

「複合流域系洪水予測システム理論」
解説書

*The Rationale for Development of Flood Forecasting
Method in the Basin-Channel System*

平成 21 年 5 月
May, 2009

(財)北海道河川防災研究センター・研究所

Research Institute, Foundation of Hokkaido River
Disaster Prevention Research Center

注 意

本 CD-ROM の内容を転載、複製する場合は、必ず(財)北海道河川防災研究センターの許可を得てください。本 CD-ROM を使用した際に生じた、いかなる障害および損害に対しても、(財)北海道河川防災研究センターでは一切の責任を負いませんので、あらかじめご了承ください。

※Windows 及び Internet Explorer は米国 Microsoft Corporation の米国およびその他の国における登録商標です。

※Acrobat 及び Acrobat Reader は、Adobe Systems Incorporated の登録商標です。

※その他の会社名、製品名はそれぞれ各社の登録商標です。

目 次

はじめに

1. 貯留関数法の実時間複合流域系洪水予測解析への適用	1-1
参考文献	1-3
2. 単位流域における流出モデルの概要	2-1
2.1 有効雨量を用いた貯留関数法(一般化貯留関数モデル)	2-2
2.2 損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)	2-4
2.3 地下水流出成分を含む貯留関数法(2段タンク型貯留関数モデル)	2-6
参考文献	2-10
3. 河道における洪水追跡モデルの概要	3-1
3.1 河道における Kinematic wave 法の貯留関数法への集中化	3-1
3.2 河道における貯留関数法の単位変換	3-8
参考文献	3-9
4. 複合流域における実時間洪水予測手法	4-1
4.1 カルマン・フィルター理論の基礎式とその定式化	4-1
4.2 有効雨量を用いた貯留関数法(一般化貯留関数モデル)への適用	4-2
4.2.1 システム方程式と状態変量の伝達方程式	4-2
4.2.2 状態変量の推定誤差分散・共分散伝達方程式の定式化	4-7
4.2.3 観測方程式の定式化	4-12
4.2.4 状態変量の更新方程式及び推定誤差分散・共分散更新方程式	4-13
4.2.5 水位予測式と精度(分散)	4-14
4.3 損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)への適用	4-15
4.3.1 システム方程式	4-15
4.4 地下水流出成分を含む貯留関数法(2段タンク型貯留関数モデル)への適用	4-17
4.4.1 システム方程式	4-17
4.4.2 観測方程式の定式化	4-22
参考文献	4-23

5.	逐次予測計算に必要な未知量の指定	5-1
5.1	平均雨量強度(\bar{r})の推定	5-1
5.2	河道の上流端平均流入量(\bar{q}_o)の推定	5-3
5.3	モデル定数の初期値設定	5-6
5.4	短時間予測雨量の誤差分散算定法	5-7
	参考文献	5-11
6.	流域・河道系における洪水予測式の自動定式化	6-1
6.1	流域・河道ネットワーク識別データの作成	6-1
6.2	洪水予測式の自動定式化の考え方	6-3
6.3	洪水予測式の記述事例	6-5
6.3.1	有効雨量を用いた貯留関数法(一般化貯留関数モデル)への適用	6-5
6.3.2	損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)への適用	6-9
6.3.3	地下水流出成分を含む貯留関数法(2段タンク型貯留関数モデル)への適用	6-11
	参考文献	6-17
7.	実流域における洪水予測計算	7-1
7.1	丸瀬布地点における3種の貯留関数法による洪水予測計算例	7-6
7.2	開盛地点における3種の貯留関数法による洪水予測計算例 (丸瀬布地点の流出量を上流端の境界条件とした場合)	7-12
7.3	水位～流量曲線が予測結果に与える影響	7-18
	参考文献	7-20
8.	複合流域における洪水予測計算プログラム	8-1
8.1	Fortranプログラムの機能説明	8-2
8.1.1	主プログラムの機能	8-2
8.1.2	主なサブプログラムの機能	8-2
8.1.3	主な入力変数の内容	8-2
8.1.4	出力ファイルの主な内容	8-5
8.2	Fortranプログラム	8-6
8.2.1	有効雨量を用いた貯留関数法	8-6
8.2.2	損失項を含む貯留関数法	8-25
8.2.3	地下水流出成分を含む貯留関数法	8-38

はじめに

平成15年8月の北海道・日高豪雨災害や平成16年7月の新潟・福井豪雨災害を例に引くまでもなく、近年、集中豪雨による水害が全国各地で多発している。しかしながら、昨今の我が国における厳しい財政状況の中、治水対策としてのハード施設整備に多大な投資を望めないことから、これまでに蓄積されたノウハウを最大限に活用したソフト的対策が一層重要となってきている。

国土交通省は豪雨災害対策緊急アクションプランの施策の一つとして「中小河川等における洪水予測等の高精度化」を策定し、平成17年度以降5年間で一級水系の主要な中小河川約900河川についても洪水予測システムの整備を行っている。今後の洪水予測システムの構築にあたっては、水文観測情報の少ない流域においてもある程度精度を持った流量予測が行えることや、日々進化する情報伝達技術をフル活用してユーザーに正確で迅速な洪水予警報の情報を伝達できることが求められる。

我が国においては、洪水流出解析と言え、現在でも基本高水の算定を含めて、「木村の貯留関数法」を採用している河川が圧倒的に多い。しかしながら、この方法ではモデル定数の同定が必ずしも客観的に行われているとは言えない面もある。また、洪水河道追跡に貯留関数法を適用するに際にも、モデル定数が河川毎に、種々の経験式によって推定されている事例がいまだに多い。「木村の貯留関数法」だけが洪水流出解析の万能薬ではなく、水理学的手法に基づいて開発されてきたいろいろな貯留関数法がある。

本報告は、以下の3種の貯留関数法を流域流出モデルに用いた複合流域における洪水流出予測に関する理論解説書である。これらの貯留関数法は、Kinematic wave法の解と等価なモデルに集中化されているため、モデル定数の物理的意味が明確である。

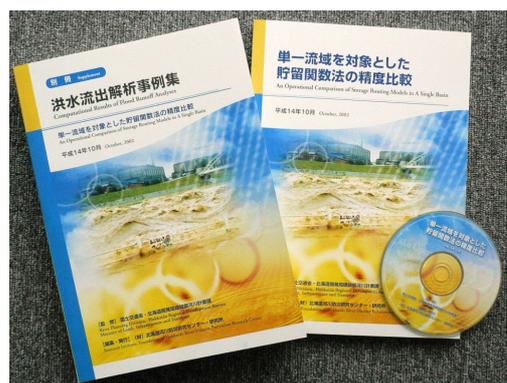
- (1) 有効雨量を用いた貯留関数法（一般化貯留関数モデル）
- (2) 損失項を含む貯留関数法（1段タンク型貯留関数モデル）
- (3) 地下水流出成分を含む貯留関数法（2段タンク型貯留関数モデル）

3種の貯留関数法を用いた洪水解析手法について、北海道開発局河川計画課監修のもと、(財)北海道河川防災研究センター・研究所から複数の関連図書が発行されている。

2001年発行の「一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法」では、流域モデルに「損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)」を採用し、河道モデルにはKinematic wave法の解と等価な貯留関数法を適用させた複合流域における流出解析手法を提案した（書名と流域モデル名が3種の貯留関数法の分類と異なる理由は、開発当時、有効雨量を用いた貯留関数法と損失項を含む貯留関数法を厳密に区別していなかったため）。このモデルは、流域モデルと河道モデルの双方が同一構造の貯留方程式であるため、比較的大きな複合流域の解析においても計算式は簡便である。また、流域モデルに損失機構を取り入れることにより観測された雨量と流量を直接使用できるため、直接流出成分と基底流出成分を分離する際の主観的判断が排除されるほか、損失雨量のパラメータの自動最適化が可能となった。



「一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法」



「単一流域を対象とした貯留関数法の精度比較」

2002年発行の「単一流域を対象とした貯留関数法の精度比較」では、流域流出モデルに「損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)」に加え、新たに「地下水流出成分を含む貯留関数法(2段タンク型貯留関数モデル)」を取り入れた単一流域型貯留関数法を提案した。前者は表面・中間流出成分に主眼をおいた解析であるのに対し、後者は火山灰地のような浸透性が高いと考えられる流域において、無視できない地下水流出成分が考慮されている。この時、流出成分の分離には日野・長谷部らによって提案された「フィルター分離AR法」を採用した。その結果、地下水流出成分のモデル定数は確定値で与えられ、モデル定数の最適化の負担が大幅に軽減されることから、この手法は実用的にも有効であることが明らかとなった。

また、同書の解析においては、北海道内一級河川水系と標津川(指定河川)におけるピーク比流量0.4(網走川と常呂川は0.3) ($\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$)以上の650既往洪水資料に「損失項を含む貯留関数法」と「地下水流出成分を含む貯留関数法」を適用してモデル定数の最適同定及び精度比較を行うとともに、北海道内の流量資料の不備な小流域における洪水ハイドログラフの推定のために、水系毎にモデル定数の総合化を図った。

さらに、現場技術者に上記3手法による洪水流出解析を浸透させるため、2004年及び2005年には「対話式洪水流出計算マニュアル(第1版)」と「対話式洪水流出計算マニュアル(第2版)」を発行した。同書に掲載された流出計算システムは、流域や河道の情報を対話形式による流域・河道ネットワーク図作成機能を用いて簡単に与えることができ、実際に北海道開発局における洪水流出計算講習会で使用されている。

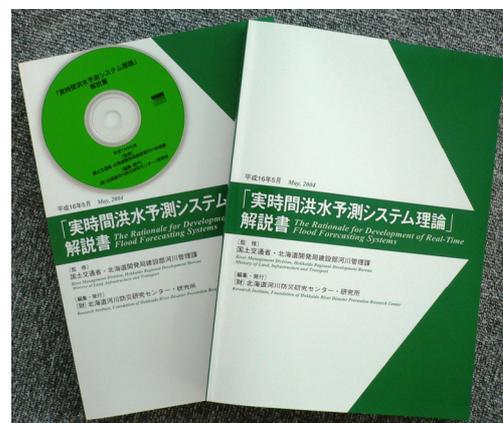
洪水流出予測計算については、2004年に「実時間洪水予測システム理論」解説書を発行し、単一流域における「損失項を含む貯留関数法」と「地下水流出成分を含む貯留関数法」にカルマン・フィルター理論を組み合わせた新しい計算法を詳しく紹介している。同書は、貯留関数型洪水流出モデルの開発経緯やカルマン・フィルター理論の基本概念についても詳述しており、実時間洪水予測モデリングに必要な数学的背景がすべて網羅されている。

しかし、同書の洪水予測手法は予測地点上流域を単一流域として扱っているため、大きな流域では降雨の分布や河道貯留による洪水波形の変形を表わし切れないことによる誤差の増大が懸念される。また、ダムによる洪水調節など人工的なハイドログラフの変形に対応するためにも、流域分割・河道追跡モデルによる洪水予測システムが必要になる。

本報告ではこのような諸問題を解決するべく、複合流域における3種の貯留関数法を用いた実時間洪水予測について解説するものである。カルマン・フィルター理論等については既に「実時間洪水予測システム理論」解説書にて詳述しているため、本報告では複合流域に関する予測理論展開、各種定数の設



「対話式洪水流出計算マニュアル」
(上：第1版，下：第2版)



「実時間洪水予測システム理論」解説書

定及び流域・河道ネットワーク識別データを用いた洪水予測式の自動定式化を主として述べた。

前述の豪雨災害対策緊急アクションプランのように、洪水被害の軽減のために洪水予測システム作成が急務であるが、本報告の洪水予測計算手法は大河川のみならず中小河川にも以下の点において有効であると考えられる。

- 1) 中小河川の計画予測においても、流域・河道網を用いた基本高水算定が可能である。
- 2) 計画時の流域・河道網を用いることにより、中小河川の逐次洪水予測を容易に行うことができる。
- 3) 本モデルにより、水文観測情報が少ない中小河川における、支川・河道での計画流量や予測流量の推定が可能である。

また、本報告書発行に先駆けて2006年に発行した「対話式洪水予測計算マニュアル」には、3種の貯留関数法を用いた単一流域及び複合流域の洪水予測計算システムを掲載しており、流域・河道ネットワーク図から自動的にシステム方程式と観測方程式を構築できるため、パソコン上で簡単に洪水流出予測計算を実行することができる。同書についても、洪水予測システムが未整備である中小河川における洪水流出予測計算支援への一助となることが期待できる。



「対話式洪水予測計算マニュアル」

なお、本報告の内容は、CD-ROM 内に PDF 形式で収められており、プログラムのソースコードはテキストファイルでも保存されている。実際の洪水逐次予測計算に活用していただければ望外の喜びである。

(財)北海道河川防災研究センター
研究所長 星 清

1. 貯留関数法の実時間複合流域系洪水予測解析への適用

さまざまな洪水流出モデルの中で木村の貯留関数法¹⁾は、流出現象の非線形性を比較的単純な形式で表現でき、計算も容易なことから、基本高水流量算定及び洪水予測手法として多用されてきた。しかし、そのモデル定数の物理的意味が不明確なことから、モデル定数値と流出特性を規定する斜面長、勾配、粗度などの流域特性値ないしは降雨特性値との関係性を明確化できず、どの因子が計算精度に影響するかを定量的に評価できないという課題がある。したがって、流量資料の入手できない流域における定数推定式は数多く提案されてはいるものの、物理的根拠に乏しい経験式のため、どの河川にも適用できるとは限らないのが現状である。また、中小規模の洪水から求めたモデル定数を、降雨特性を考慮せずに計画規模の降雨波形にまで拡張して基本高水流量を算定することは危険側の計画となりかねない。

実時間洪水流出予測では、図-1.1に示すように、以下の3因子が予測精度に影響すると考えられる。すなわち、予測精度の向上のためには、これらの因子の精度を評価できる流出計算手法が不可欠である。

- 1) 流出モデルの選択に関するシステム誤差とモデル定数誤差
- 2) 水位～流量曲線(H～Q曲線)の変換に関する観測誤差
- 3) 予測雨量とその精度

木村の貯留関数法を洪水流出予測に適用する場合、一次流出率、飽和雨量、遅滞時間を逐次修正することは難しい。また、遅滞時間を洪水期間中一定にすると良い予測結果は得られない。反対に、遅滞時間を時間的に変化させると、降雨入力的时间順が逆転することもあって不合理である。

