

2. 河道と氾濫原の一体型氾濫解析モデルにおける四分木構造格子の妥当性の検討 (担当:安田浩保)

(1) はじめに

a) 既往の氾濫手法とその課題点

平面2次元解析に基づく氾濫解析は、直交座標系¹⁾の格子構成を出発点として、その後、予測精度の向上のために解析対象の地形形状を適切にとりこむ必要性から一般座標²⁾や非構造格子³⁾を導入した手法が開発されてきた。これらの技術を基盤として、堤防や背後地の重要度から決定される想定破堤点から堤内地への氾濫水の挙動を対象とした解析が実現され、洪水ハザードマップの作成を強力に支援してきた。その一方で、2011年3月に発生した東北地方太平洋沖地震津波の河川遡上に伴う氾濫、同年7月の新潟福島豪雨における超過洪水、同年秋からの長期にわたるタイ国の洪水氾濫などを通し、河道と氾濫原の水理の一体的な取り扱いの社会的要請が急増してきている。列挙した3つの現象には、河道から氾濫原への流量の供給が複数点ないしは河道にそって連続的に発生するという共通点があり、これまで解析の対象とされてきた、一点だけからの氾濫原に対して氾濫流量が供給される現象とは異なり、従来の手法をそのまま適用することは困難である。類似の問題として、谷底平野における流下型洪水氾濫では上流で越流した氾濫水が下流区間の別の地点から河道への流入現象も認識されているが、この現象も河道と氾濫原を独立に取り扱う手法では適切に再現することは難しい。

上記に列挙した問題は、河道と氾濫原を平面2次元モデルで一体的に解析することが解決法となる。すでに非構造格子を用いた方法³⁾が提案されている一方で、構造格子型を用いた方法についての研究は進んでいない。本研究では直交座標系に基づく河道と氾濫原を一体的に解析する手法について論じる。直交座標系で一体的に解析する際の問題点としては3つが挙げられる。氾濫現象に支配的な影響を与える河道や堤防などの構造物の形状を十分に解析に反映するためには、計算領域全体で細分化された格子を用いる必要があり、上述した3水害のように川幅に対して広大な浸水域を有する現象の解析には1) 多大な計算負荷を要する。格子数を抑制した平面形状の境界適合手法として一般座標系を用いた手法が存在するが、河道の湾曲部の曲率が大きい場合や、分岐・合流部のような複雑な形状を有する場合には、歪曲を抑えた適切な格子の作成には煩雑な手動設定が不可欠である。そのため、2) 格子生成には演算時間と同等かそれ以上の時間を要する。演算時間や精度についての改善を図る研究は多々存在するものの、格子生成に要する時間はこれまであまり言及されていなかったことは大きな見過ごしといえる。河道内を1次元解析、氾濫原を平面2次元解析し、両者を本間の越流公式によって結合する解析手法が提案され、計算負荷を縮減しつつも河道流と氾濫流の一体的な扱いが可能であることが示されている。この手法において河道と氾濫原の接続に用いられる越流公式は漸変流への対応を出発点としており、河川津波のような非定常性の強い現象や横越流への適用にはそれぞれの現象に応じた補正が必要となる。しかし、多様な越流の形態の全てに対応するように補正を行うことは事実上困難であり、氾濫現象において浸水域と浸水深を決定づける重要な要素である3) 越流量の正確な算定には課題が残る。ここまでに列挙した1)～3)の問題点はこれまでに述べたいずれの解析手法でも少なくとも一つは該当する問題である。そのため解析が困難な事例が存在したり、水害外力の種類によって解析手法の使い分けが要求される場合が存在する。本研究ではこれらの問題点を一挙に解決する手法として四分木構造格子を導入した氾濫解析法を提案する。

(2) 四分木構造格子の導入による課題解決

四分木構造格子とは基本となる格子サイズを必要箇所のみ局所的に4の冪乗で分割する格子構成である。この格子構成の導入により解析領域内で能動的な格子サイズの制御が可能となるため、必要とされる精度と解析速度を両立する手法が実現される。また、直交座標を基準としているため計算格子の直交

性は厳密に保持され、一般座標系に見られる境界適合のための座標変換に伴う計算精度や安定性の低下が無いことも利点といえる。さらに、隣り合う格子の大きさは1倍、2倍、1/2倍の3パターンしか存在せず、規則性が高いために計算機による自動生成に適合しやすい。四分木構造格子の特徴を(1)で述べた1)~3)の氾濫解析における問題点と照らし合わせると、まず、局所的な格子の細分化により、河道などの氾濫に支配的な影響をもたらす地形や構造物のみを細分化した格子構成とすることで1)の計算格子数の増大が抑制される。また、格子の自動生成の実現が容易なことから2)で述べた格子生成に要する手間は限りなく軽減される。さらに、河道と氾濫原の両者を平面2次元解析で扱うことで3)の越流公式を用いた河道と氾濫原の接続の課題は解決される。したがって、これまでのことをまとめると四分木構造格子を導入した解析手法は、さまざまな水害外力を起因とした氾濫現象を包括的に扱うことが可能な解析手法といえる。

以上まで、四分木構造格子が地形形状の表現において高い柔軟性を有するとともに効率的な格子構成と格子生成が可能であることを示した。しかし、現状で、河道と氾濫原の一体解析における四分木構造格子の妥当性について詳しく調べられたことがない。このため、本文では、四分木構造格子が有する特有の打ち切り誤差、矩形格子による複雑な自然河川の水理解析の妥当性、さらに平面2次元一体解析の越流量の推定の妥当性について調べる。

なお、四分木構造格子を導入した場合の各面積レベルの格子層の座標系は直交座標系で記述され、それぞれの層内における y 、 y 方向の流量フラックス、水位は以下の式(1)から(3)の浅水流方程式により計算される。また、式(2)、(3)で用いる抵抗係数は、式(4)、(5)により算出する。

$$\frac{\partial h_k}{\partial t} + \frac{\partial M_k}{\partial x_k} + \frac{\partial N_k}{\partial y_k} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial M_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{M_k^2}{h_k} \right) + \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{M_k N_k}{h_k} \right) + g h_k \frac{\partial H_k}{\partial x_k} = -\frac{\tau_{xb}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu_t \frac{\partial M_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\nu_t \frac{\partial M_k}{\partial y_k} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{M_k N_k}{h_k} \right) + \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\frac{N_k^2}{h_k} \right) + g h_k \frac{\partial H_k}{\partial y_k} = -\frac{\tau_{yb}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu_t \frac{\partial N_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial y_k} \left(\nu_t \frac{\partial N_k}{\partial y_k} \right) \quad (3)$$

$$\tau_{xb} = \frac{\rho g n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{\frac{1}{3}}} \quad (4)$$

$$\tau_{yb} = \frac{\rho g n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{\frac{1}{3}}} \quad (5)$$

