

擬河道網における流出モデルの確率応答特性

Stochastic Response Characteristics of Runoff Model in the Simulated Channel Network

田中 岳
Gaku TANAKA

北海道大学大学院 工学研究科

要 旨

洪水氾濫のような水災害の防止や、減災害を目的とした予測問題は、水工学が扱う重要課題である。この洪水予測では、トレードオフの関係にある“迅速”でかつ“高精度（推定値と誤差を含み）”な情報提供が求められる。ただ、人口と社会資本が下流域に集中する日本のように、山地域から都市域に至る広い流域（全流域）に対応した流出解析システムは、十分に確立されていない現状にある。

本研究は、全流域内のサブ流域に対応する山地域規模の小・中流域を対象にして、降雨流出現象を物理的に記述した分布定数系モデル（物理モデル）を基本モデルとして、これと等価な特性を有し、かつ計算負荷の小さい新たな集中定数系モデル（概念モデル）を開発することを目的とする。その基礎研究として、本報告では、サブ流域の流出特性を集約化したこの基本モデルの確率応答特性を推定し、その妥当性を評価するものである。

《キ - ワ - ド：流出解析システム；河道網構造；確率応答特性》

1. はじめに

自然災害の発生件数とその被災者数に関して、水災害（洪水、氾濫、暴風雨、土砂）のそれらの割合が、近年になり著しく高い傾向を示すと報告されている¹⁾。水災害が一度発生すると、その被害の拡大は、主にアジア地域に見られる水文観測の不十分な流域や、国内では地方自治体が管轄し河川整備が十分に行き届かない二級河川の流域に集中する傾向にある²⁾。IAHS（International Association of Hydrological Sciences）等を中心とした PUB（Prediction in Ungauged Basin、水文観測の不十分な地域におけるハイドログラフの推定を目的とした研究）に関する国際的な研究プロジェクトが、積極的に推進されているのは、このような背景にある。

洪水予測を対象とした流出解析システムを構築する上では、“迅速”でかつ“高精度”な情報提供が求められるという観点から、これまでに提案されてきた流出モデルの特徴を評価し、流出解析システムを構築する必要がある。流出解析システムを構成する流出モデルは、一般に、分布定数系モデルと集中定数系モデルとに大別される。表-1は、それらの特徴をまとめたものである。

本研究の目的は、山地域規模の小・中流域を対象にして、降雨流出現象を物理的に記述した分布定数系モデル（物理モデル）を基本モデルとして、これと等価な特性を有し、かつ計算負荷の小さい新たな集中定数系モデル（概念モデル）を開発することにある。将来的には、洪水予測を対象に、山地域から都市域に至る広い流域（全流域）を対象とした流出解析システムを構築する手法を確立する。なお、本報告は、既発表の報告³⁾とその後の成果をまとめたものである。

表-1 流出モデルの特徴

	長 所	短 所	対象流域の規模
分布定数系モデル	物理モデルであるため、解析結果への物理的解釈が明らかである。	不確定なモデルパラメータが多く、解析の際、大きな計算負荷がかかる。	時間的・空間的に変化する降雨や、斜面、河道での流れを捉えられるため、広い流域での採用に威力を発揮する。
集中定数系モデル	概念的で単純な構造をなすモデルであるため、モデルの理解と利用が容易で、計算負荷も小さい。	モデルパラメータの物理的な意味付けが弱い。	降雨や流れの時間的変化のみを捉え、空間的には平均化しているため、狭い小さな流域での採用が望ましい。

2. 流出解析システム

本研究では、全流域を対象とした流出解析システムを

- (1) 解析の対象となる流域の全体を幾つかのサブ流域と河道とに分離（図-1）。
- (2) サブ流域には、集中定数系モデルを採用。
- (3) 両岸に斜面が連結した河道には、分布定数系モデルを採用。

することにより構築することを基本とする。上記システムでは、流域の一部を集中定数系モデルで表現するため、計算負荷を抑えることが可能となる。なお、流域末端（都市域の上流端）での水位（流出量）の変動の遅れに影響を与える河道での流れを分布定数系モデルで表現するため、全流域の一部を集中定数系モデルで表現したとしても、洪水予測の誤差をある範囲に抑えることが期待される。つまり、このシステムでは、集中定数系モデルと分布定数系モデルがもつ短所を互いに補いながら、“迅速”でかつ“高精度”な情報提供を実現されることになる。さらに、全流域を分布定数系モデルのみ