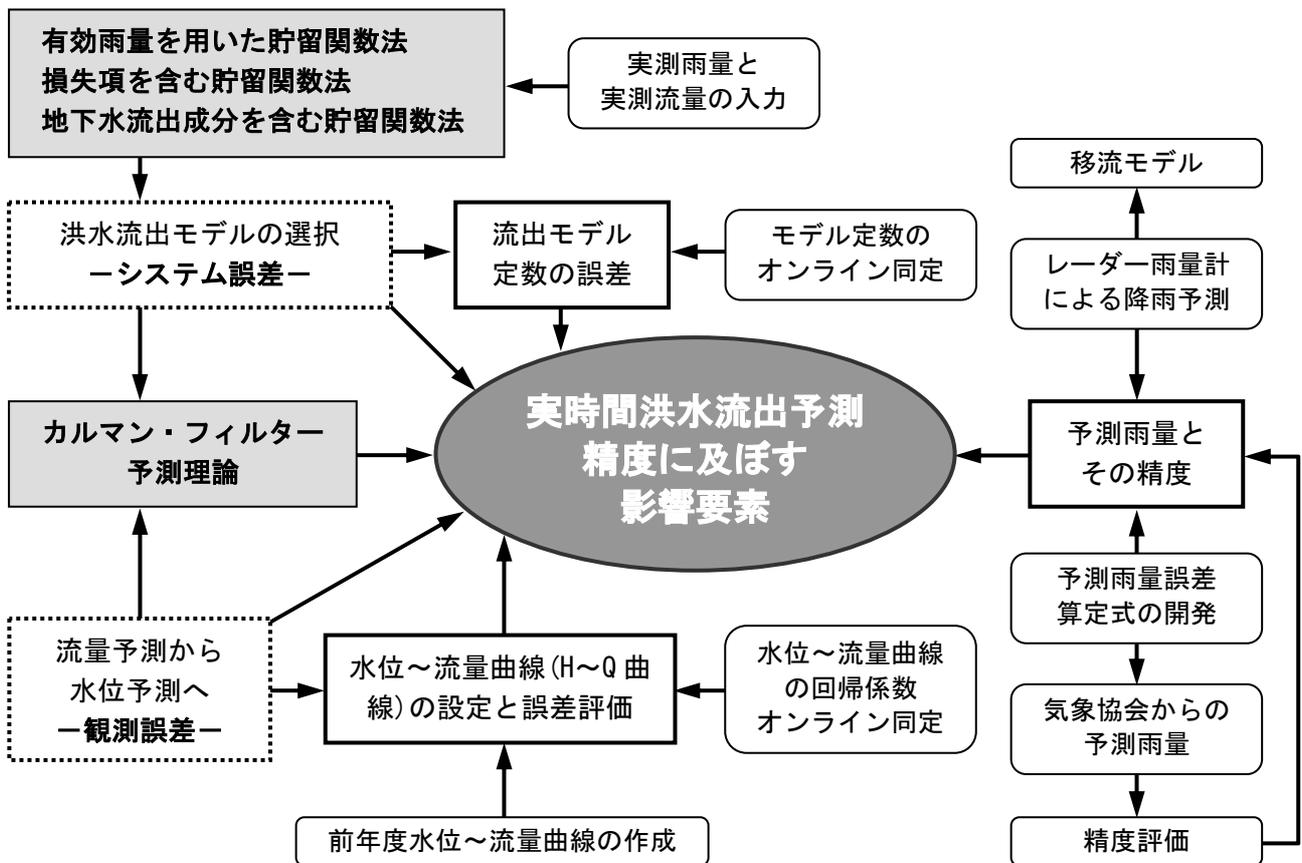


図-1.1 実時間洪水流出予測精度に及ぼす影響要素

また、流出モデルに最適制御理論としてカルマン・フィルター理論を適用させる面から考えると、流域全体の流出現象を少ない個数の状態量で表すことができる流出モデルが望ましい。また、降雨の分布や河道貯留による洪水波形の変形を表現できず誤差の増大が懸念される場合やダムによる洪水調節など人工的なハイドログラフの変形に対応するためには、流域・河道系による複合流域洪水予測システムが必要である。この場合は単一流域に比べ多数の変数が出現するため、推定すべき定数の数を減らす工夫が必要である。

流域特性値ないしは降雨特性値の定量化という課題に対し、過去二十数年来、実用性を重視するという観点から、降雨流出過程の物理機構、すなわち雨水流出の挙動に関する水理式を基礎にした Kinematic wave (等価粗度) モデルを貯留関数モデルに変換する研究成果が多数発表されている^{2),3),4)}。

カルマン・フィルター理論を用いた実時間洪水流出予測手法は、最近、木村の貯留関数法において遅滞時間の変動特性を考慮して洪水予測を行う手法⁵⁾や、複合流域型の流出モデルに適用された手法が開発されている^{5),6),7),8),9)}。また、河川水位を実時間で予測することを目的として流出予測と Dynamic wave モデルとを組み合わせた予測手法も提案されている^{10),11)}。

「はじめに」において紹介したように、本報告で使用する流出モデルは Kinematic wave 法を貯留関数法に集中化したものであり¹²⁾、モデル定数は流域特性値と降雨特性値で定量的に関係づけられているため、流出現象の非線形性と洪水波形の形状を的確に表現できる。また、河道追跡モデルでは Kinematic wave 法の基本式を無次元化することにより、推定すべき定数の数を減らし、Kinematic wave 法と貯留関数法の定数間の関係を定式化して明らかにした。この流出モデルを北海道内の河川・ダム流域に適用して、洪水流出の計算精度向上を図っている。

実時間洪水予測においては、現在「有効雨量を用いた貯留関数法(一般化貯留関数モデル)」とカルマン・フィルター予測理論を組み合わせた洪水予測システムが北海道開発局にて実運用されている¹³⁾。この洪水予測システムは平成7年に作成されたものであり、すでに10年以上の年月が経過しているが、この間、定数固定等の問題点を改良した方法が開発されている¹⁴⁾。

一方、観測雨量と観測水位(流量)を直接入力でき、しかも流出現象の物理性を重視した「損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)」や「地下水流出成分を含む貯留関数法(2段タンク型貯留関数モデル)」も開発されており、実運用上からもより効果的な洪水予測システムの再構築を図ることが不可欠となる。

本報告では、予測地点上流域を単一流域として扱った「実時間洪水予測システム理論」解説書¹⁵⁾以降に開発された、複合流域における3種の貯留関数法(「有効雨量を用いた貯留関数法」、「損失項を含む貯留関数法」及び「地下水流出成分を含む貯留関数法」とカルマン・フィルター理論を組み合わせた洪水予測手法について解説する。また、洪水予測の理論を展開するにあたって、流出モデル定数に含まれる平均雨量強度 \bar{A} と、河道の上流端平均流入量 \bar{q}_0 の与え方を考察し、実データに適用してその予測精度を検討した。さらに、流域・河道ネットワークの識別データを利用して、システム方程式及び観測方程式を自動的に定式化するプログラムを開発した。これにより、いままで流域分割と河道の配置の仕方が異なる度毎にプログラムを書き直す必要があったが、流域・河道ネットワーク識別データを入力するだけで予測システムの作成ができるようになった。

本報告の次章以降の構成を以下に列記する。

「2. 単位流域における流出モデルの概要」では、流域からの流出計算に使用する3種類の貯留関数法について概説する。

- (1) 有効雨量を用いた貯留関数法（一般化貯留関数モデル）
- (2) 損失項を含む貯留関数法（1段タンク型貯留関数モデル）
- (3) 地下水流出成分を含む貯留関数法（2段タンク型貯留関数モデル）

「3. 河道における洪水追跡モデルの概要」では、河道流出のモデル化を流域流出の場合と同様に Kinematic wave法を貯留関数法に変換する方法を解説する。洪水河道追跡用の貯留方程式は、単位流域での流出解析に用いたそれと構造上同一であるため、システム方程式の定式化も計算も容易である。

「4. 複合流域における実時間洪水予測手法」では、第2章の流域モデルと第3章の河道モデルを組み合わせた流域・河道系モデルに、カルマン・フィルター理論を適用させた実時間流出予測手法について詳しく解説する。

「5. 逐次予測計算に必要な未知量の指定」では、洪水終了後に決定される性質のものである平均雨量強度(\bar{r})、河道の上流端平均流入量(\bar{q}_o)、モデル定数の初期値及び短時間予測雨量の誤差分散について、予めどの程度の値を与えればよいかを検討する。

「6. 流域・河道系における洪水予測式の自動定式化」では、第4章で説明した流域・河道系における洪水流出予測を行うための「流域・河道ネットワーク識別データ」について作成及び利用方法を説明する。同データを利用することで、流域分割と河道の配置に合わせてシステム方程式と観測方程式をプログラム内で自動的に定式化できる。また、実流域における3種の貯留関数法による洪水予測式を具体的に記述する。

「7. 実流域における洪水予測計算」では、第6章まで展開してきた実時間洪水予測計算手法を実流域の既往洪水に適用した計算例を示す。

「8. 複合流域における洪水予測計算プログラム」では、複合流域における3種の貯留関数法にカルマン・フィルター理論を適用した洪水予測計算プログラムと入力変数名についての解説及び入力データ例を掲載する。

参考文献

- 1) 木村俊晃：貯留関数法(II)，土木技術資料，vol. 4，No. 1，pp. 41-51，1962.
- 2) 藤田睦博：斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究，土木学会論文報告集，第 314 号，pp. 75-86，1981.
- 3) 永井明博・角屋 睦・杉山博信・鈴木克英：貯留関数法の総合化，京都大学防災研究所年報，第 25 号，B-2，pp. 207-220，1982.
- 4) 宝 馨・高棹琢馬・椎葉充晴：洪水流出の確率予測における実際的手法，第 28 回水理講演会論文集，土木学会，pp. 415-422，1984.
- 5) 立川康人・市川 温・椎葉充晴：貯留関数法のモデルパラメータの不確定性を考慮した実用的な実時間流出予測手法，水文・水資源学会誌，Vol. 10，No. 6，pp. 617-626，1997.
- 6) 藤田 暁・大東秀光・上坂 薫・椎葉充晴・立川康人・市川 温：分布型流出モデルに基づくダム流入量実時間予測モデルについて，水工学論文集，第 45 卷，pp. 115-120，2001.
- 7) 高棹琢馬・椎葉充晴・宝馨：複合流域における洪水流出の確率予測手法，京都大学防災研究所年報，第 26 号，B-2，pp. 181-196，1983.
- 8) 高棹琢馬・池淵周一・椎葉充晴：河道網構造を考慮した河川流域の出水解析に関する研究，京都大

- 学防災研究所年報, 第 20 号, B-2, pp. 185-199, 1977.
- 9) 高棹琢馬・椎葉充晴・富澤直樹: 統計的二次近似理論を適用した流出予測システムの構成, 京都大学防災研究所年報, 第 27 号, B-2, pp. 255-273, 1984.
 - 10) 高棹琢馬・椎葉充晴・立川康人: 河川水位実時間予測手法の開発と木津川上流域への適用, 土木学会論文集, No. 503/II-29, pp. 19-27, 1994.
 - 11) 高棹琢馬・椎葉充晴・立川康人・森田健太郎: 河道の実時間水位予測を用いた遊水地樋門操作, 水工学論文集, 第 37 卷, pp. 81-86, 1993.
 - 12) 星 清・山岡 勲: 雨水流法と貯留関数法との相互関係, 第 26 回水理講演会論文集, 土木学会, pp. 273-278, 1982.
 - 13) 北海道開発局建設部河川管理課監修: 北海道開発局の洪水予測システム, 432p., 1995.
 - 14) 星 清・片山 直樹: 一般化貯留関数法を用いた洪水予測手法の改良, (財)北海道河川防災研究センター研究所紀要(XVI), pp. 407-438, 2006.
 - 15) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行: 実時間洪水予測システム理論解説書, 396p., 2004.

2. 単位流域における流出モデルの概要

本章では、複合流域における流出予測計算手法のうち単位流域における流出モデルの概要について述べる。使用する流域流出モデルは表-2.1に示される3手法であり、それぞれの基礎式とモデルパラメータを示す。また、河道モデルの基礎式は表-2.1の下段に示されるように、流域流出モデルによらず同一式で表される。なお、河道の基礎式については、「3. 河道における洪水追跡モデルの概要」において説明する。

複合流域における流出計算では、単位流域数だけの流域モデルの基礎式と河道数だけの河道モデルの基礎式を連立させて演算を行う。

表-2.1 流出計算モデルの基礎式及びモデルパラメータ

流域流出モデル	有効雨量を用いた貯留関数法 (一般化貯留関数モデル)	損失項を含む貯留関数法 (1段タンク型モデル)	地下水流出成分を含む貯留関数法 (2段タンク型モデル)
流域モデルの基礎式	$s = k_{11}q^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt}(q^{p_2})$ $\frac{ds}{dt} = r_e - q$ $r_e = fr$ $k_{11} = \beta_1 f_c$ $k_{12} = \beta_2 k_{11}^2$ $\beta_1 = 2.8235A^{0.24}$ $\beta_2 = 0.2835(\bar{r}_e)^{-0.2648}$ $p_1 = 0.6$ $p_2 = 0.4648$ $f : \text{流出率}$ $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ $s : \text{貯留高(mm)}$ $q : \text{計算流出高(mm/h)}$ $\bar{r}_e : \text{平均有効雨量強度(mm/h)}$ $A : \text{流域面積(km}^2\text{)}$ $n : \text{等価粗度}$ $i : \text{斜面勾配}$	$s = k_{11}q^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt}(q^{p_2})$ $\frac{ds}{dt} = r - q - b + q_b$ $b = k_{13}q$ $q_b = q_{in} \exp(-\lambda t)$ $k_{11} = c_{11}A^{0.24}$ $k_{12} = c_{12}k_{11}^2(\bar{r})^{-0.2648}$ $k_{13} = c_{13} - 1$ $\bar{r} : \text{平均雨量強度(mm/h)}$ $b : \text{損失高(mm/h)}$ $q_b : \text{基底流出高(mm/h)}$ $q_{in} : \text{初期流出高(mm/h)}$ $\lambda : \text{減衰係数(標準値=0.019)}$	$s_1 = k_{11}q_1^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt}(q_1^{p_2})$ $\frac{ds_1}{dt} = r - q_1 - b$ $b = k_{13}q_1$ $s_2 = k_{21}q_2 + k_{22} \frac{d}{dt}(q_2)$ $\frac{ds_2}{dt} = b - q_2$ $q = q_1 + q_2$ $k_{11} = c_{11}A^{0.24}$ $k_{12} = c_{12}k_{11}^2(\bar{r})^{-0.2648}$ $k_{13} = c_{13} - 1$ $k_{21} = (c_{13} - 1) \frac{c_1}{c_0}$ $k_{22} = \frac{c_{13} - 1}{c_0}$ $c_0 = (\delta/T_c)^2$ $c_1 = \delta^2/T_c$ $\delta = 2.1$ $T_c : \text{地下水流出成分の分離時定数}$
流域モデルパラメータ	f_c, f	c_{11}, c_{12}, c_{13}	c_{11}, c_{12}, c_{13}
河道モデルの基礎式	$s_s = k_3 q_s^{p_3} + k_4 \frac{d}{dt}(q_s^{p_4})$ $\frac{ds_s}{dt} = q_o - q_s$	q_o は河道上流端流量で、当該河道より上流の流域及び河道の状態変量によって記述される。 k_3, k_4, p_3, p_4 は既知定数	