ここに、 y 、 y は y 、 y 方向の流量フラックス、 yy は時間座標、 y 、 yy は平面座標、 y は水深、 y は重力加速度、 y は水位、 y 、 y は y 、 y 方向の流速、それぞれの変数に下添えされた y は格子面積レベルである。

四分木構造格子における計算は式(1)から(3)で示されているように、一般座標の計算を行う場合とは異なり、座標変換に伴う付加項が不要となる。このため、座標変換時に不可避の格子構成に由来する打ち切り誤差から解放され、物理的に忠実かつ格子構成に依存しない解析が保証されるようになる。

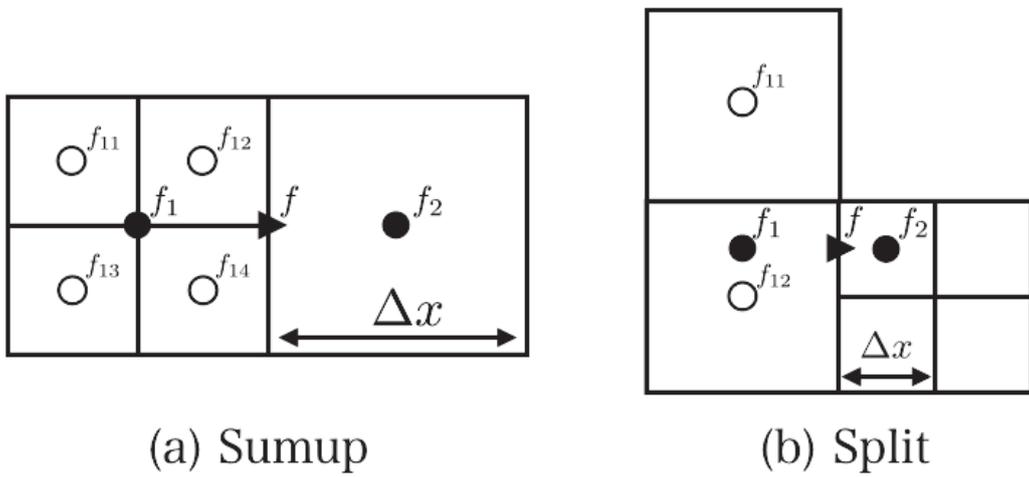


図-2.1 四分木構造格子の接合部における計算点配置

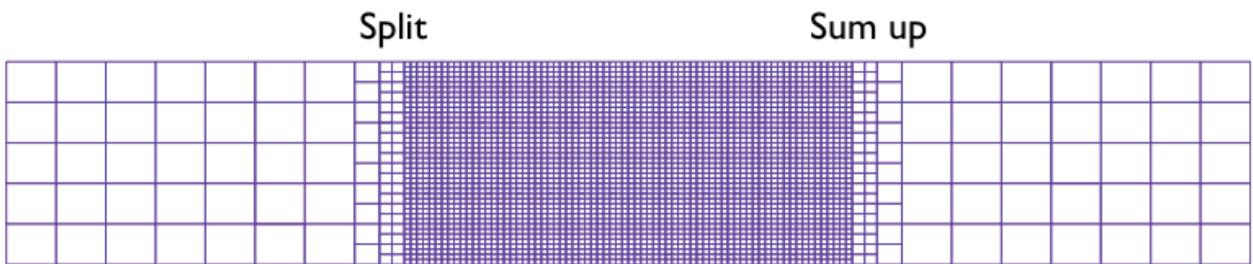


図-2.2 打ち切り誤差の検証のための数値実験に利用した格子構成図

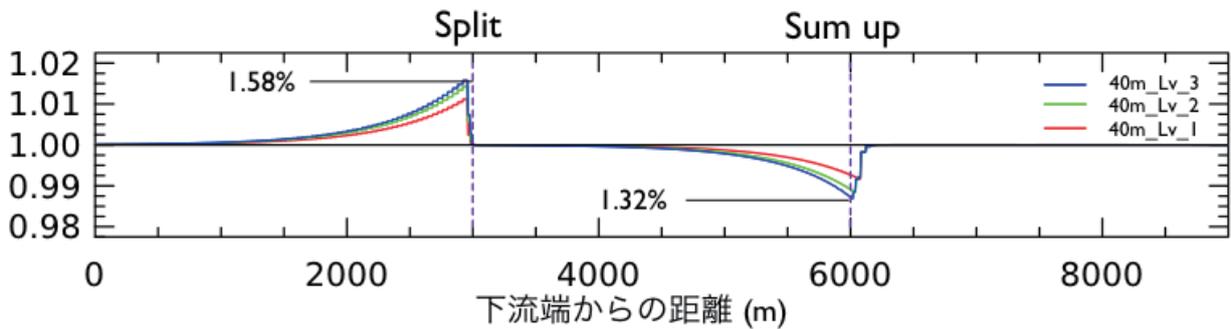


図-2.3 打ち切り誤差による等流水深からのズレ

(3) 四分木構造格子の接合部における打ち切り誤差の理論的検討

四分木構造格子は直交座標系を基礎とするもので、局所的に離散間隔が異なることが特徴である。ここでは四分木構造格子が有する打ち切り誤差の評価式を導出するとともに、数値実験によりその定量評価を行う。

a) 打ち切り誤差の評価式の導出

四分木構造格子には、着目する格子の風上側に格子の辺長が小さい格子が接続するケース (Sumup) と、格子辺長が大きい格子が接続するケース (Split) が存在し、それぞれ異なった打ち切り誤差を生じさせる。ここでは、それぞれのケースの打ち切り誤差の評価式を導出する。