で表現した場合と比べて、システムの理解と運用が容易になることが期待されるため、洪水予測の技術力が不足する地域での流出解析にも十分に適用可能となる。

このような流出解析システムの構築手法の確立は、学術的に見て重要性が高い。ただ、以下に示す二つの未解決課題を克服する必要がある。

- (A) 個々のサブ流域に対応した集中定数系モデルの選択
- (B) 集中化に伴う洪水予測精度の評価

これらは、サブ流域の大きさを制限することになる。

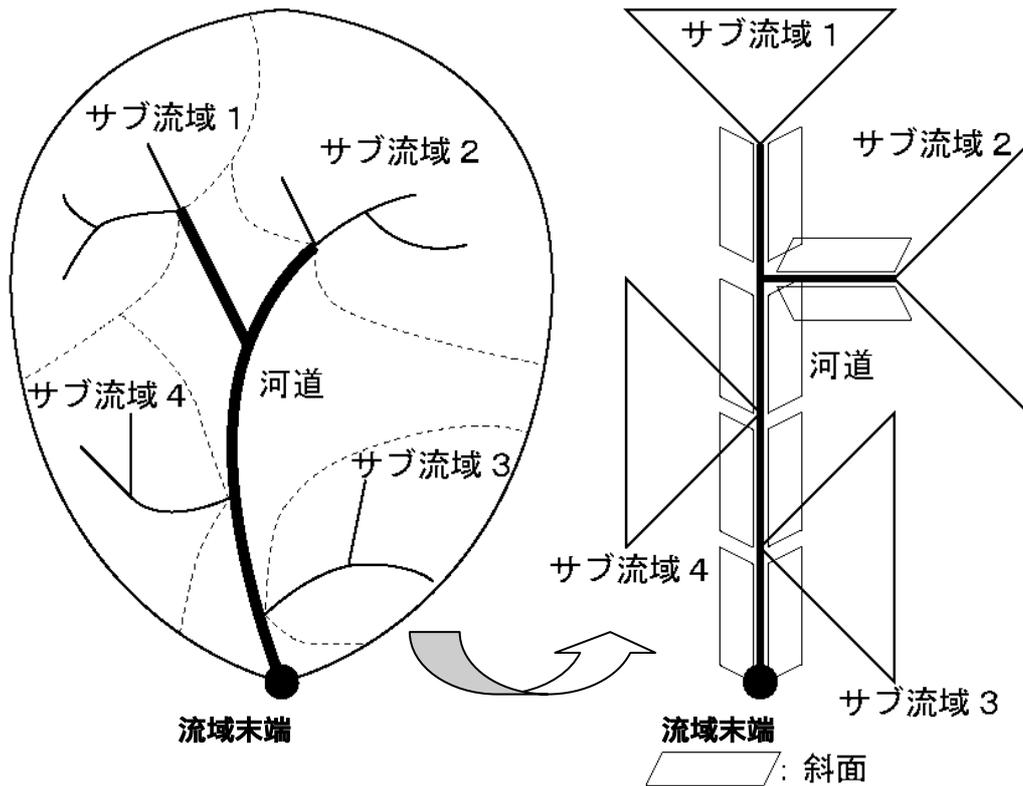


図-1 分割された流域の概念図

3. サブ流域の流出特性の集約化

洪水予測を対象とした流出解析システム構築のためには、上記(A)の克服が第一の課題となる。本研究では、サブ流域の流出特性を集約化した基本モデルの確率応答特性と、集中定数系モデルの確率応答特性との比較に基づいて、モデルの選択とモデルパラメータの定式化（物理的な意味付け）を目指している。これは、観測された降雨時系列データが確率的に変動することを踏まえて、各モデルを確率微分方程式で表現し、時間変化する流出量の確率密度関数を与えることを基本とするもので、高棹らの手法⁴⁾を一般化した方法である。これまでのモデルパラメータの推定手法は、推定に用いられた降雨時系列データの波形に依存していた。しかし、本手法では、降雨を確率分布形に依存しない確率変数として表現することで、任意の降雨時系列を模擬することが可能である。従って、定式化されたモデルパラメータが普遍性を持つことが期待される。

(1) 地形のモデル化

実際の地図から流域の全体を河道と斜面とに分離して得られた河道網構造は、一般に自己相似性を持つことが知られている。図-2は、実際の流域と同様に、その河道網構造が自己相似性を持つ模擬されたサブ流域を表している。本研究では、図-2のような模擬されたサブ流域を採用し、まず流域面積の変化と流域末端での流量の1~4次モーメントとの関係の定量化を目指す。なお、ここで得られた結果は、定常状態の仮定と線形理論に基づく従来の研究成果⁶⁾を含み、かつ非定常・非線形な条件下にまで拡張された評価をも与える。