2.1 有効雨量を用いた貯留関数法(一般化貯留関数モデル)^{1),2),3)}

実際の洪水解析にあたって、実務者はしばしば次に示すような課題に直面する場合が多い。すなわち、一洪水に適合が良かったモデル定数を他の洪水に適用すると、適合度が良くないという例が起こる。この課題は流出に関わるどの因子が計算精度にどのように影響を及ぼすかを定量的に評価できないことに起因していると考えられる。

現在、流出解析に用いられている流出モデルは、分布定数系モデルと集中定数系モデルに大別される。それぞれのモデルの代表的なものとして、Kinematic wave法と貯留関数法があげられる。Kinematic wave法は流出現象の水理学的特性をモデル自身に反映することができる特徴をもっている^{4),5)}。このモデルにおいては、流域の地形量(斜面長や勾配)と地質特性に関する量(たとえば、マニング型の表面流モデルを用いれば等価粗度)がモデル定数や境界条件に陽型式で含まれている。近年、山地小流域(単位流域)の雨水流出にKinematic waveモデルを適用して、その適合性を検証している研究成果が数多くなっている。

一方、貯留関数法は流出過程の非線形性を比較的単純な構造式で表現でき、しかも、洪水予報や洪水時のダム操作のための洪水流出逐次予測(operational forecast)に要求される計算の簡便さと迅速さを兼ね備えている。

「有効雨量を用いた貯留関数法」は、モデル定数の物理的意味が明確な分布定数系の流出モデルであるKinematic wave法を集中定数系の流出モデルに集中化した貯留関数法であり、そのモデル定数は流域特性値と降雨特性値で定量的に関係づけられている¹⁾。洪水時にしばしば見られる貯留量と流量の二価性を表現するために遅滞時間を用いることなく、洪水ハイドログラフの形状を特徴づける流量に関する一次微分項を導入している。

本流出モデルの特徴を以下に示す(図-2.1を参照)。

- ①全流出を直接流出成分と基底流出成分に分離し、直接流出成分についてのみ解析する。
- ②解析期間において、直接流出成分の総量と雨量の総量が等しくなるように流出率を求め、観測降雨量に流出率を乗じて有効雨量をもとめる。

次式に本モデルの基礎式を示す。

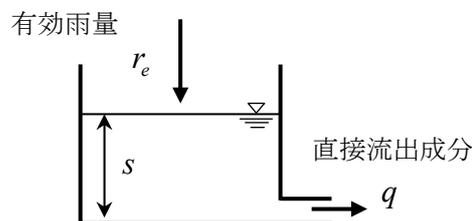


図-2.1 有効雨量を用いた貯留関数法

$$s = k_{11}q^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt}(q^{p_2}), \quad \frac{ds}{dt} = r_e - q = fr - q \quad (2.1)$$

ここに、 s : 貯留高[mm], r_e : 有効雨量[mm/h], r : 観測雨量[mm/h], q : 直接流出高[mm/h], k_{11}, k_{12} : 貯留係数, f : 流出率, p_1, p_2 : 貯留指数

モデル定数 k_{11}, k_{12}, p_1 及び p_2 は、表面流にマニング則を想定して、Kinematic wave法を集中定数系に変換することによって、次式で表わされる関数形もしくは固定値で与えられる¹⁾。

$$k_{11} = \beta_1 f_c, \quad k_{12} = \beta_2 k_{11}^2, \quad p_1 = 0.6, \quad p_2 = 0.4648$$

$$f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}, \quad \beta_1 = 2.8235A^{0.24}, \quad \beta_2 = 0.2835(\bar{r}_e)^{-0.2648} \quad (2.2)$$

ここに、 A : 流域面積[km²], n : 等価粗度[s/m^{1/3}], i : 斜面勾配, f_c : 流域平均粗度, \bar{r}_e : 平均有効雨

量強度[mm/h]

上式は複雑に見えるが、ファクター f_c の値が決まれば、すべての定数が一義的に求まり、洪水流出逐次予測計算が可能となる。

式(2.2)中に含まれる f_c の値は、一般的には、流域平均粗度に相当しており、未知定数である。しかしながら、解析対象地点で数個の洪水資料が得られる場合には、実測流量と計算流量の平均二乗誤差が最小となるように、 f_c の値を次元探索によって同定し、その平均値を洪水予測システムに組み込むことが可能である。

単一流域を解析対象とした場合、ピーク比流量 $0.5\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上の洪水例 169 ケースにつき f_c を最適同定した結果、その平均値は 1.56、分散 0.43 の値を得ている⁶⁾。複合流域解析では、単一流域解析に比べて河道貯留効果の影響を受けるために、モデル定数 f_c が大きくなる傾向にある。このため、複合流域モデルでは、上記の単一流域における f_c の値を 1.5~2 倍に設定すると予測精度が向上する。このことについては、「5.3 モデル定数の初期値設定」を参照されたい。

なお、 f_c の値が再現ハイドログラフに与える影響を検証するため、図-2.2 に示すように、 f_c の値が 1.5, 1.77(最適値)及び 2.0 の場合の再現ハイドログラフを比較した。その結果、 f_c の最適値と比較して f_c の値が小さいときは、ピーク値が高く、ハイドログラフが先鋭化し、減衰が早いことが確認できる。一方、 f_c の値が大きいときは、ピーク値が低く、ハイドログラフがフラット化して、立ち上がりが遅い特性を有することがわかる。

したがって、現時刻までの実測流量に対して予測流量との差が顕著に見られる場合には、 f_c を手動で調整することによりハイドログラフ形状の修正を最小限労力で行うことが可能である。

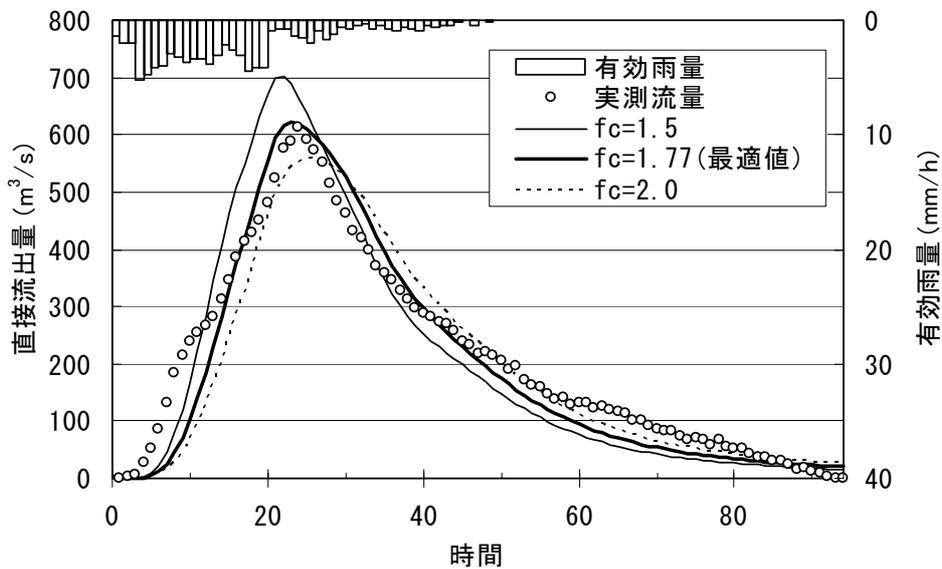


図-2.2 モデル定数 f_c の違いによる再現ハイドログラフの比較
単一流域解析 湧別川・丸瀬布(平成 13 年 9 月洪水)

また、本流出モデルを複合流域系の流出計算に適用する場合のファクター f_c は全分割流域で同一値をとるものとする。

式(2.1)を解くために、次の変数変換を行う。

$$x_1 = q^{p_2}, \quad x_2 = \frac{d(q^{p_2})}{dt} \quad (2.3)$$

式(2.3)を式(2.1)に代入して整理すると次式が得られる。

$$\frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2-1} x_2 - \frac{1}{k_{12}} x_1^{1/p_2} + \frac{fr}{k_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

なお、実際の洪水における流出率 f は、洪水が減衰するまで求めることができない。したがって、本モデルを洪水予測に適用する場合、式(2.1)の第2式に示される $f \times r$ は直接流出量ではなく全流出量として取り扱われることになる。

2.2 損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)^{2),3),7),8),9)}

「有効雨量を用いた貯留関数法」を用いて流出計算を行う場合、流出率と有効雨量を算定しなければならず、データの前処理に多くの時間を要する。すなわち、有効雨量の算出には直接流出成分と基底流出成分の分離が必要であり、その分離作業を自動的に行うことが困難な場合が多く、しかも主観的要素が入りやすい。さらに、流出率を洪水期間中、リアルタイムに求めることは非常に困難である。したがって、洪水逐次予測という観点からも、観測雨量と観測流量を直接取り込むことができる流出モデルがあれば、より実用性が高まると考えられる。

以上の現実問題を踏まえて、ここでは、貯留関数モデル自身に有効雨量を表現できるパラメータの導入を図る。有効雨量と損失雨量はコインの裏表の関係にあることから、降雨流出過程に含まれるすべての損失を1個のモデル定数で代表させる。すなわち、「損失機構を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)」を開発し、実測雨量と実測流量を直接流出解析に用いる。

その結果、貯留関数モデル自身に損失項を含めることができるので、この損失パラメータの自動最適化が可能となる。また、従来の方法と異なり、流出成分分離過程における主観的判断が取り除かれる。図-2.3に流出モデル概念図と式(2.5)に基本方程式を示す。

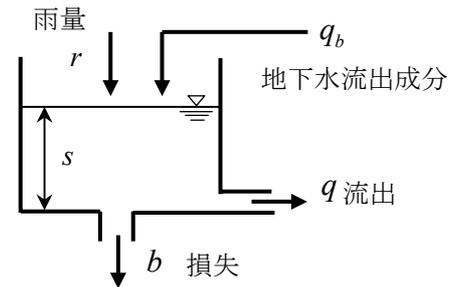


図-2.3 損失項を含む貯留関数法

$$\begin{aligned} s &= k_{11}q^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt}(q^{p_2}), & \frac{ds}{dt} &= r - q - b + q_b \\ b &= k_{13}q, & q_b &= q_{in} \exp(-\lambda t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

ここに、 s : 貯留高[mm], r : 観測雨量[mm/h], q : 観測流出高[mm/h], b : 損失高[mm/h], q_b : 基底流出高[mm/h], q_{in} : 初期流出高[mm/h], k_{11}, k_{12} : 貯留係数, p_1, p_2 : 貯留指数, λ : 減衰係数, k_{13} : 損失係数

式(2.5)で示される「損失項を含む貯留関数法」の特徴を以下に要約して述べる。

- (a) 式(2.5)に記述される貯留関数法は Kinematic wave 法を貯留関数法に理論的に集中化したモデルを基本としている¹⁾。
- (b) 降雨流出過程における不確定なすべての損失(蒸発散・浸透・初期損失など)を損失項 b でパラメ

タライズしている^{10),11)}。

(c) 流域内の湿潤状態を考慮するため、基底流出高 q_b を導入している。基底流出高 q_b の導入は、解析期間内の総流出量 Σq が総降雨量 Σr を上回る際に計算不可能となることへの対応策でもあり、強制入力として与えることによって水収支のバランスが保たれている。なお、 λ はハイドログラフ減水部の標準逓減曲線から得られる流域に固有な値である。単一流域を対象とした北海道内の一級河川(標津川は指定河川)における650例の既往洪水資料を解析した結果、平均値として、 $\lambda = 0.019$ の値が得られている¹²⁾。

(d) モデル定数 p_1 と p_2 の値は、表面流が卓越する比較的大きな出水を解析対象とする場合、マニング則を想定すると、 $p_1 = 0.6$, $p_2 = 0.4648$ に近似できる¹⁾。したがって、本報告においても上記の値に固定した。

モデル定数 k_{11} と k_{12} に関しても、既往研究成果¹⁾に基づき、次の関係式が成立すると仮定している。

$$k_{11} = c_{11}A^{0.24}, \quad k_{12} = c_{12}k_{11}^2(\bar{r})^{-0.2648}, \quad k_{13} = c_{13} - 1 \quad (2.6)$$

ここで、 A ：流域面積[km^2], \bar{r} ：平均雨量強度[mm/h], c_{11}, c_{12}, c_{13} ：未知定数

モデル定数 k_{11} は流域特性値に、 k_{12} は流域、降雨特性値の双方に依存して変化するので、各定数の流出に及ぼす影響を独立に評価できないことになる。一方、係数 c_{11} と c_{12} は流域・降雨特性に依存しないことが望ましく、互いに無相関であれば、それぞれの効果を独立に評価する事ができる。その結果、「損失項を含む貯留関数法」における未知定数は、 c_{11}, c_{12} 及び c_{13} の3個となる。

本手法では、式(2.5)に含まれる地下水流出成分を表わす初期流出高 q_{in} と減衰係数 λ をあらかじめ与える必要がある。

- ①初期流出高 q_{in} は、洪水開始直前の流出高を用いる。
- ②減衰係数 λ は、上記(c)の理由から $\lambda = 0.019$ を用いる。

表-2.2は、単一流域を対象とした北海道内の一級河川(標津川は指定河川)における650個の既往洪水事例における c_{11}, c_{12}, c_{13} 及び λ の値である^{8),12)}。

表-2.2 水系毎のモデル定数統計量(1段タンク型貯留関数モデル；単一流域)