まず、図-2.1(a)に示したsumupのケースにおいて、流下方向における空間的な微分項の差分化について考える。図-2.1(a)中の三角▲ f で示した計算点において、空間的な微分項は

$$f_x = \frac{f_2 - f_1}{\Delta x} \quad (6)$$

を物理量とすると、 y_1 と y_2 から求められる。

この時、 y_1 は図中白丸で示した4点の物理量を算術平均した値であり、これら4点および、 y_2 をTaylor展開して式(6)に代入すると打ち切り誤差として

$$T_x = -\frac{1}{32}[\Delta x^2 f_{xx} + \Delta y^2 f_{yy}] \quad (7)$$

が得られる。

次に、図-2.1(b)に示したsplitのケースにおける誤差項を導出する。 y_1 を y_{11} と y_{12} から線形補間により求めることに注意すると、誤差項として

$$T_x = -\frac{1}{4}\Delta x f_{xx} \quad (8)$$

が得られる。ただし、ここで得られた式(7)、(8)は四分木構造格子が有する打ち切り誤差のうち、長波において支配的となる圧力項の差分化に伴い生じる誤差に対応する評価式である。

式(7)、(8)より、四分木構造格子が有する打ち切り誤差は誤差を集中させる物理量の負の拡散項の形で生じることが分かる。このことから、 y_{xy} が大きくなる箇所において、格子サイズの変化点SumupとSplitを避ける格子配置にすることが注意点として挙げられる。

b) 格子サイズの変化点に着目した数値実験

次に、SumupとSplitが数値解にもたらす影響の程度を調べるため、数値実験を行った。

実験水路は全長9000m、全幅200m、水路勾配が1/1000、粗度係数0.02を想定し、水理条件は上流端には2000m³/s、下流端にはその等流水深を与えた。

格子構成には基本となる格子辺長を40mとし、SumupとSplitにおいて格子辺長が1～3段階変化する3種類の格子構成を用いた。四分木構造格子は、基本となる格子辺長を細分化する対象に向かって格子面積を1/4、1/16、1/64と順に小さくしている。以降は、領域中の最大格子辺長と冪乗の値によって例えば図-2.2のような格子構成を40m_Lv3などと表記する。これに則ると、本数値実験で用いた3種の格子構成は40m_Lv3、40m_Lv2、40m_Lv1と表記される。

c) 実験結果

実験結果として図-2.3に縦断的な無次元水深を示す。理論値からのずれは40m_Lv3の結果がSplitにおいて最大1.58%を示すにとどまり、等流条件においては良好な解が得られることが示された。非定常性の強い現象に関する検証には若干の余地は残るものの、津波や洪水波などの長波に対しては十分許容出来る誤差であることが推測できる。

(4) 矩形格子による自然河川の水理解析への適用性の検討

四分木構造格子を導入することで一般的な汎用解析モデルが有する弱点を克服できる見込みがあることは前章に述べたとおりである。四分木構造格子は矩形格子を基本としたいわゆる重合格子構成法であるが、過去に複雑な形状の自然河川の水理解析における矩形格子の妥当性について研究した例はほとんど無いようである。これは、平面形状の境界適合に細密な格子分割が要求されることがその理由として推測される。この章では、水路実験の再現計算により矩形格子の自然河川の水理解析への適用性を示すとともに、要求される格子密度の程度を検証した。

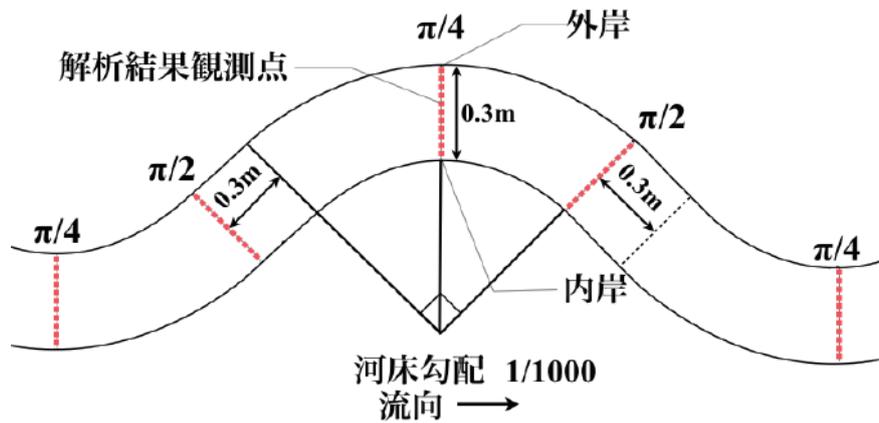


図-2.4 玉井らの蛇行流路の平面図

a) 検証計算の対象とした実験水路

対象は玉井ら⁴⁾による蛇行部における流況把握を目的とした実験とした。彼らの実験水路はわん曲部と30cmの直線部で構成された蛇行区間が10個連続して配置され、各区間内で水理量が測定されている。図-2.4に水路の一部を示す。なお、この実験における蛇行波長や蛇行曲率などの水路形状および水理量は、自然河川で見られる水理条件の範囲に収まるように配慮されている。本章では、この水路を対象に水路幅を3分割、6分割、12分割できる程度のサイズの格子を用いた3ケースの解析を行った。

b) 計算条件と支配方程式

上流端と下流端の境界条件にはそれぞれ定常流量 1.96 l/s と等流水深を与え、マンニングの粗度係数は 0.012 とした。支配方程式には2次元の浅水流方程式を用いた。

c) 解析結果

図-2.5に解析結果を示す。図には得られた水深を10個の蛇行区間の同位相断面で平均化し、解析水深 h_{num} を実験値 h_{exp} で除した値の水路横断方向分布を示した。

まず、上段の蛇行曲頂部に着目すると、3ケースの解析結果とも、蛇行曲頂部の内岸で実験値に比べやや高め的水深を示すことが分かる。この要因として、平面2次元解析では湾曲部での非静水圧性と慣性力が十分に反映されていないことが考えられる。また、直線部、蛇行部共に横断方向3分割の解析結果が実験値に比べて全体的に低く評価されている。これは横断方向に3分割程度の解像度では川幅が広く評価されていることが理由である。しかしながら、各解析結果の実験値からのずれは5%以内に収まり、流況の把握で要求される精度は十分に満たすと考えられる。求められる格子密度は、地形の起伏の度合いや対象とする現象によって異なるが、平面形状の境界適合に関して言えば、蛇行の連続する自然河川の水理解析であっても、極端に細密な格子分割を設定せずとも水理量の算出は可能であることが分かった。