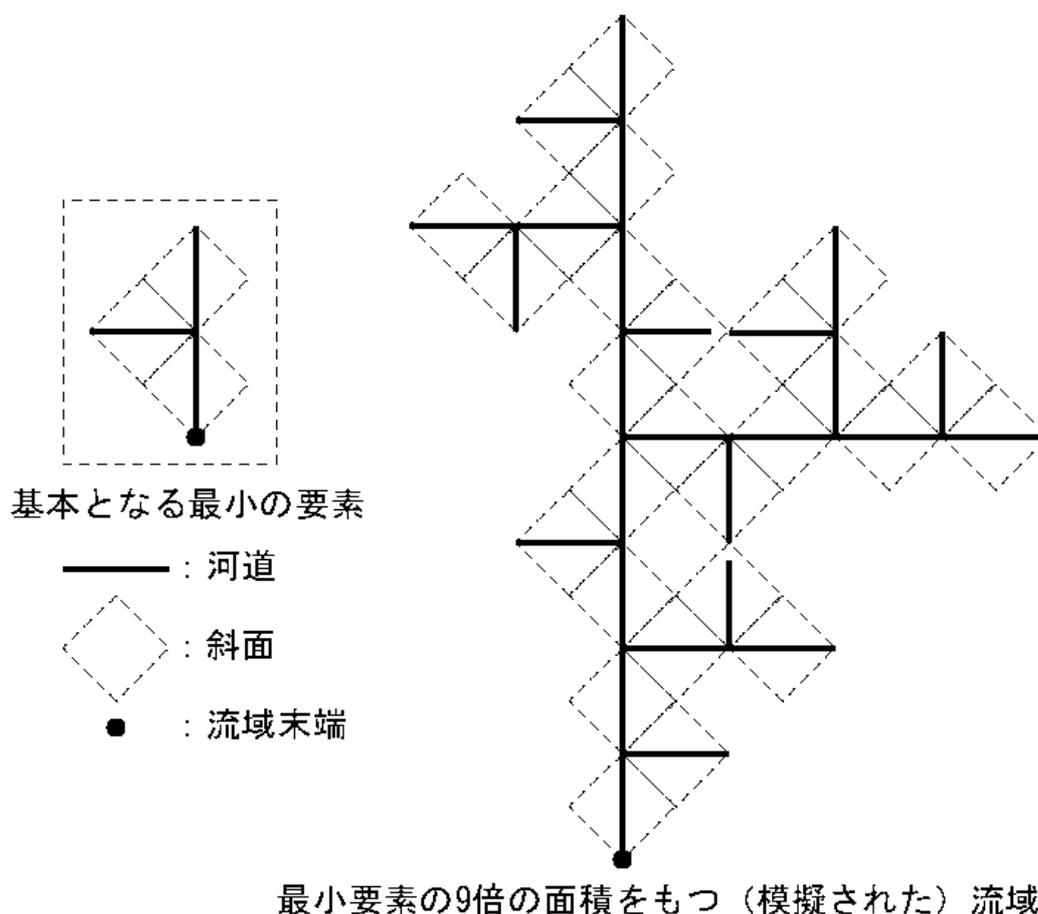


図-2 模擬されたサブ流域⁵⁾

(2) 流出モデル

洪水予測を対象として山地域を考えると、河道にも斜面にも射流流れの等流近似が成立する。つまり、流出モデルとして河道にも斜面にも Kinematic Wave モデル（分布定数系モデル）の採用が可能となる。次に、洪水時の流れの様子を考えると、河道では一次元的な流れを仮定しても十分である。一方で、斜面では二次元的に流れを扱う方が良い。しかし、二次元的な斜面の流れを条件として理論的に確率応答特性を求めることは非常に難しい問題となる。そこで、斜面での流れは、例えば藤田⁷⁾の研究成果から貯留型流出モデル（集中定数系モデル）を採用することにする。

$$s_h = k_h q_h^{p_h} \quad (1)$$

$$\frac{ds_h}{dt} + q_h = r \quad (2)$$

ここで， s_h : 貯留高(L); q_h : 流出高(LT^{-1}); r : 降雨強度(LT^{-1}); t : 時間(T); k_h : 貯留係数($L^{1-p_h}T$); p_h : 貯留指数(1)を示す．また，斜面での流れに対しては Manning 則を仮定し，係数 k_h と p_h に次式を用いる．

$$k_h = 0.625 \left(\frac{n_h}{\sqrt{i_h}} \right)^{\frac{3}{5}} \left(\frac{l_0}{4} \right)^{p_h} \quad (3)$$

$$p_h = 0.6 \quad (4)$$

ここで， n_h : 等価粗度($L^{-1/3}T$); i_h : 斜面勾配(1); l_0 : 二つの三角形斜面が連結された河道の長さ(L)を示す．なお，流量の時間変化は，斜面よりも河道での流れに支配される．従って，サブ流域の一部(斜面)を貯留型流出モデルで置き換えても，流域末端での流量の時間変化に与える影響は小さいことを付記する．

一方，河道での流れに対しては，横断面を矩形として Kinematic Wave モデルの採用が適切である．ただ，以後の理論展開を容易にする観点から，本研究では，Chezy 則に従う集中化されたモデルを用いることにする．

$$s_i = k_i q_i^p \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{ds_{i+1}}{dt} + q_{i+1} = Aq_h + q_i + q_m, & i = (2l-1)m \\ \frac{ds_1}{dt} + q_1 = Aq_h \end{cases} \quad (6)$$

$$k_i = C^{-\frac{2}{3}} i_i^{-\frac{1}{3}} l_0 w_i^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

$$p = \frac{2}{3} \quad (8)$$

ここで， s_i : 貯留量(L^3); q_i : 流出量(L^3T^{-1}); k_i : 貯留係数($L^{3(1-p)}T^p$); p : 貯留指数(1); C : Chezy 係数($L^{1/2}T^{-1}$); i_i : 河床勾配(1); w_i : 河幅(L); $m = 2^{n-k}$; $k (\leq n)$: 自然数; $l (\leq 2^{k-1})$: 自然数を示す．なお，添え字 $i (\leq 2^n)$ は，河道(リンク)の位置を表す．例えば， $i=1$ は上流端の河道(外部リンク)を， $i=2^n$ は下流端の河道(内部リンク)をそれぞれ表す．図-2 は， $n=3$ として模擬されたサブ流域となっている．また， $i (> 2)$ 番目の河道での河床勾配 i_i および河幅 w_i については，これより上流側の流域面積 A_i の関数として次式により与えるものとする．

$$i_i = i_0 (A_i/A)^{-0.5} \quad (9)$$

$$w_i = w_0 (A_i/A)^{0.5} \quad (10)$$

なお，二つの三角形斜面と河道からなる要素の面積 A および A_i については，

$$A = 0.5l_0^2 \quad (11)$$

$$A_i = A \sum_k^n \left[\frac{i-1}{2^{n-k}} + 1 \right] 3^{n-k} + iA \quad (12)$$

[]: Gauss 記号

により与えられる。

4. 基本モデルの確率応答

周知のように、観測された降雨時系列データが確率的に変動することから、降雨流出現象は確率過程に属する。本研究では降雨強度の確率特性が既知の条件下で、基本モデル（ i 番目の河道での流出量 q_i ）の確率特性（平均値 \bar{q}_i と分散 $\sigma_{q_i}^2$ ）を理論的に推定する。

これまでに藤田ら⁸⁾を中心とした研究グループでは、非線形確率微分方程式の解法に従事してきた。本研究でも同様に、その手法を用いて基本モデルの確率特性を推定する。以下に、その誘導過程を示す。各変数（確率変数）を平均値（bar 記号）とそれからの偏差（tilde 記号）とに分離すると、降雨強度 r 、貯留高 s_h および流出高 q_h は、