水系名	洪水数	c_{11}		c_{12}		c_{13}		減衰係数(λ)	
		平均(μ)	標準偏差(σ)	平均(μ)	標準偏差(σ)	平均(μ)	標準偏差(σ)	平均(μ)	標準偏差(σ)
天塩川	51	12.213	5.040	0.143	0.178	1.445	0.406	0.019	0.005
渚滑川	42	11.193	3.992	0.183	0.124	1.308	0.491	0.017	0.005
湧別川	32	10.157	2.219	0.181	0.072	1.438	0.289	0.014	0.003
常呂川	34	13.581	3.894	0.123	0.073	1.652	0.488	0.018	0.005
網走川	20	17.005	4.604	0.094	0.040	2.939	1.259	0.014	0.003
留萌川	39	11.293	2.816	0.193	0.087	1.477	0.479	0.017	0.010
石狩川	72	11.193	4.320	0.144	0.126	1.848	0.600	0.019	0.014
尻別川	69	12.624	4.172	0.106	0.058	1.854	0.484	0.017	0.004
後志利別川	65	9.232	2.382	0.148	0.081	1.469	0.396	0.020	0.006
鷲川	34	10.591	2.580	0.146	0.065	1.491	0.680	0.023	0.005
沙流川	60	10.893	2.470	0.130	0.077	1.307	0.357	0.016	0.005
釧路川	42	21.878	7.517	0.078	0.047	3.370	1.287	0.018	0.006
十勝川	86	13.649	4.143	0.114	0.065	1.781	0.789	0.017	0.004
標津川	4	20.465	3.495	0.073	0.007	2.448	0.429	0.012	0.005
全水系	650	12.488	5.035	0.135	0.094	1.750	0.824	0.019	0.013

複合流域解析では、単一流域解析に比べて河道貯留効果の影響を受けるために、モデル定数 c_{11} が大きくなる傾向にある。このため、複合流域モデルでは、表-2.2 の単一流域における c_{11} の値を 1.5~2 倍に設定すると予測精度が向上する。このことについては、「5.3 モデル定数の初期値設定」で述べる。

本流出モデルを複合流域系の洪水追跡に適用する場合、未知定数 c_{11} 、 c_{12} 及び c_{13} は全分割流域で同一値をとるものとする。

式(2.3)を式(2.5)に代入して整理すると次式が得られる。

$$\frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2-1} x_2 - \frac{c_{13}}{k_{12}} x_1^{1/p_2} + \frac{r+q_b}{k_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

2.3 地下水流出成分を含む貯留関数法 (2段タンク型貯留関数モデル)^{2),3),8),9)}

「損失項を含む貯留関数法」は、降雨流出過程における浸透・蒸発散・初期損失・葉面貯留などの短期流出に含まれない降雨成分を「損失項」として貯留関数に取り入れ、主観的な事前作業である有効雨量の算出を必要としないので客観性に優れている。

しかしながら、「損失項を含む貯留関数法」による解析を行った結果、再現が不十分である事例がいくつか見られた。その再現の特徴としては、以下の点が挙げられる。

- (a) ピーク流量が低く再現される。
- (b) 減衰部の再現形状が観測値と合わない。

また、数多くの洪水例を解析した経験によると、計算洪水ハイドログラフの再現性がよくない事例は以下の場合が多い。

- (a) 火山灰土壌のような浸透性が高い流域では、損失及び遅れて流出してくる成分を正しく表現できるようなモデル構成でなければ、洪水ハイドログラフ全体の形状特性、とくに、低減曲線部の再現がよくない。
- (b) 長期にわたって断続的な降雨が続き、流域の保水能力が小さくなっている場合、その影響を正確に評価することができなければ、その後の集中豪雨に対する出水特性がうまく再現できない。

「損失項を含む貯留関数法」においては、上述の浸透により遅れる流出成分の再現が不十分であることから再現性が悪い洪水例があったと考えられる。

従来の貯留関数法は有効雨量を用いるために、「表面・中間流出成分」の解析に主眼をおいた手法と言える。また、「損失項を含む貯留関数法」は、実測雨量を直接用いるために損失を考慮したが、上述した洪水事例に含まれるような問題点を解決するためには、「地下水流出成分」を表現できるモデルが必要となってくる。

基本高水の再検討には、貯留関数法を用いている実務者(技術者)が圧倒的に多い。すなわち、貯留関数法は実務者にとってはなじみやすい。一方、地下水流出成分が考慮されるタンクモデルや「フィルタ一分離 AR 法」は研究者レベルでは数多く適用され、研究成果も多いが、基本高水での検討例は少ない。

一般に、全流量は 2 ないし 3 個の流出成分に分離されることが知られていることから、本章では研究と実務の溝を埋め、理解しやすい貯留関数モデルを構築するために、流出成分を「表面・中間流出成分」と「地下水流出成分」とに分離し、比較的早く流出する「表面・中間流出成分」については 1 段目タンクで表現し、浸透により遅く流出する「地下水流出成分」については 2 段目タンクを設けて表現する「地下水

流出成分を含む貯留関数法(2段タンク型貯留関数モデル)」を提案する^{13),14),15),16),17)}。

本手法では、日野・長谷部^{18),19)}が提案している「フィルター分離AR法」を用いて表面・中間流出成分と地下水流出成分に分離するため、客観性が維持される。その結果、流出特性の違いを考慮して、全流出量を2成分に分離して解析することで、洪水ハイドログラフ再現性の向上を図ることが可能となる。

図-2.4に示される、1段目タンクの非線形貯留関数モデルは次式で表わされる。

$$\begin{aligned} s_1 &= k_{11}q_1^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt}(q_1^{p_2}) \\ \frac{ds_1}{dt} &= r - q_1 - b \\ b &= k_{13}q_1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

ここに、 s_1 : 1段目タンク貯留高[mm], r : 観測雨量[mm/h],
 q_1 : 表面・中間流出高[mm/h], b : 1段目タンクから2段目タンクへの浸透供給量[mm/h], k_{11}, k_{12} : 貯留係数, p_1, p_2 : 貯留指数, k_{13} : 浸透係数

p_1 と p_2 については表面流にマニング則を用い、以下の値に固定する¹⁾。

$$\begin{aligned} k_{11} &= c_{11}A^{0.24}, \quad k_{12} = c_{12}k_{11}^2(\bar{r})^{-0.2648}, \quad k_{13} = c_{13} - 1 \\ p_1 &= 0.6, \quad p_2 = 0.4648 \end{aligned} \quad (2.9)$$

ここに、 A : 流域面積[km²], \bar{r} : 平均雨量強度[mm/h], c_{11}, c_{12}, c_{13} : 未知定数
 次に、2段目タンクの地下水流出成分を式(2.10)で表現する。

$$s_2 = k_{21}q_2 + k_{22} \frac{d}{dt}(q_2), \quad \frac{ds_2}{dt} = b - q_2 \quad (2.10)$$

ここに、 s_2 : 2段目タンク貯留高[mm], k_{21}, k_{22} : 貯留係数, q_2 : 地下水流出高[mm/h]

日野・長谷部はフィルター分離AR法による地下水流出成分を線形方程式で表現可能であると、次式で表現した^{18),19)}。

$$\frac{d^2q_2}{dt^2} + c_1 \frac{dq_2}{dt} + c_0q_2 = c_0q \quad (2.11)$$

ここで、 q_2 : 地下水流出成分、 q : 全流出成分

なお、式(2.11)の線形2階微分方程式は、式(2.10)において、浸透供給量 b を全流出高 q で置き換えた解と同一であることが分かる。

c_0 と c_1 は次式で与えられる。

$$c_0 = (\delta/T_c)^2, \quad c_1 = \delta^2/T_c \quad (2.12)$$

ここに、 T_c はハイドログラフの低減部より決定される定数であり、減衰係数 δ は通常2.0~3.0の値となるが、本報告では $\delta=2.1$ に設定する。

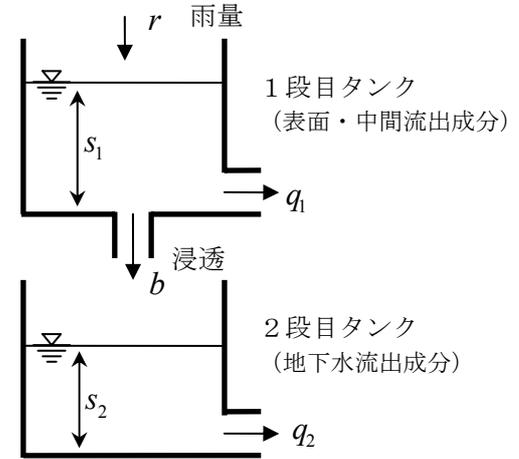


図-2.4 地下水流出成分を含む貯留関数法

式(2.10)に示される地下水流出成分の未知定数は k_{21} と k_{22} の2つであり、これらの定数は以下の方法により算出される。

貯留関数による地下水流出成分を表わす式(2.10)は、以下のように変形される。

$$k_{21} \frac{dq_2}{dt} + k_{22} \frac{d^2q_2}{dt^2} = b - q_2 \quad (2.13)$$

すなわち、次式が得られる。

$$\frac{d^2q_2}{dt^2} + \frac{k_{21}}{k_{22}} \frac{dq_2}{dt} + \frac{1}{k_{22}} q_2 = \frac{1}{k_{22}} b \quad (2.14)$$

フィルター分離 AR 法による線形方程式(2.11)と貯留関数法による線形方程式(2.14)は同じ表現になっており、全流出量が浸透供給量に置き換わっているだけである。

2つの式の間を調べるために、式(2.14)に式(2.9)を代入すると、式(2.15)が得られる。

$$\frac{d^2q_2}{dt^2} + \frac{k_{21}}{k_{22}} \frac{dq_2}{dt} + \frac{(1+k_{13})}{k_{22}} q_2 = \frac{k_{13}}{k_{22}} q \quad (2.15)$$

既往洪水の解析結果によれば、 $k_{22} \gg 1$ であることから、 $1/k_{22} \approx 0$ とみなすことができる。したがって、近似的に次式が成り立つと考えられる。

$$\frac{(1+k_{13})}{k_{22}} = \frac{1}{k_{22}} + \frac{k_{13}}{k_{22}} \approx \frac{k_{13}}{k_{22}} \quad (2.16)$$

以上の仮定をもとに、式(2.11)と式(2.15)が等価であるとするとき、定数間に次の関係式が成立する。

$$\frac{k_{21}}{k_{22}} = c_1, \quad \frac{(1+k_{13})}{k_{22}} \approx \frac{k_{13}}{k_{22}} = c_0 \quad (2.17)$$

すなわち、地下水流出成分のモデル定数 k_{21} と k_{22} は、式(2.12)に示される確定値 c_0, c_1 と1段目タンクの未知浸透係数 k_{13} を用いて、次式で与えられることがわかる。

$$\begin{cases} k_{21} = c_1 k_{22} = k_{13} \frac{c_1}{c_0} = (c_{13} - 1) \frac{c_1}{c_0} \\ k_{22} = \frac{k_{13}}{c_0} = \frac{c_{13} - 1}{c_0} \end{cases} \quad (2.18)$$

1段目(表面・中間流出成分)の流出高 q_1 と2段目(地下水流出成分)の流出高 q_2 を合算して、次式に示す全流出高 q とする。

$$q = q_1 + q_2 \quad (2.19)$$

分離時定数 T_c は、ハイドログラフの低減部曲線を片対数紙にプロットしたとき、勾配がもっとも緩やかな直線部の傾き λ の逆数で与えられる。なお、 λ は表-2.2に示される値を用いればよい。

$$T_c = 1/\lambda \quad (2.20)$$

表-2.3は、単一流域を対象とした北海道内の一級河川(標津川は指定河川)における650個の既往洪水

事例における c_{11}, c_{12}, c_{13} 及び T_c の値である^{8),12)}。

複合流域解析では、単一流域解析に比べて河道貯留効果の影響を受けるために、モデル定数 c_{11} が大きくなる傾向にある。このため、複合流域モデルでは、表-2.3の単一流域における c_{11} の値を1.5~2倍に設定すると予測精度が向上する。この事実は「5.3 モデル定数の初期値設定」における解析例にて示す。本流出モデルを複合流域に適用する場合、未知定数 c_{11}, c_{12} 及び c_{13} は全分割流域で同一値をとるものとする。

式(2.8)及び式(2.10)を解くために、次の変数変換を行う。

$$x_1 = q_1^{p_2}, \quad x_2 = \frac{d(q_1^{p_2})}{dt}, \quad x_3 = q_2, \quad x_4 = \frac{d(q_2)}{dt} \quad (2.21)$$

なお、1段目タンクの損失量 b は、2段目タンクへの浸透供給量としてすべて2段目タンクへの入力とする。また、浸透供給量 b は $b = k_{13}x_1^{1/p_2}$ として未知量として扱う。したがって、1段目タンクの流出高 q_1 が未知量となるため、式(2.10)の第2式は非線形方程式となり、1段目タンクの流出高 q_1 と2段目タンクの流出高 q_2 を同時に求める必要がある。

式(2.21)を式(2.8)及び式(2.10)に代入して整理すると次式が得られる。

$$\frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2-1} x_2 - \frac{c_{13}}{k_{12}} x_1^{1/p_2} + \frac{r}{k_{12}} \\ x_4 \\ -\frac{c_0}{c_{13}-1} x_3 - c_1 x_4 + c_0 x_1^{1/p_2} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

表-2.3 水系毎のモデル定数統計量(2段タンク型貯留関数モデル；単一流域)

水系名	洪水数	c_{11}		c_{12}		c_{13}		分離時定数(T_c)	
		平均(μ)	標準偏差(σ)	平均(μ)	標準偏差(σ)	平均(μ)	標準偏差(σ)	平均(μ)	標準偏差(σ)
天塩川	51	8.091	4.044	0.331	0.213	2.331	0.788	55.5	16.16
渚滑川	42	8.092	2.906	0.378	0.216	2.115	0.808	65.9	20.99
湧別川	32	7.463	1.951	0.384	0.181	2.139	0.465	75.8	19.93
常呂川	34	9.698	3.340	0.304	0.212	2.744	0.732	60.0	16.63
網走川	20	12.883	3.815	0.197	0.104	4.036	1.415	72.7	12.96
留萌川	39	8.666	2.099	0.337	0.257	1.787	0.558	76.7	35.65
石狩川	72	8.081	3.444	0.272	0.207	2.453	0.850	51.8	25.98
尻別川	69	9.225	2.782	0.242	0.140	2.751	0.840	62.9	15.47
後志利別川	65	5.906	1.689	0.403	0.263	1.866	0.528	55.6	18.01
鶴川	34	7.215	1.847	0.385	0.218	2.561	1.220	45.3	11.55
沙流川	60	8.035	2.279	0.264	0.176	1.898	0.586	69.1	22.86
釧路川	42	14.692	4.870	0.165	0.102	4.434	1.375	62.6	19.04
十勝川	86	9.405	2.942	0.297	0.259	2.487	0.988	60.8	16.13
標津川	4	12.393	0.999	0.265	0.026	3.942	0.928	95.4	39.08
全水系	650	8.803	3.618	0.304	0.217	2.499	1.097	61.7	22.01