(5) 平面2次元一体解析による越流量推定の妥当性の検討

河道と氾濫原の接続する方法には、本間の越流公式を用いることが一般的となっている。この手法は漸変流への対応を出発点としおり、実際の氾濫現象における越流量推定のためには、横越流特性や堤内地の水理状態を考慮した補正が求められる。しかし、多様な氾濫形態を示す実現象の全てに対して適正な補正を施すことには限界が有り、流下型洪水氾濫のように越流と河道への再流入を繰り返す、越流量の推定が氾濫プロセス決定に密接に関係する現象に対してこの手法を適用することは事実上困難である。

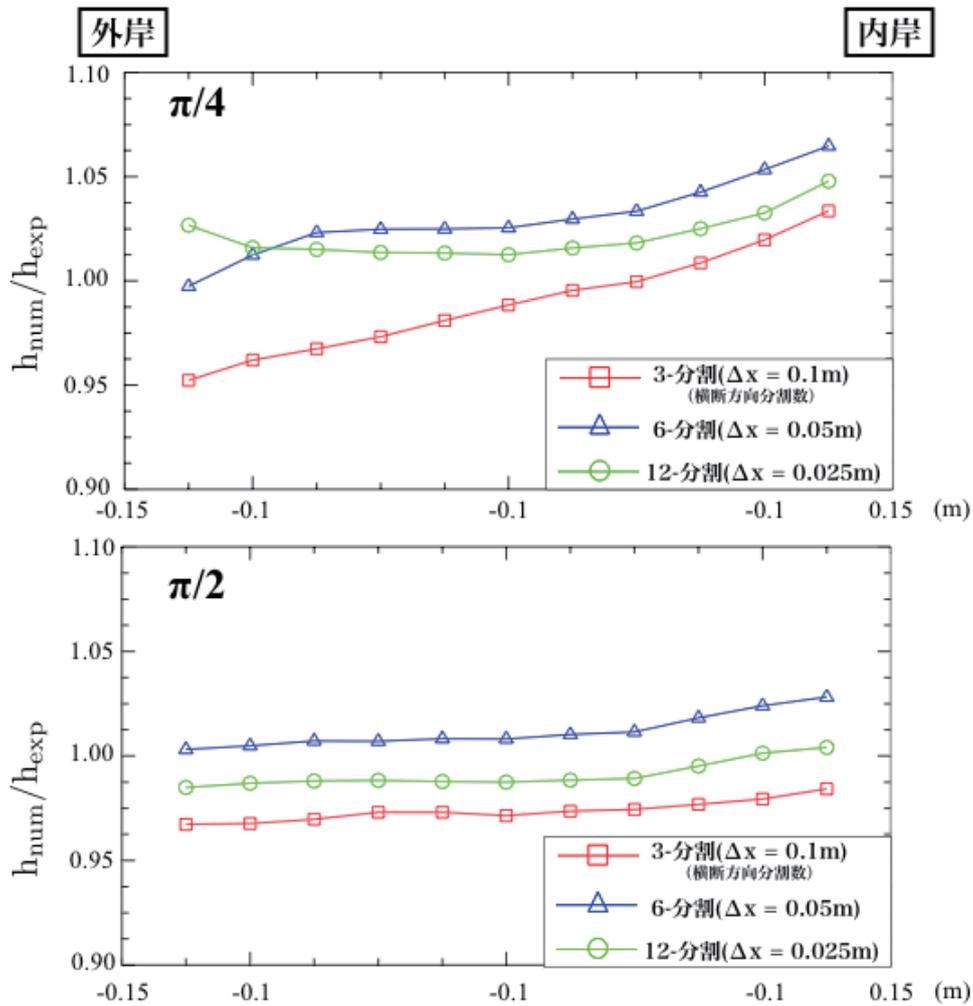


図-2.5 横断方向分割数ごとの同位相平均水位（上段：蛇行曲頂部，下段：直線部）

この課題に対して、河道と氾濫原を平面2次元解析で一体的に取り扱うことは、横越流特性や堤内地の水利状態など越流現象に支配的な因子を包含した上で越流量を算定している手法といえる。

この章では模型実験の再現計算を行い、平面2次元一体解析による越流量推定の妥当性を検証する。

a) 検証計算の対象とした実験の概要

対象としたのは秋山ら³⁾により実施された破堤氾濫流の横越流特性の把握を目的とした模型実験である。模型は水路長3.0mの矩形断面水路部、その左岸側の法面勾配2割の堤防部、及び氾濫原部で構成され、堤防部には幅0.4mの破堤部が設けられている。なお、実験は完全越流と潜り越流の2つの越流形態で行われたが、特に河道内と氾濫原との相互作用の強いもぐり越流を対象とした。

b) 計算格子

計算には、領域全体に4cmと2cmの格子を配置した2ケースに加えて、水路部と氾濫原部を4cmとし堤防部と破堤部のみを2cmとする四分木構造格子の計3ケースの格子構成を用いた計算を行い、それぞれの越流量の解析結果 Q_{cal} と実験値 Q_{exp} との比較を行った。

c) 解析結果

図-2.6に解析結果の水位と流速ベクトルを示す。図-2.6中左下の河道上流部には $0.0168\text{m}^3/\text{s}$ を定常で

与え、右下の下流部には実験で得られた水位を境界条件としてそれぞれ与えた。また、上端は堰高0.035mの刃型堰になっており、堰高に限界水深を加えた水位を境界条件として与えた。なお、左右境界は壁になっており、流出は上端部のみである。

図中には破堤部の流況を拡大したものも示している。これを見ると、破堤部において流行が下流側へ寄る特徴的な流況は再現しているものの、実験値に比べ解析結果は水位が大きく評価されている。これは流出水の流速が解析結果のほうがやや大きく評価され、下流側の堤防部の水衝部の水位が上昇したものと推測される。一方、氾濫原部での流況に着目すると、水位分布及び、流出水が氾濫原部で左右に循環している様子を再現している。