$$r = \bar{r} + \tilde{r} \quad (13)$$

$$\langle \tilde{r} \rangle = 0 \quad (14)$$

$$s_h = \bar{s}_h + \tilde{s}_h \quad (15)$$

$$\langle \tilde{s}_h \rangle = 0 \quad (16)$$

$$q_h = \bar{q}_h + \tilde{q}_h \quad (17)$$

$$\langle \tilde{q}_h \rangle = 0 \quad (18)$$

のように表される。ここで、 $\langle \rangle$ は、期待値をとる演算を意味する。式(1)、式(2)から q_h を消去することで、次式を得る。

$$\frac{ds_h}{dt} + D_h s_h^{m_h} = r \quad (19)$$

$$D_h = \left(\frac{1}{k_h} \right)^{m_h} \quad (20)$$

$$m_h = \frac{1}{p_h} \quad (21)$$

式(19)の非線形項（指数型の確率変数） $s_h^{m_h}$ に対して、Bras ら⁹⁾の近似式を採用すると、

$$s_h^{m_h} = \alpha_h \bar{s}_h + \beta_h \tilde{s}_h \quad (22)$$

α_h と β_h は、次式により与えられる。

$$\alpha_h = \bar{s}_h^{m_h-1} \left\{ 1 + \frac{1}{2} m_h (m_h - 1) \frac{\langle \tilde{s}_h^2 \rangle}{\bar{s}_h^2} + \frac{1}{6} m_h (m_h - 1) (m_h - 2) \frac{\langle \tilde{s}_h^3 \rangle}{\bar{s}_h^3} + \dots \right\} \quad (23)$$

$$\beta_h = \frac{\bar{s}_h^{m_h+1}}{\langle \tilde{s}_h^2 \rangle} \left\{ m_h \frac{\langle \tilde{s}_h^2 \rangle}{\bar{s}_h^2} + \frac{1}{2} m_h (m_h - 1) \frac{\langle \tilde{s}_h^3 \rangle}{\bar{s}_h^3} + \frac{1}{6} m_h (m_h - 1) (m_h - 2) \frac{\langle \tilde{s}_h^4 \rangle}{\bar{s}_h^4} + \dots \right\} \quad (24)$$

式(13)、式(15)および式(22)を式(19)に代入し、両辺の期待値をとることで次式が導かれる。

$$\frac{d\bar{s}_h}{dt} + D_h \alpha_h \bar{s}_h = \bar{r} \quad (25)$$

なお，

$$\bar{q}_h = D_h \alpha_h \bar{s}_h \quad (26)$$

である．式(25)を式(19)から差し引くことで，次の確率微分方程式が得られる．

$$\frac{d\tilde{s}_h}{dt} + D_h \beta_h \tilde{s}_h = \tilde{r} \quad (27)$$

なお，

$$\tilde{q}_h = D_h \beta_h \tilde{s}_h \quad (28)$$

である．上式を k 乗し，両辺の期待値をとることで， q_h の k 次モーメント $\mu_{q_h,k}$ が得られる．

$$\mu_{q_h,k} = (D_h \beta_h)^k \mu_{s_h,k} \quad (29)$$

そこで， $\mu_{s_h,k} = \langle \tilde{s}_h^k \rangle$ ．例えば $k=2$ とすれば， $\mu_{q_h,2}$ は， q_h の分散を意味する．

一方， s_h や q_h が，確率変数であれば，河道網での i 番目のリンクにおける貯留量 s_i や流出量 q_i もまた，以下のように表される．

$$s_i = \bar{s}_i + \tilde{s}_i \quad (30)$$

$$\langle \tilde{s}_i \rangle = 0 \quad (31)$$

$$q_i = \bar{q}_i + \tilde{q}_i \quad (32)$$

$$\langle \tilde{q}_i \rangle = 0 \quad (33)$$

式(5)，式(6)から q_i を消去することで，次式が得られる．

$$\begin{cases} \frac{ds_{i+1}}{dt} + D_{i+1} s_{i+1}^{m_c} = AD_h s_h^{m_c} + D_i s_i^{m_c} + D_m s_m^{m_c}, & i = (2l-1)m \\ \frac{ds_1}{dt} + D_1 s_1^{m_c} = AD_h s_h^{m_c} \end{cases} \quad (34)$$

$$D_i = \left(\frac{1}{k_i} \right)^{m_c} \quad (35)$$

$$m_c = \frac{1}{p} \quad (36)$$

式(25)および式(27)を導いたのと同様に，指数型の確率変数 $s_i^{m_c}$ が，以下の近似式により表されるとする．

$$s_i^{m_c} = \alpha_i \bar{s}_i + \beta_i \tilde{s}_i \quad (37)$$

そこで，

$$\alpha_i = \bar{s}_i^{m_c-1} \left\{ 1 + \frac{1}{2} m_c (m_c - 1) \frac{\langle \tilde{s}_i^2 \rangle}{\bar{s}_i^2} + \frac{1}{6} m_c (m_c - 1)(m_c - 2) \frac{\langle \tilde{s}_i^3 \rangle}{\bar{s}_i^3} + \dots \right\} \quad (38)$$

$$\beta_i = \frac{\bar{s}_i^{m_c+1}}{\langle \tilde{s}_i^2 \rangle} \left\{ m_c \frac{\langle \tilde{s}_i^2 \rangle}{\bar{s}_i^2} + \frac{1}{2} m_c (m_c - 1) \frac{\langle \tilde{s}_i^3 \rangle}{\bar{s}_i^3} + \frac{1}{6} m_c (m_c - 1) (m_c - 2) \frac{\langle \tilde{s}_i^4 \rangle}{\bar{s}_i^4} + \dots \right\} \quad (39)$$

式(15)，式(30)および式(37)を式(34)に代入し，両辺の期待値をとることで次式が得られる．

$$\begin{cases} \frac{d\bar{s}_{i+1}}{dt} + D_{i+1} \alpha_{i+1} \bar{s}_{i+1} = AD_h \alpha_h \bar{s}_h + D_i \alpha_i \bar{s}_i + D_m \alpha_m \bar{s}_m, & i = (2l-1)m \\ \frac{d\bar{s}_1}{dt} + D_1 \alpha_1 \bar{s}_1^m = AD_h \alpha_h \bar{s}_h \end{cases} \quad (40)$$