参考文献

- 1) 星 清・山岡 勲：雨水流法と貯留関数法との相互関係，第 26 回水理講演会論文集，土木学会，pp. 273-278，1982.
- 2) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：対話式洪水流出計算マニュアル(第 2 版)，119p.，2005.
- 3) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：対話式洪水予測計算マニュアル，115p.，2006.
- 4) Li, R. M., Simons, D. B. and Stevens, M. A. : Nonlinear Kinematic Wave Approximation for Water Routing, Water Resources Research, 11(2), pp. 245-252, 1975.
- 5) 北海道開発土木試験所・河川研究室：実用的な洪水流出計算法，北海道開発土木試験所，185p.，1987.
- 6) 星 清・片山 直樹：一般化貯留関数法を用いた洪水予測手法の改良，(財)北海道河川防災研究センター研究所紀要(XVI)，pp. 407-438，2006.
- 7) (財)北海道河川防災研究センター・編集・発行：一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法，152p.，2001.
- 8) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：単一流域を対象とした貯留関数法の精度比較，189p.，2002.
- 9) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：実時間洪水予測システム理論解説書，396p.，2004.
- 10) 佐々木靖博・星 清・井出康郎：損失項を含む総合化貯留関数法の精度評価，河川に関する論文集，第 6 巻，土木学会，pp. 303-308，2000.
- 11) 馬場仁志・星 清・橋本識秀：損失機構を組み合わせた貯留関数モデルの総合化，水工学論文集，第 43 巻，土木学会，pp. 1085-1090，1999.
- 12) 佐藤力信・嵯峨 浩・馬場仁志・星 清：損失機構を含む貯留関数法を応用したタンクモデルの提案，土木学会北海道支部論文報告集，第 55 号(B)，pp. 32-33，1999.
- 13) 馬場仁志・星 清：蒸発散を組み合わせた二段型貯留関数モデルの提案，河川技術に関する論文集，第 7 巻，土木学会，pp. 459-458，2001.
- 14) 星 清・中津川 誠：地下水流出成分を含む流域・河道系における貯留関数法の同定，(財)北海道河川防災研究センター研究所紀要(XIII)，pp. 253-272，2002.
- 15) 中津川 誠・星 清・橋本識秀：成分分離に基づく流域・河道追跡のための貯留関数モデルの同定，水工学論文集，第 46 巻，土木学会，pp. 151-156，2002.
- 16) 園山裕士・星 清・橋本識秀：実用的 2 段タンク型貯留関数法の提案，土木学会北海道支部論文報告集，第 58 号，pp. 336-339，2002.
- 17) 秋田大輔・星 清：2 段タンク型貯留関数法の最適化比較，(財)北海道河川防災研究センター・研究所紀要(XIV)，pp. 249-282，2003.
- 18) 日野幹雄・長谷部正彦：水文流出解析，森北出版，254p.，1985.
- 19) 日野幹雄：確率過程水文学と私，研究討論会「20 世紀の水文・水資源学—21 世紀における発展の礎に—」，土木学会水理委員会・水文・水質源学会共催，pp. 17-35，2001.

3. 河道における洪水追跡モデルの概要¹⁾

河道流出のモデル化にあたっては、流域流出と同様に Kinematic wave 法を貯留関数法に変換する。変換された貯留関数法は、Kinematic wave 法の解と等価なモデルに集中化されているので、モデル定数の物理的意味が明確である。また、集中化されたことにより、分割流域数が多く、河道延長が長くなっても、流域流出・河道追跡計算を迅速に行うことができる。洪水河道追跡用の貯留方程式は、単位流域での流出解析に用いたそれと構造上同一であるため、システム方程式の定式化も計算も容易である。

3.1 河道における Kinematic wave 法の貯留関数法への集中化

図-3.1 に示すような横流入がない河道における Kinematic wave 法を貯留関数法に変換するためには、両モデルのパラメータ間の関係を定式化する必要がある。そこで、実領域 Kinematic wave 法における基本式を無次元化して対象変数の数を減らし、モデルパラメータの近似式を算定する。表-3.1 に Kinematic wave 法の実領域および無次元領域の基本式を示す。

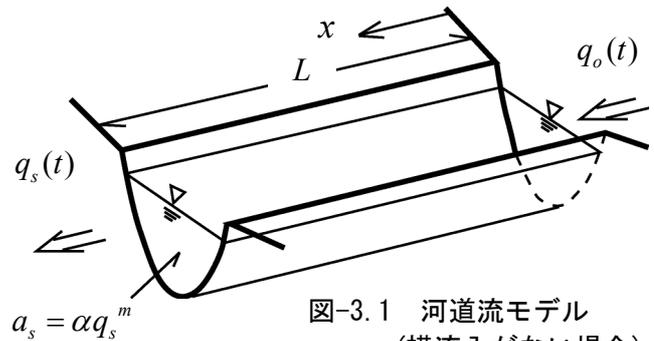


図-3.1 河道流モデル
(横流入がない場合)

表-3.1 Kinematic wave 法の実領域および無次元領域の基本式

実領域 Kinematic wave 法	無次元 Kinematic wave 法
$\frac{\partial a_s}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0$ (3.1)	$\frac{\partial A_s}{\partial T} + \frac{\partial Q_s}{\partial X} = 0 \quad (0 \leq X \leq 1)$ (3.5)
$a_s = \alpha q_s^m$ (3.2)	$A_s = Q_s^m$ (3.6)
$s_s = \int_0^L a_s(x, t) dx$ (3.3)	$S_s = \int_0^1 A_s dX$ (3.7)
$q_s(x, 0) = 0, q_s(0, t) = q_o(t)$ (3.4)	$Q_s(X, 0) = 0, Q_s(0, T) = Q_o(T)$ (3.8)
t : 時間(s), x : 河道距離(m), s_s : 河道貯留量(m^3), q_s : 河道流量(m^3/s), a_s : 横断面積(m^2), L : 河道長(m), α, m : 河道流定数 (秒とメートル単位), q_o : 河道上流端流量(m^3/s)	T, X, S_s, Q_s, Q_o, A_s はそれぞれ、時間, 河道距離, 河道貯留量, 河道流量, 河道上流端流量, 横断面積の無次元量, m : 河道流定数

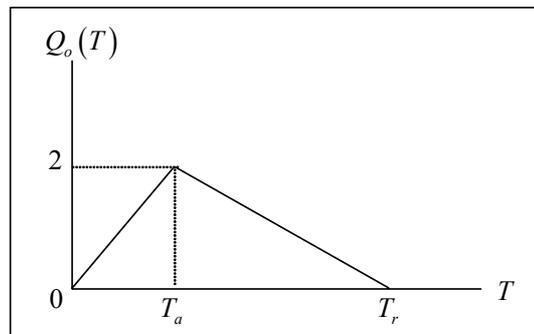
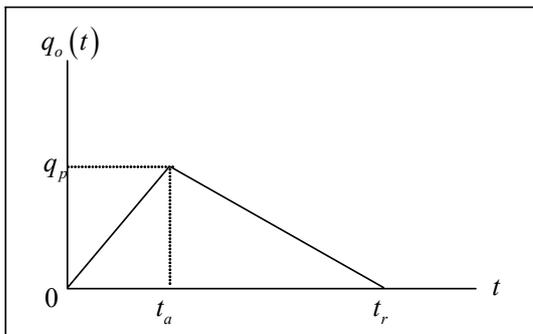


図-3.2 流入三角形ハイドログラフの変換

式(3.4)は、それぞれ、実領域における初期条件と上流端境界条件である。同じく、式(3.8)は無次元領域での条件を表している。

図-3.2 の左側は実流域での流入三角形ハイドログラフ、右側はその無次元ハイドログラフであり、 $Q_o(T)$ のピーク値は2となる。すなわち、実領域 Kinematic wave 法での変数と無次元 Kinematic wave 法の変数の対応関係は次式となり、

$$(\alpha, m, L, q_p, t_a, t_r) \rightarrow (1, m, 1, 2, T_a, T_r) \quad (3.9)$$

変数の個数が6個から3個に減少する。このため、パラメータの推定式の決定が容易となる。

表-3.2 に、貯留関数法の実領域および無次元領域の基本式を示す。流域流出系と同様に、河道追跡における無次元 Kinematic wave 法を無次元貯留関数法に変換するための無次元河道追跡モデル定数(K_3, K_4, p_3, p_4)を求める手順を以下に要約して示す。

- (a) 図-3.2 の右側に示される三角形ハイドログラフを考える場合、無次元領域での変数は m, T_a, T_r だけとなる。したがって、 $\alpha = 1, L = 1$ (河道長)として無次元 Kinematic wave 法の数値解を求める。数値計算にあたっては、 $T_r = 4$ と固定し、ピーク流量生起時刻 $T_a = 0.5(0.5)3.0$ の6通り、指数 $m = 0.5(0.05)0.95$ の10通りとして、合計60ケースを選定した²⁾。
- (b) 下流末端 $L = 1$ における流出量と式(3.7)の貯留量の数値解に無次元貯留関数モデル式(3.15)と式(3.16)にあてはめ、4個のモデル定数 K_3, K_4, p_3, p_4 を一階ニュートン法により同定した^{2),3)}。 $(t_a/t_r (= T_a/T_r))$ と m が与えられたときの定数 (K_3, K_4, p_3, p_4) の最適値を表-3.3 に示す。また、実用推定式を提案するため、4個のパラメータをそれぞれ、 m と t_a/t_r の関数で表す近似式を作成した(表-3.4 参照)。なお、表-3.4 に示される近似式の精度を調べるために、4個のパラメータの最大相対誤差を表-3.5 に示す。すなわち、絶対相対誤差では、 K_3 は0.61%以下、 K_4 は8.89%以下、 p_3 は2.88%以下、 p_4 は17.69%以下であり、実用上十分な精度を持っていると考えられる。

表-3.2 貯留関数法の実領域および無次元領域の基本式

実領域貯留関数法	無次元貯留関数法
$s_s = k_3 q_s^{p_3} + k_4 \frac{d}{dt} (q_s^{p_4}) \quad (3.10)$	$S_s = K_3 Q_s^{p_3} + K_4 \frac{d}{dT} (Q_s^{p_4}) \quad (3.15)$
$\frac{ds_s}{dt} = q_o - q_s \quad (3.11)$	$\frac{dS_s}{dT} = Q_o - Q_s \quad (3.16)$
$a_s = \alpha q_s^m \quad (3.12)$	K_3, K_4, p_3, p_4 : 後述するように、 m と T_a/T_r の関数で与えられる。
$k_3 = K_3 \alpha L (\bar{q}_o)^{m-p_3} \quad (3.13)$	
$k_4 = K_4 \alpha^2 L^2 (\bar{q}_o)^{2m-p_4-1} \quad (3.14)$	
s_s : 河道貯留量(m ³), q_s : 河道流量(m ³ /s), t_s : 時間(s), a_s : 河道断面積(m ²), q_o : 河道上流端流量(m ³ /s), k_3, k_4, p_3, p_4 : モデル定数, α, m : 河道定数 (秒とメートル単位)	S_s, Q_s, Q_o, T はそれぞれ、河道貯留量, 河道流量, 河道上流端流量, 時間の無次元量, K_3, K_4 : 無次元貯留係数, p_3, p_4 : 貯留指数

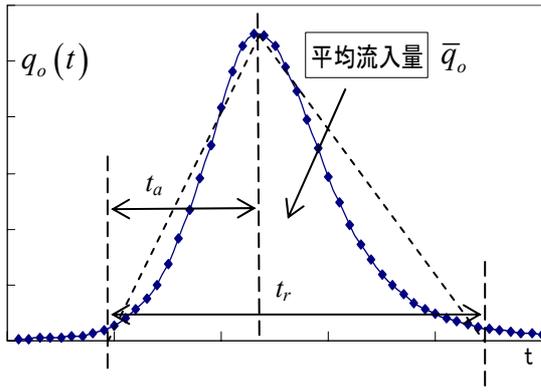


図-3.3 河道上流端流入ハイドログラフ

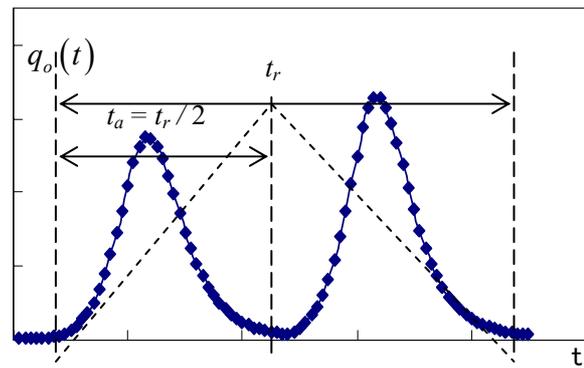


図-3.4 二山流入ハイドログラフ

- (c) Kinematic wave 法ないし貯留関数法を用いて河道追跡を行う場合、河道定数(α, m)の設定が必要となる。対象河道区間(L)で河道断面積(a_s)と流量(q_s)の関係式を、あらかじめ不等流計算等により、式(3.2)で近似しておくことが可能である。したがって、河道定数(α, m)は既知となる。
- (d) 流入ハイドログラフは、図-3.3 に示すように、河道上流端流入ハイドログラフ(直上流河道からの流出量、流域からの流出量及びその合計流出量など)を三角形で近似する。このとき、 t_r = 洪水継続時間、 t_a = ピーク流量生起時刻を抽出し、その比(t_a/t_r)を算出する。
- (e) 図-3.4 に示される二山流入ハイドログラフの場合、(t_a/t_r)の値をどのように設定するかが問題となる。後述するように、河道流入量が二山ハイドログラフで与えられる場合でも、 $t_a/t_r = 0.5$ と設定して、河道追跡モデル定数(K_3, K_4, p_3, p_4)の値を求めても、Kinematic wave 解と同程度の精度で河道流出ハイドログラフが再現されることを確認している。
- (f) 以上の情報をもとに、貯留関数モデル定数(K_3, K_4, p_3, p_4)は、河道定数(m)及び(t_a/t_r)の関数として、表-3.4 に示される近似式を用いて算定される。

表-3.4 に示されるモデル定数算定式において、 $t_a/t_r = 0.5$ と設定した場合の河道追跡モデル定数(K_3, K_4, p_3, p_4)の値を求める近似式を表-3.6 に掲げる。

