wittewaai, 細田尚, Wim van Balen: RANSモデルによる開水路湾曲部における外岸セルの再現性, 水工学論文集, Vol. 52, pp.1009-1014, 2008.
- 3) 滝本慎二, 木村一郎, 清水康行, 細田尚: 急な湾曲部を有する開水路三次元乱流構造に関する数値シミュレーション, 応用力学論文集, Vol.12, pp.749-758, 2009.
- 4) Booij, R.: Measurements and large eddy simulations of the flows in some curved flumes, J. of Turbulence, Vol. 4, pp.1-17, 2003.
- 5) Blanckaert, K. : Secondary currents measured in sharp open-channel bends. Proc. RiverFlow2002, Eds. Bonusmar & Zech, Vol I, pp.117-125, 2002.
- 6) 木村一郎, 細田尚, 音田慎一郎: 橋脚による堰き上げ効果の再現性に着目した数値解析モデルの比較, 水工学論文集, Vol.49, pp.559-564, 2005.
- 7) 清水康行他: iRIC software Nays2DH Solver Manual,, iRIC webサイト, <http://i-ric.org/ja/software/?c=18>, 2014.
- 8) K.Blanckaert: Topographic steering, flow recirculation, velocity redistribution, and bed topography in sharp meander bends, Water Resources Research, vol.46, pp.1-23, 2009.