図-2.7には越流量の解析結果 Q_{cal} と実験値 Q_{exp} を比較したものを示す。これによると、領域全体に4cmの格子を設定した解析結果は実験値から8%の差異が見られるものの、領域全体に2cmの格子を設定したケースと、破堤部と堤防部での格子間隔を2cmに設定したケースではいずれも良好に越流量を再現した。平面2次元解析では、流出水の流向や堤内地の水位など加味した越流現象の計算が可能であり、氾濫流量を正確に再現することが分かった。

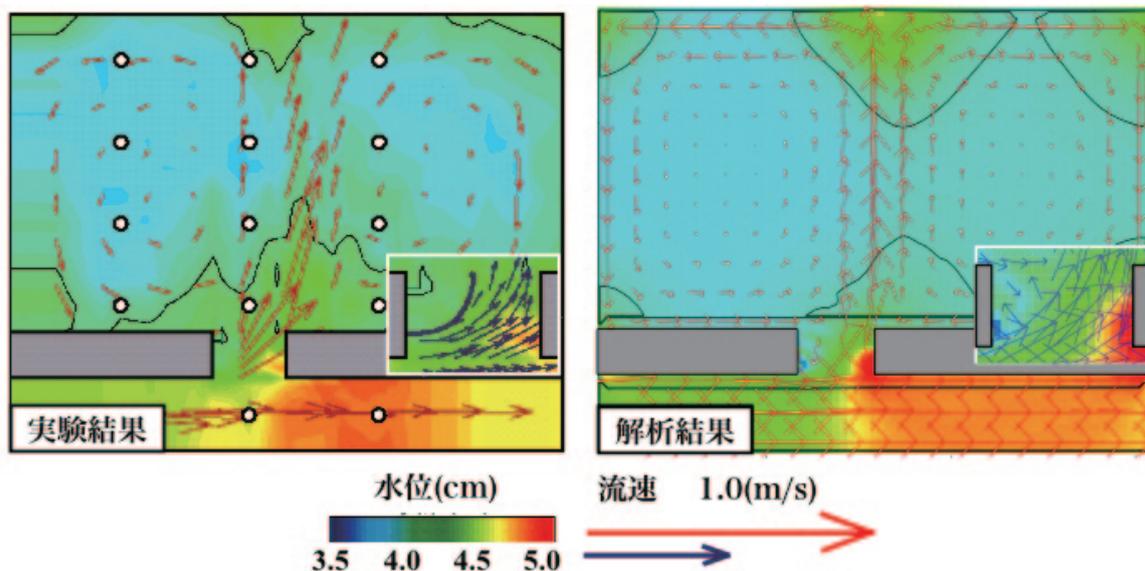


図-2.6 秋山らの実験結果と四分木構造格子による解析値との比較

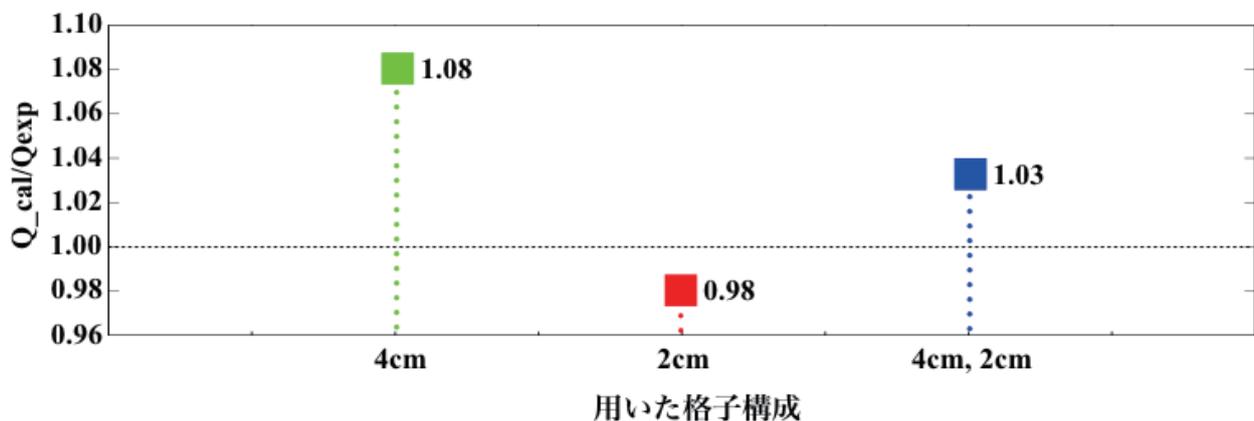


図-2.7 格子構成ごとの越流量の比較

(6) 実流域への適用

a) 対象流域

2011年7月に発生した新潟福島豪雨は、総降雨量が1000mmに迫り、新潟県内をはじめとする各地に様々な形態の水害をもたらした。この章では流下型氾濫となり、河道沿いに甚大な被害が生じた信濃川水系上流域の塩谷川の洪水氾濫被害の再現計算を行い、四分木構造格子を用いた解析法の実河川における氾濫解析への適用性について検証する。

b) 計算格子

図-2.8に解析に用いた格子図を示す。この領域内の平均的な川幅は45m程度であり、(3)において検討した必要分割数を踏まえ、河道とその周辺を5m、氾濫原を10m、20mとする四分木構造格子を構成して計算格子として用いた。なお、標高が100m以上となる山地部については除外した格子構成とした。四分木構造格子は、基本となる格子の辺長を細分化する対象に向かって格子面積を1/4、1/16、1/64と順に小さくしている。

図-2.8に示した20m_Lv2の格子構成では、河道内の地形は矩形格子ながら横断方向に9個程度の格子によって分割されていると判断できる。なお、図-2.8は紙面での明瞭な判読が可能なように、実際に数値計算に用いた格子辺長を5倍とした格子構成図を掲載した。5mの格子を用いる場合に比べて、このような四分木構造格子による格子構成では領域全体の格子数を約85%削減できることがわかった。