無次元領域における末端 $L = 1.0$ での、Kinematic wave 法と貯留関数法による流出ハイドログラフの比較事例として、流入ハイドログラフの形状が一山と二山の場合について行った結果を図-3.5 及び図-3.6 に示す。ただし、 $t_r = 12$ と仮定し、 $t_a/t_r = 0.5$ 及び $m = 0.6$ とする。Kinematic wave 法の計算条件は、 $\Delta T = 0.05$, $\Delta X = 0.02$ (河道長 $L = 1.0$ を 50 分割)である。また、式(3.7)の河道貯留量の計算には台形公式を用いた。一方、貯留関数法におけるモデル定数 K_3, K_4, p_3, p_4 の値は、それぞれ、表-3.3 に示される $t_a/t_r = 0.5$ 及び $m = 0.6$ のとき、0.9145, 0.5635, 0.7453, 0.2200 で与えられる。

図-3.5 及び図-3.6 に示されるように、Kinematic wave 法と貯留関数法による解にはほとんど差がみられない。したがって、図-3.4 のような二山ハイドログラフについても、一山ハイドログラフと仮定して貯留関数モデル定数を推定しても計算結果は実用上十分な精度を有していることが分かる。

また、既往洪水例に関しては、(t_a/t_r)の値を特定することは比較的容易である。しかしながら、洪水生起時における実時間洪水予測問題においては、(t_a/t_r)の値を前もって指定することは不可能である。そこで、流入ハイドログラフの形状が $t_a/t_r = 0.75$ である一山と二山の事例について、表-3.3 に示される $t_a/t_r = 0.5$ と $t_a/t_r = 0.75$ のモデル定数を用いた場合の解を比較する。ただし、 $m = 0.6$ とする。

図-3.7 及び図-3.8 に示されるように、一山及び二山のいずれの場合もモデル定数の違いによる差異

はごくわずかである。したがって、 $t_a/t_r = 0.5$ (二等辺三角形) と仮定して河道追跡における貯留関数モデル定数を算定しても、実用上大きな問題は生じないと考えられる。

実領域における河道末端流量は、次式で計算される。

$$q_s = (\bar{q}_o) Q_s \quad (3.17)$$

ここに、 \bar{q}_o : 河道上流端流入量ハイドログラフの平均値
式(3.10)及び式(3.11)を解くためには、次の変数変換を行う。

$$y_1 = q_s^{p_4}, \quad y_2 = \frac{d(q_s^{p_4})}{dt} \quad (3.18)$$

式(3.10)及び式(3.11)を整理すると次式が得られる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_2 \\ -\frac{k_3 p_3}{k_4 p_4} y_1^{p_3/p_4-1} y_2 - \frac{1}{k_4} y_1^{1/p_4} + \frac{q_o}{k_4} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

表-3.3 貯留関数モデルパラメータ最適値

t_a/t_r	m	K_3	K_4	p_3	p_4
0.125	0.95	0.8637	0.7809	1.0291	0.2597
	0.90	0.8574	0.7619	1.0219	0.2078
	0.85	0.8533	0.7402	1.0075	0.1647
	0.80	0.8503	0.7159	0.9879	0.1293
	0.75	0.8533	0.6861	0.9538	0.1026
	0.70	0.8636	0.6507	0.8985	0.0817
	0.65	0.8745	0.6149	0.8378	0.0647
	0.60	0.8855	0.5785	0.7723	0.0502
	0.55	0.8960	0.5426	0.7041	0.0412
	0.50	0.9010	0.5132	0.6445	0.0298
0.25	0.95	0.9015	0.7356	0.9435	0.3885
	0.90	0.8891	0.7282	0.9515	0.3257
	0.85	0.8794	0.7189	0.9487	0.2677
	0.80	0.8703	0.7031	0.9417	0.2184
	0.75	0.8662	0.6853	0.9236	0.1748
	0.70	0.8710	0.6580	0.8837	0.1393
	0.65	0.8783	0.6316	0.8337	0.1083
	0.60	0.8881	0.6008	0.7737	0.0836
	0.55	0.8973	0.5727	0.7111	0.0628
	0.50	0.9016	0.5518	0.6528	0.0434
0.375	0.95	0.9379	0.6594	0.8653	0.5363
	0.90	0.9238	0.6618	0.8773	0.4660
	0.85	0.9114	0.6620	0.8820	0.4008
	0.80	0.8995	0.6557	0.8814	0.3440
	0.75	0.8936	0.6444	0.8712	0.2903
	0.70	0.8938	0.6274	0.8452	0.2415
	0.65	0.8980	0.6023	0.8056	0.1993
	0.60	0.9050	0.5803	0.7572	0.1582
	0.55	0.9116	0.5593	0.7058	0.1207
	0.50	0.9164	0.5476	0.6560	0.0862
0.5	0.95	0.9614	0.5746	0.8013	0.6885
	0.90	0.9434	0.5975	0.8271	0.5940
	0.85	0.9299	0.6021	0.8356	0.5222
	0.80	0.9184	0.6035	0.8361	0.4561
	0.75	0.9096	0.6062	0.8368	0.3880
	0.70	0.9069	0.5965	0.8198	0.3289
	0.65	0.9092	0.5814	0.7875	0.2736
	0.60	0.9145	0.5635	0.7453	0.2200
	0.55	0.9195	0.5470	0.6990	0.1688
	0.50	0.9231	0.5420	0.6532	0.1210
0.625	0.95	0.9832	0.4567	0.7202	0.9171
	0.90	0.9627	0.5044	0.7561	0.7619
	0.85	0.9432	0.5419	0.7850	0.6432
	0.80	0.9308	0.5530	0.7902	0.5626
	0.75	0.9194	0.5697	0.8004	0.4766
	0.70	0.9143	0.5756	0.7938	0.4005
	0.65	0.9147	0.5682	0.7705	0.3335
	0.60	0.9187	0.5543	0.7335	0.2710
	0.55	0.9230	0.5409	0.6901	0.2112
	0.50	0.9260	0.5385	0.6458	0.1553
0.75	0.95	0.9980	0.3293	0.6341	1.2761
	0.90	0.9897	0.3428	0.6412	1.1434
	0.85	0.9682	0.4004	0.6792	0.9176
	0.80	0.9486	0.4520	0.7069	0.7480
	0.75	0.9305	0.5163	0.7431	0.5865
	0.70	0.9223	0.5410	0.7491	0.4857
	0.65	0.9195	0.5493	0.7397	0.4013
	0.60	0.9221	0.5405	0.7105	0.3308
	0.55	0.9256	0.5329	0.6725	0.2632
	0.50	0.9283	0.5318	0.6310	0.2017

表-3.4 貯留関数モデルパラメータ推定のための近似式

$K_3 = a_0 + a_1m + a_2m^2 + a_3m^3$				
$a_0 = b_0 + b_1(t_a/t_r) + b_2(t_a/t_r)^2 + b_3(t_a/t_r)^3 + b_4(t_a/t_r)^4$				
$a_1 = c_0 + c_1(t_a/t_r) + c_2(t_a/t_r)^2 + c_3(t_a/t_r)^3 + c_4(t_a/t_r)^4$				
$a_2 = d_0 + d_1(t_a/t_r) + d_2(t_a/t_r)^2 + d_3(t_a/t_r)^3 + d_4(t_a/t_r)^4$				
$a_3 = e_0 + e_1(t_a/t_r) + e_2(t_a/t_r)^2 + e_3(t_a/t_r)^3 + e_4(t_a/t_r)^4$				
$b_0 = 0.8545$	$b_1 = -4.843$	$b_2 = 33.8238$	$b_3 = -72.2531$	$b_4 = 49.7646$
$c_0 = 0.5229$	$c_1 = 22.7545$	$c_2 = -154.6917$	$c_3 = 327.8772$	$c_4 = -224.9687$
$d_0 = -0.8426$	$d_1 = -39.5757$	$d_2 = 249.2689$	$d_3 = -512.7692$	$d_4 = 345.5463$
$e_0 = 0.2763$	$e_1 = 22.4122$	$e_2 = -130.006$	$e_3 = 259.4679$	$e_4 = -171.6907$
$K_4 = a_0e^{a_1m+a_2m^2}$				
$a_0 = b_0 + b_1(t_a/t_r) + b_2(t_a/t_r)^2 + b_3(t_a/t_r)^3 + b_4(t_a/t_r)^4$				
$a_1 = c_0 + c_1(t_a/t_r) + c_2(t_a/t_r)^2 + c_3(t_a/t_r)^3 + c_4(t_a/t_r)^4$				
$a_2 = d_0 + d_1(t_a/t_r) + d_2(t_a/t_r)^2 + d_3(t_a/t_r)^3 + d_4(t_a/t_r)^4$				
$b_0 = 0.2404$	$b_1 = -1.1777$	$b_2 = 8.0276$	$b_3 = -16.2876$	$b_4 = 9.8026$
$c_0 = 1.0848$	$c_1 = 23.9708$	$c_2 = -126.7464$	$c_3 = 230.5159$	$c_4 = -124.7640$
$d_0 = 0.1929$	$d_1 = -19.1466$	$d_2 = 90.2282$	$d_3 = -157.3522$	$d_4 = 79.5772$
$p_3 = a_0 + a_1m + a_2m^2 + a_3m^3$				
$a_0 = b_0 + b_1(t_a/t_r) + b_2(t_a/t_r)^2 + b_3(t_a/t_r)^3 + b_4(t_a/t_r)^4$				
$a_1 = c_0 + c_1(t_a/t_r) + c_2(t_a/t_r)^2 + c_3(t_a/t_r)^3 + c_4(t_a/t_r)^4$				
$a_2 = d_0 + d_1(t_a/t_r) + d_2(t_a/t_r)^2 + d_3(t_a/t_r)^3 + d_4(t_a/t_r)^4$				
$a_3 = e_0 + e_1(t_a/t_r) + e_2(t_a/t_r)^2 + e_3(t_a/t_r)^3 + e_4(t_a/t_r)^4$				
$b_0 = 0.5844$	$b_1 = 0.9107$	$b_2 = -32.9092$	$b_3 = 96.5526$	$b_4 = -80.2872$
$c_0 = -0.9989$	$c_1 = -18.7643$	$c_2 = 216.3786$	$c_3 = -546.4481$	$c_4 = 422.4272$
$d_0 = 2.7263$	$d_1 = 53.1813$	$d_2 = -427.1458$	$d_3 = 976.2463$	$d_4 = -713.376$
$e_0 = -1.1199$	$e_1 = -37.4282$	$e_2 = 249.4726$	$e_3 = -535.5305$	$e_4 = 376.2721$
$p_4 = a_0 + a_1m + a_2m^2$				
$a_0 = b_0 + b_1(t_a/t_r) + b_2(t_a/t_r)^2 + b_3(t_a/t_r)^3 + b_4(t_a/t_r)^4$				
$a_1 = c_0 + c_1(t_a/t_r) + c_2(t_a/t_r)^2 + c_3(t_a/t_r)^3 + c_4(t_a/t_r)^4$				
$a_2 = d_0 + d_1(t_a/t_r) + d_2(t_a/t_r)^2 + d_3(t_a/t_r)^3 + d_4(t_a/t_r)^4$				
$b_0 = -0.3999$	$b_1 = 10.4083$	$b_2 = -47.3310$	$b_3 = 71.7788$	$b_4 = -31.9668$
$c_0 = 1.3325$	$c_1 = -34.6802$	$c_2 = 151.6250$	$c_3 = -223.8849$	$c_4 = 95.8506$
$d_0 = -0.7202$	$d_1 = 24.5035$	$d_2 = -98.6764$	$d_3 = 138.5036$	$d_4 = -52.1388$

表-3.5 近似式の最大相対誤差

定数	T_a/T_r	m	最適値	近似値	相対誤差 (%)
K_3	3/4	0.90	0.9897	0.9836	0.61
K_4	3/4	0.90	0.3428	0.3733	-8.89
p_3	3/4	0.90	0.6412	0.6597	-2.88
p_4	0.5/4	0.50	0.0298	0.0351	-17.69

表-3.6 河道追跡モデルパラメータ近似式 ($T_a/T_r = 0.5$ のとき)

$$K_3 = a_0 + a_1 m + a_2 m^2 + a_3 m^3$$

$$a_0 = 0.96760, \quad a_1 = 0.15133, \quad a_2 = -0.81273, \quad a_3 = 0.68372$$

$$K_4 = a_0 \exp(a_1 m + a_2 m^2)$$

$$a_0 = 0.23516, \quad a_1 = 2.40034, \quad a_2 = -1.51880$$

$$p_3 = a_0 + a_1 m + a_2 m^2 + a_3 m^3$$

$$a_0 = -0.13643, \quad a_1 = 1.80928, \quad a_2 = -0.02472, \quad a_3 = -0.89016$$

$$p_4 = a_0 + a_1 m + a_2 m^2$$

$$a_0 = -0.05408, \quad a_1 = -0.09630, \quad a_2 = 0.91673$$

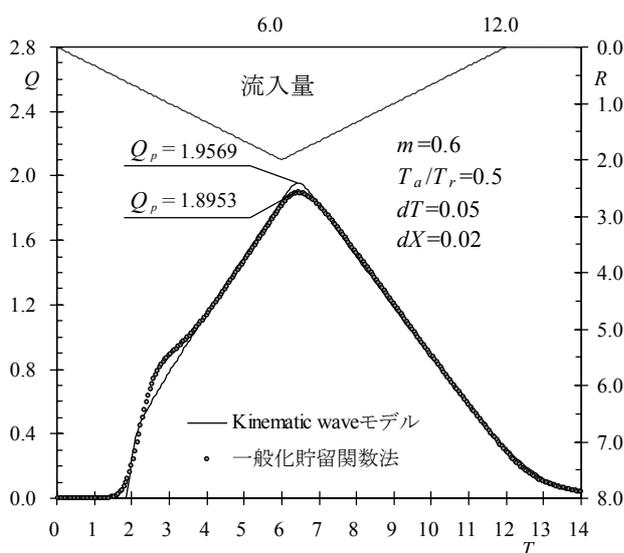


図-3.5 無次元領域での Kinematic wave 法と貯留関数法によるハイドログラフ比較[一山]