なお，

$$\bar{q}_i = D_i \alpha_i \bar{s}_i \quad (41)$$

となる．式(40)を式(34)から差し引くことで，次の確率微分方程式が導かれる．

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{s}_{i+1}}{dt} + D_{i+1} \beta_{i+1} \tilde{s}_{i+1} = AD_h \beta_h \tilde{s}_h + D_i \beta_i \tilde{s}_i + D_m \beta_m \tilde{s}_m, & i = (2l-1)m \\ \frac{d\tilde{s}_1}{dt} + D_1 \beta_1 \tilde{s}_1^m = AD_h \beta_h \tilde{s}_h \end{cases} \quad (42)$$

また，

$$\tilde{q}_i = D_i \beta_i \tilde{s}_i \quad (43)$$

となる．式(43)を k 乗し，両辺の期待値をとることで， q_i の k 次モーメント $\mu_{q,k}$ が得られる．

$$\mu_{q,k} = (D_i \beta_i)^k \mu_{s,k} \quad (44)$$

なお， $\mu_{s,k} = \langle \tilde{s}_i^k \rangle$ を意味する．ここで， q_h の分散や q_i の分散を推定することに着目すると， r の 2 次のキウムラント関数 $\langle \tilde{r}(\tau_1) \tilde{r}(\tau_2) \rangle$ が必要となる．工藤ら¹⁰⁾は，時間的な相関が弱いながらも，離散的な観測降雨強度 $r_{d,i}$ の平均値 $\bar{r}_{d,i}$ からの偏差 $\tilde{r}_{d,i}$ が，一次の自己回帰過程 (AR(1)過程) に属することを，観測資料の統計的解析に基づき示している．いま， $\tilde{r}_{d,i}$ が互いに独立な確率変数であると仮定すると， r の 2 次のキウムラント関数は，

$$\langle \tilde{r}(\tau_1) \tilde{r}(\tau_2) \rangle = \sigma_r^2 \delta(\tau_1 - \tau_2) \quad (45)$$

$$\sigma_{r_d}^2 = \frac{c}{\Delta t} \sigma_r^2 \quad (46)$$

のように表される．そこで， σ_r^2 : r の分散; $\delta(t)$: デルタ関数; $\sigma_{r_d}^2$: $r_{d,i}$ の分散; Δt : 観測降雨の時間間隔 (T); c : 定数 (T)． r の 2 次のキウムラント関数 $\langle \tilde{r}(\tau_1) \tilde{r}(\tau_2) \rangle$ として式(45)を用いることで，以下の微分方程式が導かれる．

$$\begin{cases} \frac{d\langle \tilde{s}_{i_1+1} \tilde{s}_{i_2+1} \rangle}{dt} + (D_{i_1+1} \beta_{i_1+1} + D_{i_2+1} \beta_{i_2+1}) \langle \tilde{s}_{i_1+1} \tilde{s}_{i_2+1} \rangle = AD_h \beta_h (\langle \tilde{s}_{i_1+1} \tilde{s}_h \rangle + \langle \tilde{s}_{i_2+1} \tilde{s}_h \rangle) + D_{i_1} \beta_{i_1} \langle \tilde{s}_{i_1} \tilde{s}_{i_2+1} \rangle \\ \quad + D_{i_2} \beta_{i_2} \langle \tilde{s}_{i_1+1} \tilde{s}_{i_2} \rangle + D_{m_1} \beta_{m_1} \langle \tilde{s}_{m_1} \tilde{s}_{i_2+1} \rangle + D_{m_2} \beta_{m_2} \langle \tilde{s}_{m_2} \tilde{s}_{i_1+1} \rangle, & i_1 \geq i_2 \geq 1 \\ \frac{d\langle \tilde{s}_{i_1+1} \tilde{s}_1 \rangle}{dt} + (D_{i_1+1} \beta_{i_1+1} + D_1 \beta_1) \langle \tilde{s}_{i_1+1} \tilde{s}_1 \rangle = AD_h \beta_h (\langle \tilde{s}_{i_1+1} \tilde{s}_h \rangle + \langle \tilde{s}_1 \tilde{s}_h \rangle) \\ \quad + D_{i_1} \beta_{i_1} \langle \tilde{s}_{i_1} \tilde{s}_1 \rangle + D_{m_1} \beta_{m_1} \langle \tilde{s}_{m_1} \tilde{s}_1 \rangle, & i_1 \geq 1 \\ \frac{d\langle \tilde{s}_1 \tilde{s}_1 \rangle}{dt} + 2D_1 \beta_1 \langle \tilde{s}_1 \tilde{s}_1 \rangle = 2AD_h \beta_h \langle \tilde{s}_1 \tilde{s}_h \rangle \end{cases} \quad (47)$$

$$\begin{cases} \frac{d\langle \tilde{s}_{i+1} \tilde{s}_h \rangle}{dt} + (D_{i+1} \beta_{i+1} + D_h \beta_h) \langle \tilde{s}_{i+1} \tilde{s}_h \rangle = AD_h \beta_h \langle \tilde{s}_h \tilde{s}_h \rangle + D_i \beta_i \langle \tilde{s}_i \tilde{s}_h \rangle + D_{m_i} \beta_{m_i} \langle \tilde{s}_{m_i} \tilde{s}_h \rangle, & i_1 \geq 1 \\ \frac{d\langle \tilde{s}_1 \tilde{s}_h \rangle}{dt} + (D_1 \beta_1 + D_h \beta_h) \langle \tilde{s}_1 \tilde{s}_h \rangle = AD_h \beta_h \langle \tilde{s}_h \tilde{s}_h \rangle \\ \frac{d\langle \tilde{s}_h \tilde{s}_h \rangle}{dt} + 2D_h \beta_h \langle \tilde{s}_h \tilde{s}_h \rangle = c \sigma_r^2 \end{cases} \quad (48)$$