安田らにより考案された四分木構造格子の自動生成法で必要とされる情報は、境界適合や局所的な高解像度化を実施する点や線分の位置情報、基本となる格子の辺長、分割階層数のみである。これらの簡便かつ少量の入力情報を基に自動的に格子が生成される。その際、例えば基本格子と合わせて4つの階層を有する40m_Lv3は、一般的なノートパソコン程度の処理能力でさえ数十秒以内で格子生成が完了する。

c) 初期条件・境界条件

初期条件として、解析領域全体で水深が0mになるように設定した。図-2.8中の右下にU/S B.Cと示し

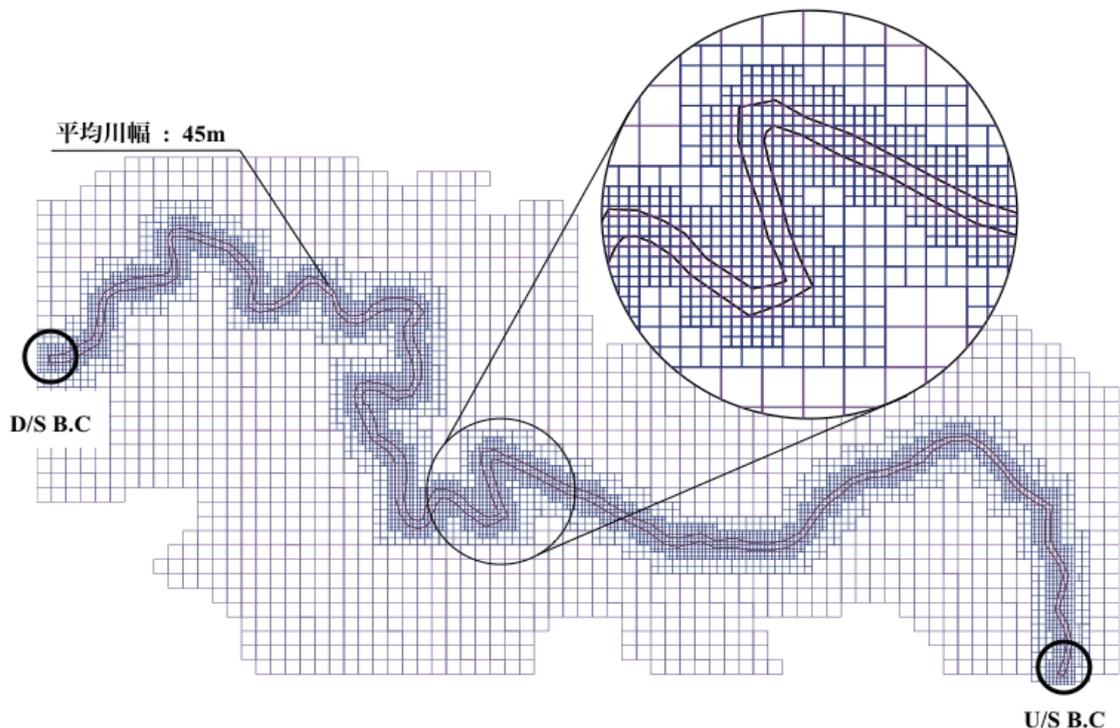


図-2.8 四分木構造格子による塩谷川流域の格子構成図

た上流端には 2011 年新潟・福島豪雨で観測された流量ハイドロを，図中左の下流端には同流量ハイドロを与えた1次元解析に基づき算出した水位をそれぞれ境界条件として与えた。

d) 解析結果

・浸水域の再現性

再現計算の結果を図-2.9に示す。図には浸水域が最大となる時刻の水深コンターを示した。灰色の実線で囲まれた浸水実績と計算結果の浸水域を比較すると全体に良好な再現性を示していることが分かる。この洪水氾濫では，上流区間での越流により下流区間へのピーク流量到達時間に遅れが生じるという現象や，上流区間から流出した水が下流区間から流入するという現象が確認された。このような現象は既往の氾濫解析では取り扱いが困難であるが，領域中を一体的に解析したことで，河道流と氾濫流が相互に影響する様子を忠実に再現することが可能となった。