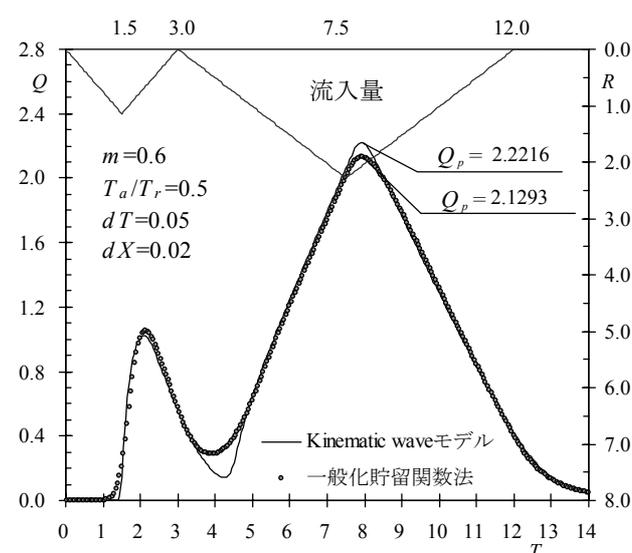


図-3.6 無次元領域での Kinematic wave 法と貯留関数法によるハイドログラフ比較[二山]

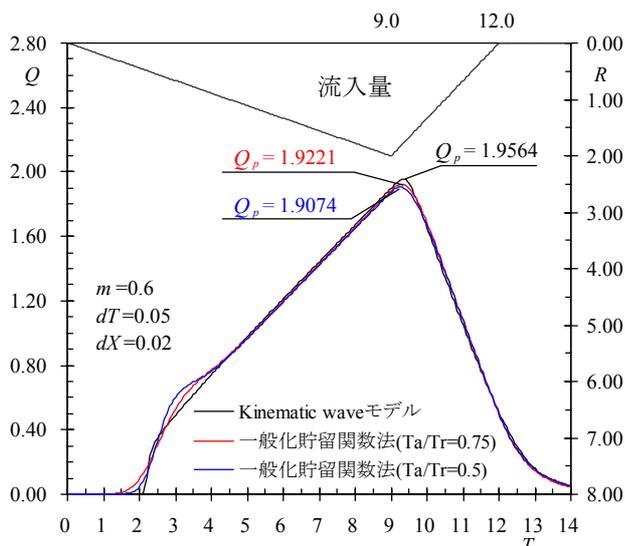


図-3.7 無次元領域での貯留関数法におけるモデル定数の違いによるハイドログラフ比較[一山]

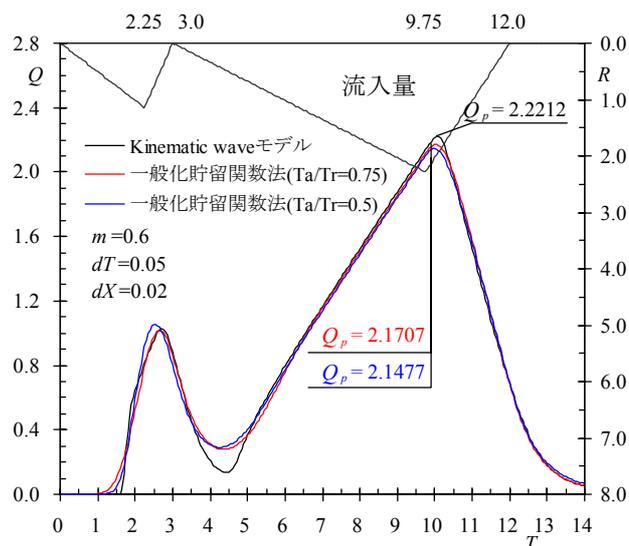


図-3.8 無次元領域での貯留関数法におけるモデル定数の違いによるハイドログラフ比較[二山]

3.2 河道における貯留関数法の単位変換

一般に、複合流域における洪水追跡問題においては、分割流域の流出計算では、[mm]と[h]の単位を用い、河道区間での洪水追跡には[m³]と[sec]の単位が用いられることが多い。流出計算と河道追跡での計算において単位が異なることは、とくに洪水予測計算で行うときに不便である。そこで、河道追跡のための貯留関数法における変数単位を [mm]と[h]に変換することを試みる。

式(3.10)に示す変数の単位を以下のように変換する。

$$\begin{cases} s_s \text{ (m}^3\text{)} \rightarrow s_h \text{ (mm)} & s_s = (A_r \times 10^3) s_h \\ q_s \text{ (m}^3\text{/s)} \rightarrow q_h \text{ (mm/h)} & q_s = (A_r/3.6) q_h \\ t \text{ (s)} \rightarrow t_h \text{ (h)} & t = (3.6 \times 10^3) t_h \end{cases} \quad (3.20)$$

ここに、 A_r ：当該河道より上流の全流域面積(km²)

式(3.20)の関係式を式(3.10)に代入すると、

$$s_h = \frac{1}{A_r \times 10^3} \left(\frac{A_r}{3.6} \right)^{p_3} k_3 q_h^{p_3} + \frac{1}{3.6 A_r \times 10^6} \left(\frac{A_r}{3.6} \right)^{p_4} k_4 \frac{d}{dt_h} (q_h^{p_4}) \quad (3.21)$$

式(3.21)より、貯留高 s_h (mm)と流出高 q_h (mm/h)を用いたときの貯留係数 k_{h3} と k_{h4} は、次式で与えられる。

$$k_{h3} = \frac{1}{A_r \times 10^3} \left(\frac{A_r}{3.6} \right)^{p_3} k_3, \quad k_{h4} = \frac{1}{3.6 A_r \times 10^6} \left(\frac{A_r}{3.6} \right)^{p_4} k_4 \quad (3.22)$$

\bar{q}_o (m³/s)を \bar{q}_{ho} (mm/h)に、 L (m)を L_h (km)に変換すると、 $\bar{q}_o = \frac{A_r}{3.6} \bar{q}_{ho}$ および $L = 10^3 L_h$ となる。

式(3.13)と式(3.14)を式(3.22)に代入すれば、貯留高 s_h を[mm]，流出高 q_h を[mm/h]で表したときの河道追跡用の貯留関数モデル定数 k_{h3} と k_{h4} は、次式のように表現される。

$$\begin{aligned}
k_{h3} &= \frac{K_3 \alpha L}{A_r \times 10^3} \left(\frac{A_r}{3.6} \right)^m (\bar{q}_{ho})^{m-p_3} = \frac{K_3 \alpha 10^3 L_h}{A_r \times 10^3} \left(\frac{A_r}{3.6} \right)^m (\bar{q}_{ho})^{m-p_3} \\
&= \frac{K_3 \alpha L_h}{A_r} \left(\frac{A_r}{3.6} \right)^m (\bar{q}_{ho})^{m-p_3}
\end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}
k_{h4} &= \frac{K_4 \alpha^2 L^2}{3.6 A_r \times 10^6} \left(\frac{A_r}{3.6} \right)^{2m-1} (\bar{q}_{ho})^{2m-p_4-1} = \frac{K_4 \alpha^2 10^6 L_h^2}{3.6 A_r \times 10^6} \left(\frac{A_r}{3.6} \right)^{2m-1} (\bar{q}_{ho})^{2m-p_4-1} \\
&= \frac{K_4}{K_3^2} \frac{k_{h3}^2}{(\bar{q}_{ho})^{2(m-p_3)}} (\bar{q}_{ho})^{2m-p_4-1} = \frac{K_4}{K_3^2} k_{h3}^2 (\bar{q}_{ho})^{2p_3-p_4-1}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

ここに、 L_h : 河道長(km), \bar{q}_{ho} : 河道上流端平均流入高(mm/h)

後述するように、流域・河道系の貯留関数法にカルマン・フィルター理論を適用する場合、拡大システム方程式は同一型式の貯留関数方程式で表され、かつ計算単位が統一されているので、実時間洪水予測手法がより一層容易となる。

なお、以後の解析においては、河道の s_s 、 q_s 及び q_o も[mm・h]の単位で表し、式表現の煩雑さを避けるために、[mm・h]系の貯留係数 k_{h3} と k_{h4} を単に k_3 、 k_4 と表記する。

参考文献

- 1) (財)北海道河川防災研究センター・編集・発行：一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法，152p.，2001.
- 2) Devarajan, S. T. : Storage Function Model for Kinematic Channel Routing without Lateral Inflow, Master Thesis. 49p., Asian Institute of Technology, Bangkok, Thailand, 1983.
- 3) 宮原雅幸・星 清：河道系における Kinematic Wave Model の貯留関数法への集中化、開発土木研究所月報，No552, pp.10-21, 1999.

4. 複合流域における実時間洪水予測手法

4.1 カルマン・フィルタ理論の基礎式とその定式化^{1),2),3)}

実時間流出予測手法には、カルマン・フィルタ理論を適用する。カルマン・フィルタ理論は、システム方程式と観測方程式が完成すれば、あとは一連のカルマン・フィルタ公式を機械的に適用していくことにより、逐次予測値とその誤差分散が算出される。また、テレメータ等により新しい観測値が入手されるたびに予測値と誤差分散が更新される。

状態変数が n 個の場合のカルマン・フィルタ理論公式をまとめて表-4.1 に示す。これらの式の中で、システム方程式と観測方程式を定式化することが基本である。すなわち、式(1)の Φ 、 Γ 及び D 、式(2)の H を定式化することが必要である。あとは、初期値と誤差分散を与え、外力である雨量や強制流入量の実測値と予測値を与えれば計算できる。

表-4.1 n 次元カルマン・フィルタ理論

定 義	公 式	式番号
システム方程式	$x_k = \Phi_{k-1}x_{k-1} + \Gamma_{k-1}D_{k-1} + w_{k-1}$	(1)
観測方程式	$z_k = H_k x_k + v_k$	(2)
システム誤差	$E(w_k) = 0, \quad E(w_k w_k^T) = Q_k$	(3)
観測誤差	$E(v_k) = 0, \quad E(v_k^2) = R_k$	(4)
初期条件	$\hat{x}_0, \quad P_0$	(5)
状態変量の伝達方程式	$\hat{x}_k = \Phi_{k-1}\hat{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1}D_{k-1}$	(6)
状態変量の推定誤差分散共分散伝達方程式	$P_k = \Phi_{k-1}P_{k-1}\Phi_{k-1}^T$	(7)
更新前の状態変量推定値	$\hat{x}_k(-) = \hat{x}_k$	(8)
更新前の推定誤差共分散	$P_k(-) = P_k + Q_k$	(9)
カルマン・ゲイン	$K_k = P_k(-)H_k^T [H_k P_k(-)H_k^T + R_k]^{-1}$	(10)
状態変量の更新方程式	$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k [z_k - H_k \hat{x}_k(-)]$	(11)
状態変量の推定誤差共分散更新方程式	$P_k(+) = [I - K_k H_k] P_k(-)$	(12)

- x_k : $(n \times 1)$ の状態変量ベクトル v_k : 観測誤差
 Φ_k : $(n \times n)$ の遷移行列 Q_k : $(n \times n)$ のシステム誤差分散・共分散行列
 Γ_k : $(n \times n)$ の係数行列 R_k : 観測誤差分散
 D_k : $(n \times 1)$ の確定変数(強制関数)ベクトル P_k : $(n \times n)$ の推定誤差分散・共分散行列
 w_k : $(n \times 1)$ のシステム誤差ベクトル K_k : $(n \times 1)$ のカルマン・ゲインベクトル
 z_k : (1×1) の観測値(状態変量のうちの1個) I : $(n \times n)$ の単位行列
 H_k : $(1 \times n)$ の係数ベクトル T : 上添字は行列の転置
 \hat{x}_k : 状態変量最良推定値
 $\hat{x}_k(-)$: k 時刻で新しい観測値が入手される直前の状態変量推定値
 $\hat{x}_k(+)$: k 時刻で新しい観測値が入手される直後の状態変量更新値
 $P_k(-)$: 推定値 $\hat{x}_k(-)$ の誤差分散・共分散行列
 $P_k(+)$: 更新値 $\hat{x}_k(+)$ の誤差分散・共分散行列

4.2 有効雨量を用いた貯留関数法(一般化貯留関数モデル)への適用^{1),2),4)}

4.2.1 システム方程式と状態変量の伝達方程式

第2章で述べた「有効雨量を用いた貯留関数法」を、分割小流域*i*における流出モデルとして、カルマン・フィルター理論を用いた実時間洪水予測を行う場合、状態変量には式(2.3)に示される x_1, x_2 を選定する。また、河道*j*における流出モデルの状態変量は、式(3.18)に示される y_1, y_2 を選定する。さらに、洪水毎に変化すると考えられるモデル定数 f 及び f_c と予測雨量 r の誤差を考慮するため、これらを状態変量に加えてシステム方程式を拡大する。

分割流域数を N 、河道数を M として、状態変量をベクトル表示すると、拡大システム方程式は以下のように定義される。

$$\frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

ここで、

$$\begin{cases} X_1 = [x_{1,1} & x_{2,1} & \cdots & x_{1,N} & x_{2,N}]^T & : \text{流域の状態変量} \\ X_2 = [y_{1,1} & y_{2,1} & \cdots & y_{1,M} & y_{2,M}]^T & : \text{河道の状態変量} \\ X_3 = [f & f_c]^T & & & & : \text{モデル定数} \\ X_4 = [r_1 & r_2 & \cdots & r_N]^T & & : \text{雨量} \end{cases} \quad (4.2)$$

ただし、 $i=1, \dots, N$ 、 $j=1, \dots, M$

洪水予測では、 ℓ 時間先の流量と水位をいかに精度よく予測するかが最重要課題である。この問題は、カルマン・フィルター理論においては、状態変量の伝達方程式に対応しているので、「状態変量の伝達方程式」について定式化を行う。

$\hat{x}_k = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1} D_{k-1}$	表-4.1 における式(6) 状態変量の伝達方程式を参照
---	------------------------------

流出モデルの状態変量 X_1 のシステム方程式は、式(2.4)を拡大して次式で表わされる。

$$\frac{dX_1}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \\ \vdots \\ x_{1,N} \\ x_{2,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{2N-1} \\ f_{2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2,1} \\ -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1})^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}) - \frac{1}{k_{12,1}} (x_{1,1})^{1/p_2} + \frac{fr_1}{k_{12,1}} \\ \vdots \\ x_{2,N} \\ -\frac{k_{11,N}}{k_{12,N}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,N})^{p_1/p_2-1} (x_{2,N}) - \frac{1}{k_{12,N}} (x_{1,N})^{1/p_2} + \frac{fr_N}{k_{12,N}} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

なお、 $x_{1,i}$ 及び $x_{2,i}$ ($i=1 \dots N$) の初期条件は、以下のように設定する。

$$x_{1,i}(0) = q_{in}^{p_2}, \quad x_{2,i}(0) = 0 \quad (i=1 \cdots N) \quad (4.4)$$