なお、 m_1 および m_2 は、それぞれ i_1 および i_2 に対応した m の値を意味する。

以上より、上に記した式(25)、式(26)、式(29)、式(40)、式(41)、式(44)、式(47)および式(48)を解くことにより、基本モデル（河道網での i 番目のリンクにおける流出量 q_i ）の確率特性（平均値 \bar{q}_i と分散 $\sigma_{q_i}^2$ ）と、斜面での流出高 q_h の確率特性（平均値 \bar{q}_h と分散 $\sigma_{q_h}^2$ ）を求めることが可能となる。次章では、これらの妥当性について検証する。

5. シミュレーション法による理論解の検討

前章にて導いた q_h や q_i の確率特性を推定するための理論式の妥当性については、シミュレーション法に基づいて評価する。シミュレーション法の概要は、以下のとおりである。まず、連続的に変化する降雨強度 r の時系列に代わりに、離散的な観測降雨強度 $r_d(t)$ の時系列を模擬的に発生させる。これらは、以下の関係式を満足する。

$$r_{d,i} = \frac{1}{\Delta t} \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} r(\tau) d\tau \quad (49)$$

$$r_d(t) = \sum_i r_{d,i} (u(t - (i-1)\Delta t) - u(t - i\Delta t)) \quad (50)$$

$u(t)$: ステップ関数; Δt : 観測間隔

式(50)を式(1)、式(2)、式(5)および式(6)に直接代入し流出量（ハイドログラフ）を推定した後、標本平均により時間変化する流出量の確率特性を求める。ここで、 $r_{d,i}$ の確率分布が問題になる。本論文では、 $r_{d,i}$ の平均値 $\bar{r}_{d,i}$ からの偏差 $\tilde{r}_{d,i}$ が指数分布に従い、次式で表された確率密度関数を満足するものとする。

$$f(\tilde{r}_{d,i}) = \lambda e^{-\lambda \left(\tilde{r}_{d,i} + \frac{1}{\lambda} \right)} \quad (51)$$

λ : 定数

また、 r が互いに独立な確率変数である場合、 $r_{d,i}$ の確率特性（平均値 $\bar{r}_{d,i}$ と分散 $\sigma_{r_d}^2$ ）と r のそれらと間には、以下の関係が成立する。

$$\bar{r}_{d,i} = \frac{1}{\Delta t} \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} \bar{r}(\tau) d\tau \quad (52)$$

$$\sigma_{r_d}^2 = \frac{c \sigma_r^2}{\Delta t} \quad (53)$$

図-3 ($n \leq 7$) は、式(25)、式(26)、式(29)、式(40)、式(41)、式(44)、式(47)および式(48)を解くことにより求められた基本モデル（河道網での i 番目のリンクにおける流出量 q_i ）の確率特性と斜面での流出高 q_h の確率特性（図中の破線）と、シミュレーション法により推定されたそれら（図中の実線）との比較を示す。なお、計算条件としては、継続時間 $t_r = 24$ (hr) の矩形降雨（平均降雨強度が 5mm/hr）、観測間隔 $\Delta t = 1$ (hr)、式(51)の定数 $\lambda = 0.4$ を用いた。他の条件は、以下のとおりである。

$$n_h = 0.10$$

$$i_h = 0.05$$

$$l_0 = 2000 \text{ (m)}$$

$$i_1 = 0.05$$

$$w_1 = 1 \text{ (m)}$$

$$C = 40$$

また、式(25)、式(26)、式(29)、式(40)、式(41)、式(44)、式(47)および式(48)を解く際、式(22)、(37)のパラメータ α_h 、 β_h 、 α_i および β_i については、

$$\alpha_h = \bar{s}_h^{m_h-1}$$

$$\beta_h = \bar{s}_h^{m_h-1}$$

$$\alpha_i = \bar{s}_i^{m-1}$$

$$\beta_i = m \bar{s}_i^{m-1}$$

により与えた。図-3より、 n が増加、つまりサブ流域の流域面積が大きくなっても、両者の適合度は良好であるといえる。従って、式(25)、式(26)、式(29)、式(40)、式(41)、式(44)、式(47)および式(48)により、広いサブ流域に対して基本モデル（河道網での i 番目のリンクにおける流出量 q_i ）の確率特性（平均値 \bar{q}_i と分散 $\sigma_{q_i}^2$ ）を推定することが可能であるといえる。