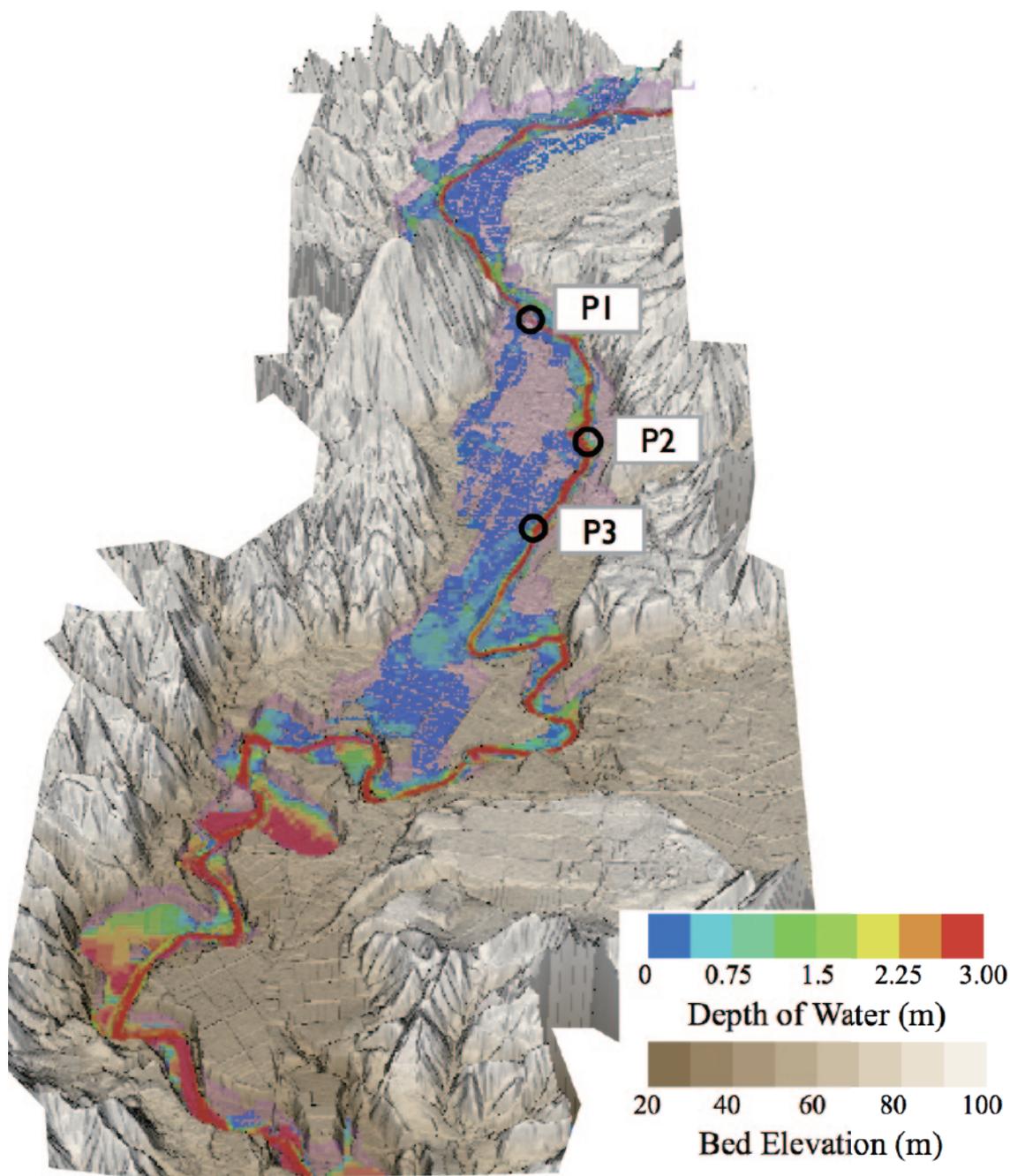


図-2.9 四分木構造格子を用いた河道氾濫原一体解析による塩谷川流域の最大水深分布図

・ 氾濫流出量

図-2.10には図-2.9中の黒丸で示したP1からP3地点における河道から氾濫原への流出量の時間的な変化を示した。また、図-2.11にはP1地点における様々な格子構成による河道幅や堤防がどのように解像されているかについて示した。

緑で示した領域全体を20mで分割した結果は、赤で示した領域中を全て5mで分割した結果から100%以上過大評価していることが分かる。この理由には、領域全体を20mの格子長とした格子構成では、図-2.11からもわかるように氾濫現象を規定する河道幅と堤防幅を十分に解像できないため、結果として河道の流下能力が実地形よりも大幅に小さく評価されるとともに堤防の天端高が適切に解析に反映されなかったことが要因として挙げられる。一方で青で示した20m_Lv2の結果は領域全体を5mで細分化した結果と極めて近い値を示す。このことから、河道周辺の標高を適切に解析に反映させることが非常に重要であることが分かる。

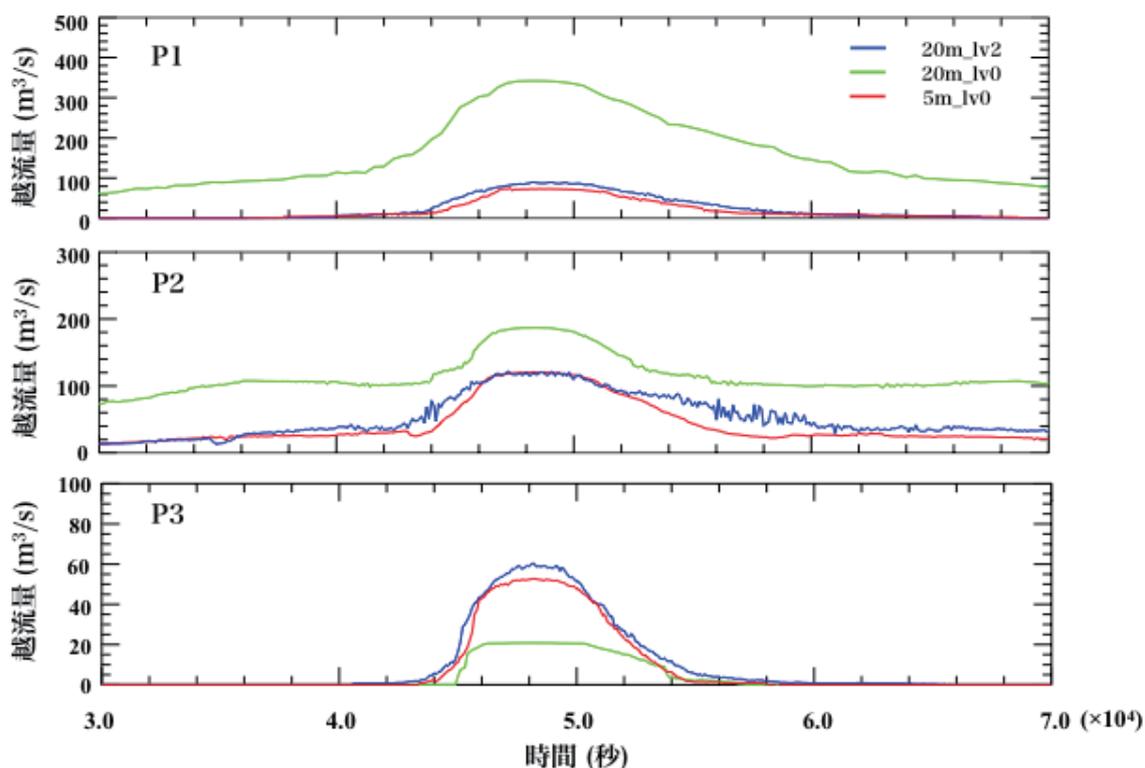


図-2.10 格子構成の違いによる河道からの越流量の比較

・ 格子数及びCPU時間の削減率

上述した格子構成の他に、2ケースの格子構成により計算を行い、計算負荷の削減傾向を調べた。なお、各ケースとも河道周辺は5mになるように設定した。図-2.12には、基本となる格子を10m、20m、40mとした場合（10m_Lv1、20m_Lv2、40m_Lv3）それぞれの格子数とCPU時間の、全て5mで計算した場合からの削減率を示した。

河道と氾濫原で格子サイズを使い分けることで格子数は10m_Lv1で70%程度、40m_Lv3では90%近く削減されている。領域中の地形の起伏の度合いや求める精度により選択する格子構成と削減率は異なるが、氾濫原と河道とで格子サイズを使い分けるこの格子構成は、対象とすべき領域が広くなり、相対的に川幅が小さくなるにつれてより顕著に計算負荷の削減傾向が現れると考えられる。