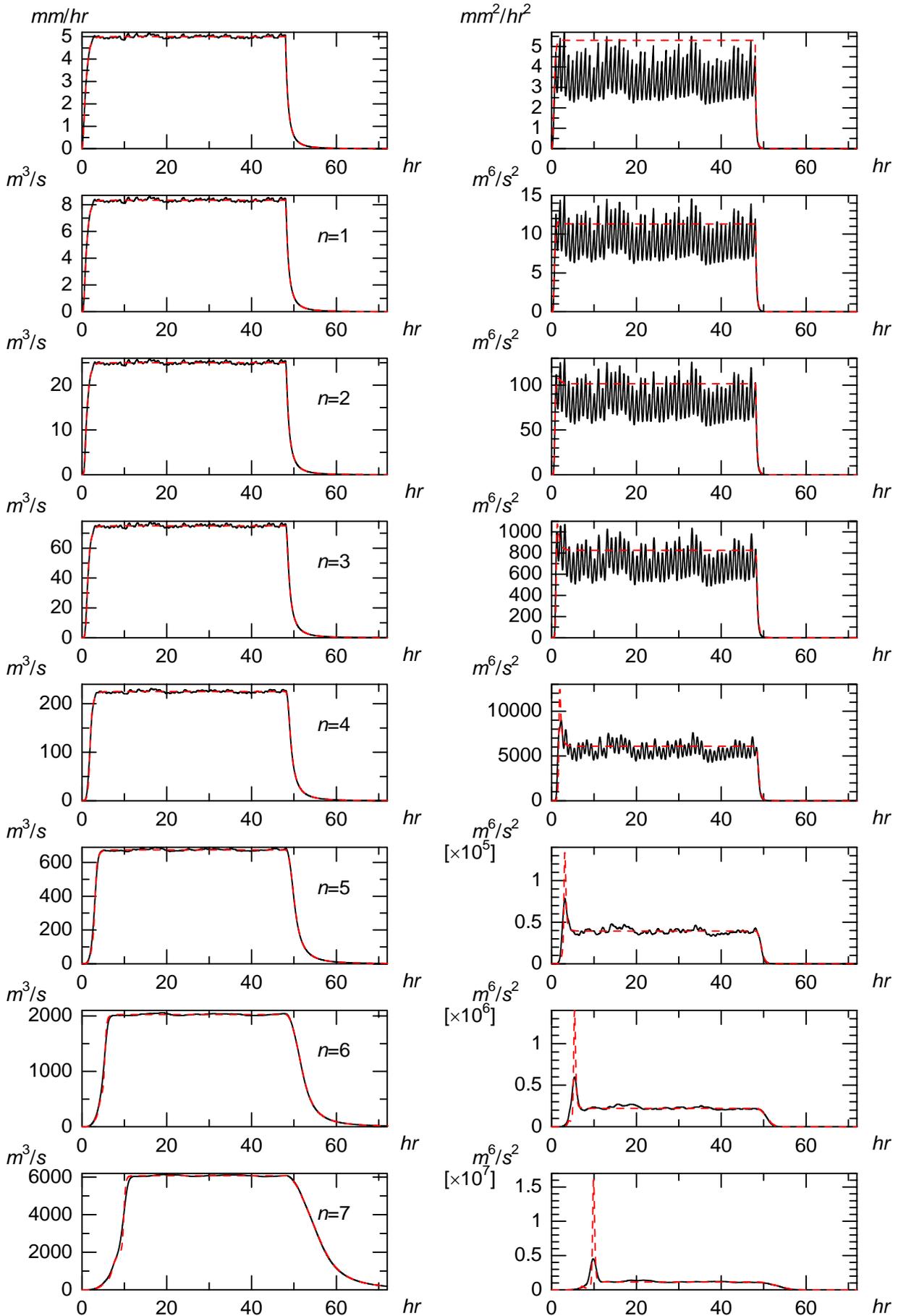


図-3 シミュレーション結果 (左図：平均値；右図：分散．上段は，斜面での流れ)

6. 考察とまとめ

図-5は、平均降雨強度 \bar{r} の波形が、図-4にて示されるように四つのパラメータ (r_a , r_p , t_p , t_r) で表される三角形の場合に対して、河道網での i 番目のリンクにおける流出量 q_i の平均値 \bar{q}_i (右図) のピーク値および分散 $\sigma_{q_i}^2$ (左図) のピーク値とサブ流域の流域面積との関係を示したものである。図-5に示すように、 \bar{r}_{ap} を 1mm/hr から 10mm/hr で変化させ、 r_a および r_p については、次式により与えている。

$$r_a = \frac{2}{\bar{r}_{ap}}$$

$$r_p = 2\bar{r}_{ap} - r_a$$

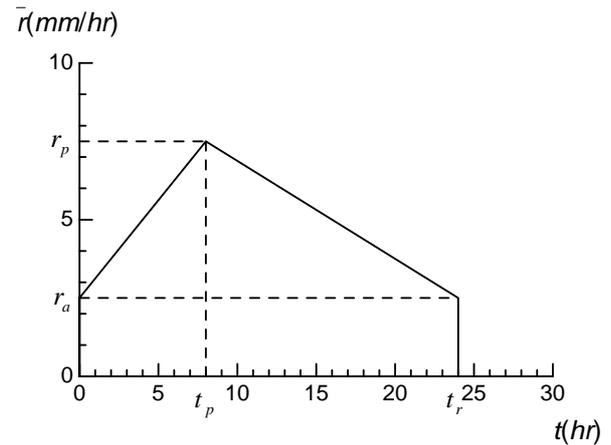


図-4 平均降雨強度の波形が三角形の場合 (一例)

また、 $t_r = 24$ (hr) に固定し、 \bar{r} のピーク値 r_p の発生時刻 t_p を 0(hr) から 24(hr) まで 4(hr) 間隔の合計 7 ケース (記号(hr): (0), (4), (8), (12), (16), (20), (24)) 行った。なお、

$$\lambda = \frac{2}{\bar{r}_{ap}}$$

としている。図-5が示すように、サブ流域の流域面積が大きくなるにつれて、平均値 \bar{q}_i のピーク値も分散 $\sigma_{q_i}^2$ のピーク値もともに増加している。なお、分散 $\sigma_{q_i}^2$ のピーク値の増加については、 \bar{r}_{ap} の増加に伴い、降雨強度の分散 σ_r^2 が増加することによる。ただし、特筆すべきは、図-5にて用いた全ての記号 (例えば、 λ , $\sigma_{q_i}^2$ など) が重なっており、上記の性質が、平均降雨強度の波形には大きく依存しないことがわかる。

本論文では、洪水予測を対象とした流出解析システム構築に伴い、サブ流域の流出特性を集約化した基本モデルと等価な特性を有する集中定数系モデルの提案 (モデルパラメータの物理的な意味付け) を目的として、基本モデル (河道網での i 番目のリンクにおける流出量 q_i) の確率特性 (平均値 \bar{q}_i と分散 $\sigma_{q_i}^2$) を与える理論式を与え、その妥当性をシミュレーション法により示した。

今後、基本モデル (河道網での i 番目のリンクにおける流出量 q_i) の確率密度関数の推定と、これと等価な特性を有する集中定数系モデルの提案 (モデルパラメータの物理的な意味付け) を行う予定である。

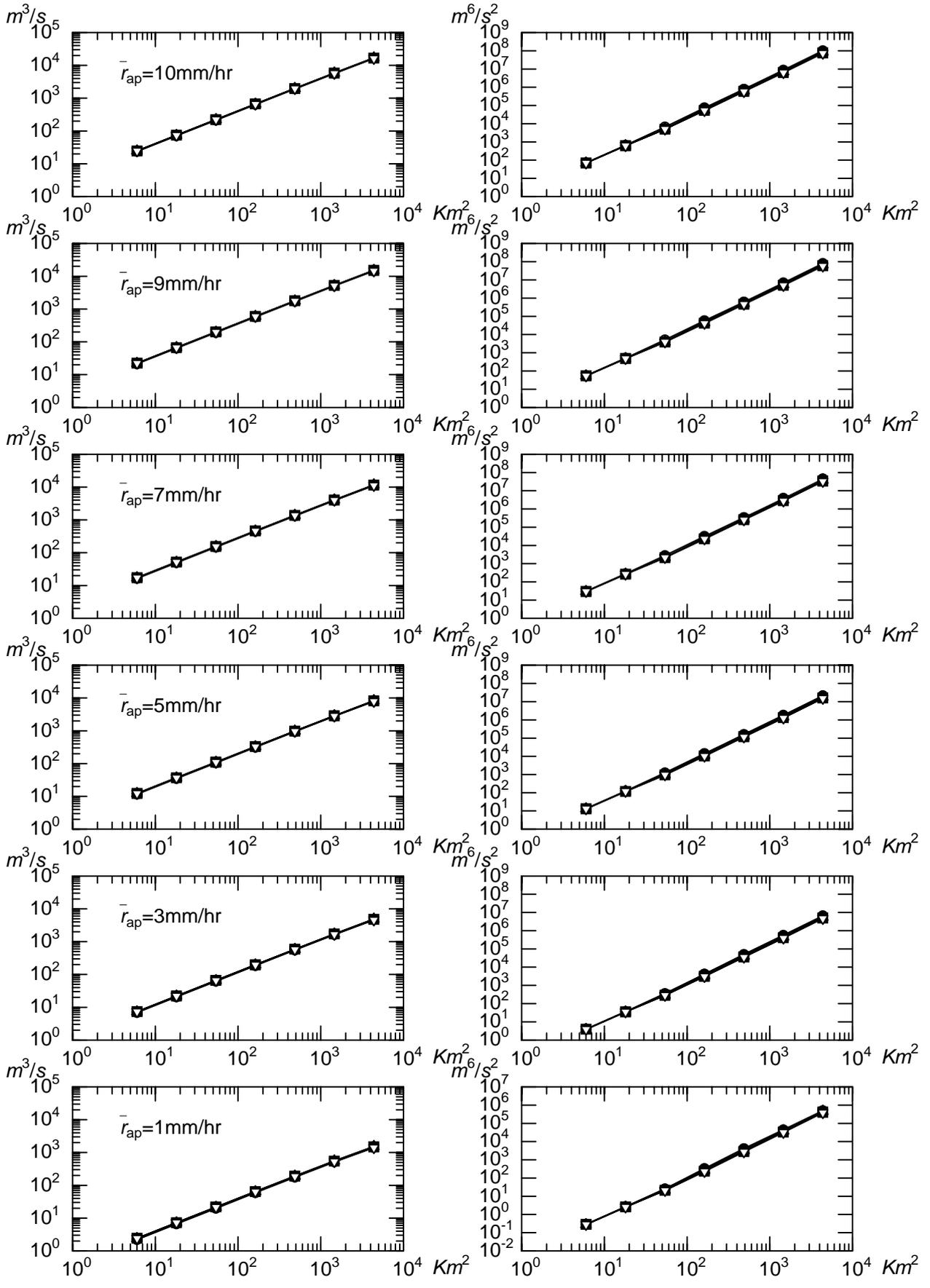


図-5 最大の平均値および分散と流域の大きさとの関係

参考文献

- 1) 独立行政法人土木研究所: ユネスコセンター設立推進本部ニュースレター, No.1, http://www.icharm.pwri.go.jp/html_j/docu/index.html, 2004.
- 2) 長谷川 和義ら: 平成 15 年台風 10 号による北海道日高豪雨災害の概要について, 水工学論文集, 第 49 巻, pp.427-432, 2005.
- 3) 田中 岳: 流出モデルの集中化に関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, 第 64 号 CD-ROM, B-33, 2008.
- 4) 高棹 琢馬, 宝 馨, 楠橋 康広: 洪水流出モデルの確率過程的評価に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第 28 号 B-2, pp.221-235, 1985.
- 5) Mandelbrot B and Viscek T.: Directed recursive models for fractal growth, J. of Physics A, Vol. 22, L377-383, 1989.
- 6) I. Rodrigez-Iturbe and J. B. Valdes: The geomorphologic structure of hydrologic response, Water Resources Research, Vol.15 , No.6. pp.1409-1420, 1979.
- 7) 藤田 睦博: 斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 314 号, pp.75-86, 1981.
- 8) 藤田 睦博, 工藤 睦信, 中尾 隆, 橋本 識秀: 貯留型流出モデルの確率応答に関する研究 -降雨量が時間的に独立な確率過程の場合-, 土木学会論文集, No.515/II-31, pp.1-11, 1995.
- 9) Bras, R. L. and Georgakakos, K. P.: Real Time Nonlinear Filtering Techniques in Streamflow Forecasting -A Statistical Linearization Approach-, Third International Symposium on Stochastic Hydraulics, pp.95-105, 1980.
- 10) 工藤 睦信, 藤田 睦博, 田中 岳, 内島 邦秀: 貯留型流出モデルの確率応答に関する研究-降雨量が互いに従属する場合-, 水工学論文集, 第 40 巻, pp.113-120, 1996.