CPU時間についても格子数に応じて70%~80%の削減率を示した。図-2.8に示した20m_Lv2の格子構成であれば、十分な解析精度を有しつつも領域全体で細密な格子を用いる場合と比べて74%程度CPU時間を削減することが可能である。

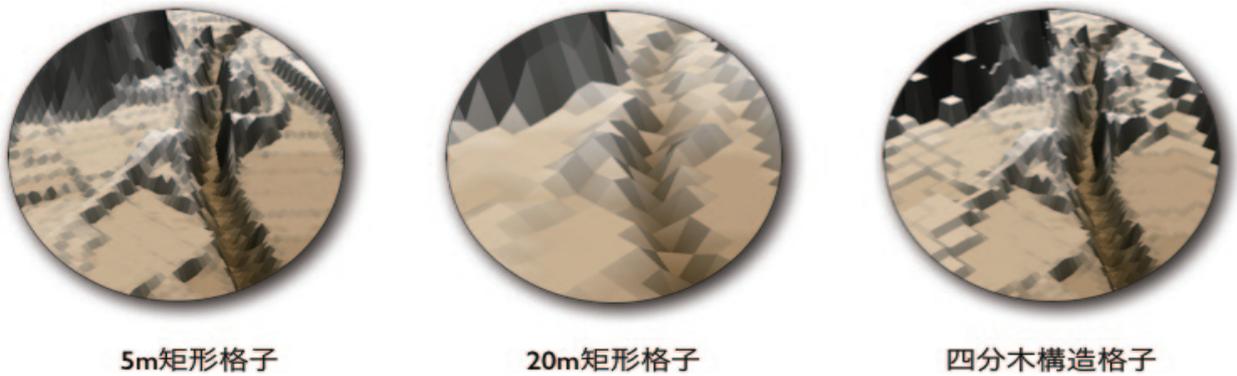


図-2.11 P1地点における格子構成の違いによる河道幅と堤防の解像度の比較

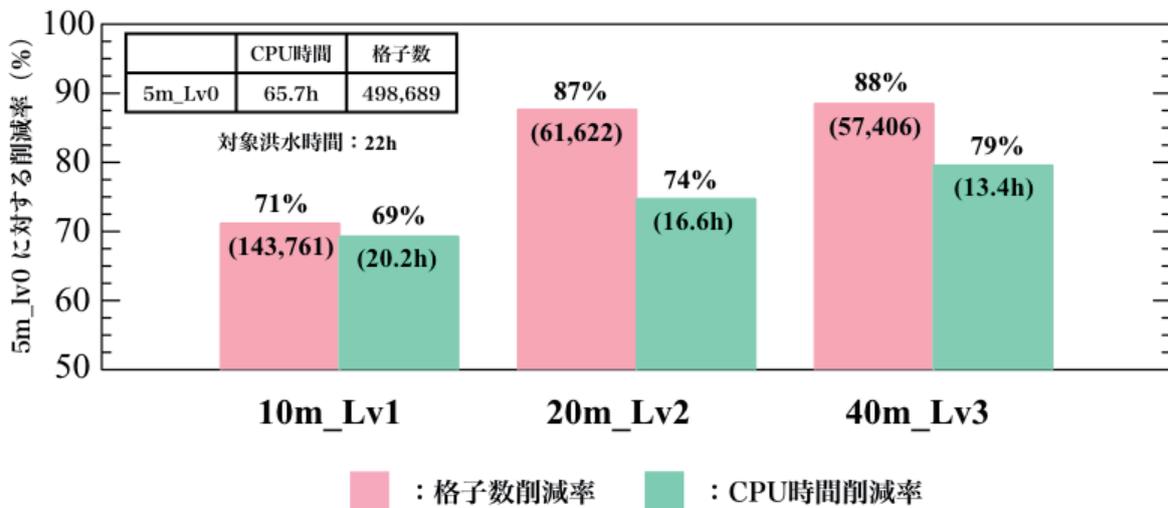


図-2.12 格子数と演算時間の削減率

(7) 結論

四分木構造格子を導入した氾濫解析手法を提案し、四分木構造格子が有する打ち切り誤差の考察と、それが数値解に及ぼす影響、矩形格子による自然河川の水理解析の適用性、さらに平面2次元一体解析による越流量の推定法の妥当性について検証を行ってきた。また、本手法を実現象に適用し、その再現性を示すとともに、格子の削減傾向を定量的に評価した。その結果、本解析手法が氾濫解析において良好な再現性を有すること、また、全てを単一サイズの格子で計算する場合と比べて少なくとも70%以上CPU時間を削減することが分かった。この削減傾向は川幅に対して解析領域が広大となる解析においてより顕著となると考えられ、本研究で示した平均川幅が数十m、浸水面積が数十平方km規模の水害だけでなく、平均川幅200mの河道に対して18,000平方kmに及ぶ浸水面積を生じた2011年のタイ国チャオプラヤ川における氾濫のような大規模水害にも対応し得る手法のひとつといえる。

河道と氾濫原を一体的に解析することで従来のモデルが有する越流現象の取り扱いに関する課題を解決し、また、局所的な高解像度化により解析の精度と速度を両立した本手法は、多様なスケールと氾濫形態に適用可能な手法であると言える。

参考文献

- 1) 岩佐義朗, 井上和也, 水鳥雅文, 氾濫水の水理の数値解析法, 京都大学防災研究所年報, 第23号B-2, pp.305-317, 1980.
- 2) 福岡捷二, 川島幹雄, 松永宜夫, 前内永敏, 密集市街地の氾濫流に関する研究, 土木学会論文集,

NO.491/2-27, pp.51-60, 1994.

- 3) 秋山壽一郎, 重枝未玲, 梅木雄大, 伊藤雄亮, 破堤氾濫流の横越流特性と河道・氾濫域包括解析の適用性の検討, 水工学論文集, Vol.54, pp.853-858, 2010.
- 4) 玉井信行, 池内幸司, 山崎晶, 連続わん曲水路における流れの実験的研究, 土木学会論文報告集, Vol.331, pp83-94, 1983.