ここに、 q_{in} : 初期流出高

河道モデルの状態変量 X_2 のシステム方程式は、式(3.19)を拡大して式(4.5)で表わされる。なお、式(4.5)の関数 f は、流出モデルの式(2N本)の続きになるよう添え字を付す。

$$\frac{dX_2}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{1,1} \\ y_{2,1} \\ \vdots \\ y_{1,M} \\ y_{2,M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{2N+1} \\ f_{2N+2} \\ \vdots \\ f_{2N+2M-1} \\ f_{2N+2M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{2,1} \\ -\frac{k_{3,1}}{k_{4,1}} \frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} (y_{1,1})^{p_{3,1}/p_{4,1}-1} (y_{2,1}) - \frac{1}{k_{4,1}} (y_{1,1})^{1/p_{4,1}} + \frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \\ \vdots \\ y_{2,M} \\ -\frac{k_{3,M}}{k_{4,M}} \frac{p_{3,M}}{p_{4,M}} (y_{1,M})^{p_{3,M}/p_{4,M}-1} (y_{2,M}) - \frac{1}{k_{4,M}} (y_{1,M})^{1/p_{4,M}} + \frac{q_{o,M}}{k_{4,M}} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

なお、既述したように、河道定数 k_3 , k_4 , p_3 及び p_4 はすべて確定値であることに留意する必要がある。

X_3 をモデル定数、 X_4 を雨量に関する状態変量として、 dt の単位時間内で変化しないものと仮定すれば、これらの状態変量ベクトルは式(4.6)及び式(4.7)で表わされる。ただし、モデル定数の個数を K (=2) とする。

$$\frac{dX_3}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f \\ f_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{2N+2M+1} \\ f_{2N+2M+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\frac{dX_4}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{2N+2M+K+1} \\ \vdots \\ f_{2N+2M+K+N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

河道 j への流入高 $q_{o,j}$ は、当該地点より上流に位置する分割流域及び上流河道からの流出量累計値(指定状態変量の非線形和)を用いて表わされ、 $x_{1,i}$ 及び $y_{1,j}$ のうち少なくとも一つを必ず含んでいる。 $q_{o,j}$ の記述手法については、後述の「6. 流域・河道系における洪水予測式の自動定式化」を参照されたい。

式(4.1)～式(4.7)を確定値である $X = X^*$ のまわりで1次の項までテーラー級数展開し、線形化する。

$$\frac{dX}{dt} = F(X) = A(X^*)X + D(X^*) \quad (4.8)$$

係数行列 $A(X^*)$ 及び $D(X^*)$ の次元数は、分割流域数 N 及び河道数 M の個数に依存して変化する。ここで、

$$A(X^*) = \left(\frac{\partial F(X)}{\partial X} \right)_{X=X^*} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & 0_{23} & 0_{24} \\ 0_{31} & 0_{32} & A_{33} & 0_{34} \\ 0_{41} & 0_{42} & 0_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{流域に対応 (2N 行)} \\ \rightarrow \text{河道に対応 (2M 行)} \\ \rightarrow \text{モデル定数に対応 (K 行)} \\ \rightarrow \text{予測雨量に対応 (N 行)} \end{array} \quad (4.9)$$

(2N列) (2M列) (K列) (N列)

$$A_{11} = \left[\begin{array}{cc|cc|c} 0 & 1 & & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & & & & \\ \hline & & 0 & 1 & & \\ 0 & & a_{43} & a_{44} & & 0 \\ \hline & & & & \ddots & \\ 0 & & 0 & & & 0 \\ \hline & & & & & 0 & 1 \\ 0 & & 0 & & 0 & a_{2N-1, 2N} & a_{2N, 2N} \end{array} \right] : (2N \times 2N) \text{ 行列} \quad (4.10)$$

$$A_{13} = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ a_{2, 2N+2M+1} & a_{2, 2N+2M+2} \\ \hline \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ a_{2N, 2N+2M+1} & a_{2N, 2N+2M+2} \end{array} \right] : (2N \times K) \text{ 行列} \quad (4.11)$$

$$A_{14} = \left[\begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 0 \\ a_{2, 2N+2M+K+1} & & \\ \hline \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ & & a_{2N, 2N+2M+K+N} \end{array} \right] : (2N \times N) \text{ 行列} \quad (4.12)$$

$$A_{21} = \left[\begin{array}{ccc|c} A_{11}^{21} & \cdots & A_{1N}^{21} \\ & \ddots & \\ \vdots & & A_{ji}^{21} & \vdots \\ & & & \ddots \\ A_{M1}^{21} & \cdots & A_{MN}^{21} \end{array} \right] : (2M \times 2N) \text{ 行列} \quad (4.13)$$

$$A_{ji}^{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{2N+2j, 2i-1} & 0 \end{bmatrix} : j=1 \cdots M, \quad i=1 \cdots N \quad (4.14)$$

A_{ji}^{21} の要素 $a_{2N+2j, 2i-1}$ は、流域・河道ネットワークに依存するので、具体的な式を記述するのは困難であるが、上流端流入量と河道だけのネットワークでない限りゼロでないものが必ず存在する。

$$A_{22} = \left[\begin{array}{ccc|c} A_{11}^{22} & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ \vdots & & A_{ji}^{22} & \vdots \\ & & & \ddots \\ A_{M1}^{22} & \cdots & A_{MM}^{22} \end{array} \right] : (2M \times 2M) \text{ 行列} \quad (4.15)$$

$$A_{ji}^{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{2N+2j \ 2N+2i-1} & 0 \end{bmatrix} \quad : i, j = 1 \cdots M \quad j > i \quad (4.16)$$

$$A_{ji}^{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad : i, j = 1 \cdots M \quad j < i \quad (4.17)$$

$$A_{ji}^{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{2N+2j \ 2N+2i-1} & a_{2N+2j \ 2N+2i} \end{bmatrix} \quad : i, j = 1 \cdots M \quad j = i \quad (4.18)$$

河道単独の要素で構成されている A_{ji}^{22} ($j=i$) は、 $q_{o,j}$ を既知量として扱うことができるため確定可能であるが、 A_{ji}^{22} ($j>i$) は流域・河道ネットワークによって要素が変化するため、具体的な式を記述するのは困難である。ただし、 $q_{o,j}$ を形成する状態変量に上流の河道の状態変量が含まれない場合は、 A_{ji}^{22} ($j>i$) はゼロとなる。

$$\begin{cases} A_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & : (K \times K) \text{ のゼロ行列} \\ A_{44} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} & : (N \times N) \text{ のゼロ行列} \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\begin{cases} 0_{12} : (2N \times 2M) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{23} : (2M \times K) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{24} : (2M \times N) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{31} : (K \times 2N) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{32} : (K \times 2M) \text{ のゼロ行列} \end{cases} \quad \begin{cases} 0_{34} : (K \times N) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{41} : (N \times 2N) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{42} : (N \times 2M) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{43} : (N \times K) \text{ のゼロ行列} \end{cases} \quad (4.20)$$

式(4.10)に示される A_{11} の要素は、流出モデルのシステム方程式から次式で表わされる ($i=1 \cdots N$)。

$$\begin{cases} a_{2i \ 2i-1} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial x_{1,i}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,i}} \left(\frac{dx_{2,i}}{dt} \right) = -\frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-2} (x_{2,i}^*) - \frac{1}{k_{12,i}} \frac{1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{1/p_2-1} \\ a_{2i \ 2i} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial x_{2,i}} = \frac{\partial}{\partial x_{2,i}} \left(\frac{dx_{2,i}}{dt} \right) = -\frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-1} \end{cases} \quad (4.21)$$

式(4.11)に示される A_{13} の要素は、式(2.2)の関係式から次式で表わされる ($i=1 \cdots N$)。

$$\begin{cases} a_{2i \ 2N+2M+1} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial f} = \frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{dx_{2,i}}{dt} \right) = \frac{r_i}{k_{12,i}} \\ a_{2i \ 2N+2M+2} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial f_c} = \frac{\partial}{\partial f_c} \left(\frac{dx_{2,i}}{dt} \right) = \frac{1}{f_c} \left\{ \frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-1} (x_{2,i}^*) + \frac{2}{k_{12,i}} (x_{1,i}^*)^{1/p_2} - \frac{2f_{r,i}}{k_{12,i}} \right\} \end{cases} \quad (4.22)$$

式(4.12)に示される A_{14} の要素は、次式で表わされる ($i=1 \cdots N$)。

$$a_{2i \ 2N+2M+K+i} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial r_i} = \frac{\partial}{\partial r_i} \left(\frac{dx_{2,i}}{dt} \right) = \frac{f}{k_{12,i}} \quad (4.23)$$

式(4.14)に示される A_{21} の要素は、次式で表わされる ($j=1 \cdots M$, $i=1 \cdots N$)。

$$a_{2N+2j \ 2i-1} = \frac{\partial f_{2N+2j}}{\partial x_{1,i}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,i}} \left(\frac{dy_{2,j}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{1,i}} \left(\frac{q_{o,j}}{k_{4,j}} \right) \quad (4.24)$$

式(4.16)に示される A_{22} の要素は、次式で表わされる ($j > i$, $i, j=1 \cdots M$)。

$$a_{2N+2j \ 2N+2i-1} = \frac{\partial f_{2N+2j}}{\partial y_{1,i}} = \frac{\partial}{\partial y_{1,i}} \left(\frac{dy_{2,j}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial y_{1,i}} \left(\frac{q_{o,j}}{k_{4,j}} \right) \quad (4.25)$$

式(4.24)及び式(4.25)に示される河道 j への流入高 $q_{o,j}$ は、前述したように、当該地点より上流に位置する分割流域及び上流河道からの流出量累計値で与えられる。この河道上流端流入高は解析対象河川流域の流域・河道ネットワークが決定されれば、後述するように自動定式化される。

式(4.18)に示される A_{22} の要素は、次式で表わされる ($j=i$, $j=1 \cdots M$)。

$$\begin{cases} a_{2N+2j \ 2N+2i-1} = \frac{\partial f_{2N+2j}}{\partial y_{1,j}} = -\frac{k_{3,j}}{k_{4,j}} \frac{p_{3,j}}{p_{4,j}} \left(\frac{p_{3,j}}{p_{4,j}} - 1 \right) (y_{1,j}^*)^{p_{3,j}/p_{4,j}-2} (y_{2,j}^*) - \frac{1}{k_{4,j}} \frac{1}{p_{4,j}} (y_{1,j}^*)^{1/p_{4,j}-1} \\ a_{2N+2j \ 2N+2i} = \frac{\partial f_{2N+2j}}{\partial y_{2,j}} = -\frac{k_{3,j}}{k_{4,j}} \frac{p_{3,j}}{p_{4,j}} (y_{1,j}^*)^{p_{3,j}/p_{4,j}-1} \end{cases} \quad (4.26)$$

なお、式(4.8)におけるベクトル $D(X^*)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} D(X^*) &= F(X^*) - A(X^*)X^* \\ &= \begin{bmatrix} F(X_1^*) \\ F(X_2^*) \\ F(X_3^*) \\ F(X_4^*) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} X_1^* \\ X_2^* \\ X_3^* \\ X_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(X_1^*) - A_{11}X_1^* - A_{13}X_3^* - A_{14}X_4^* \\ F(X_2^*) - A_{21}X_1^* - A_{22}X_2^* \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.27)$$

実際の計算において、 X^* の値 ($x_{1,i}^*$, $x_{2,j}^*$, $y_{1,j}^*$ 及び $y_{2,j}^*$) は前の計算ステップでの値を採用すればよい。すなわち、任意の時刻、 $(k+1)$ 時点での X の値である X_{k+1} を計算しようとするれば、 k 時刻での X_k の値はすでに既知であるから、実用上、 $X^* = X_k$ として取り扱う。

式(4.8)は線形常微分方程式であり、 $A(X^*)$ と $D(X^*)$ が定数行列の場合、 k を任意のタイムステップとして次の差分方程式に変換できる。これが状態変量の伝達方程式である。

$$X_{k+1} = \Phi_k X_k + \Gamma_k D_k \quad (4.28)$$

ここに、

$$\begin{cases} \Phi_k = e^{AT} = I + AT + \frac{1}{2!} A^2 T^2 + \dots + \frac{1}{m!} A^m T^m + \dots \\ \Gamma_k = (e^{AT} - I) A^{-1} = T \left\{ I + \frac{1}{2!} AT + \dots + \frac{1}{m!} A^{m-1} T^{m-1} + \dots \right\} \end{cases} \quad (4.29)$$

T は計算時間間隔($T < 1$ [h])、 I は単位行列であり、本報告では $m = 4$ を採用する。係数行列 Φ_k と Γ_k の次元は、 $\{(2N + 2M + K + N) \times (2N + 2M + K + N)\}$ の大きさとなる。

式(4.9)を用いると Φ_k 、 Γ_k は式(4.30)、式(4.31)で表される。

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} I + A_{11}T + \frac{T^2}{2!} A_{11}^2 + \dots & 0 & A_{13}T + \frac{T^2}{2!} A_{11}A_{13} + \dots & A_{14}T + \frac{T^2}{2!} A_{11}A_{14} + \dots \\ A_{21}T + \frac{T^2}{2!} (A_{21}A_{11} + A_{21}A_{21}) + \dots & I + A_{22}T + \frac{T^2}{2!} A_{22}^2 + \dots & \frac{T^2}{2!} A_{21}A_{13} + \dots & \frac{T^2}{2!} A_{21}A_{14} + \dots \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}_k$$

$$= \begin{bmatrix} \Phi_{11} & 0 & \Phi_{13} & \Phi_{14} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}_k \quad (4.30)$$

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & 0 & \Gamma_{13} & \Gamma_{14} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & \Gamma_{24} \\ 0 & 0 & TI & 0 \\ 0 & 0 & 0 & TI \end{bmatrix}_k \quad (4.31)$$

したがって、式(4.28)を行列表示すると式(4.32)が得られる。

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & 0 & \Phi_{13} & \Phi_{14} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & 0 & \Gamma_{13} & \Gamma_{14} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & \Gamma_{24} \\ 0 & 0 & TI & 0 \\ 0 & 0 & 0 & TI \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_k \quad (4.32)$$

4.2.2 状態変量の推定誤差分散・共分散伝達方程式の定式化

カルマン・フィルタ理論における状態変量の推定誤差分散・共分散伝達方程式は、洪水予測においては l 時間先の流量及び水位の予測誤差(分散)を算定することに対応している。すなわち、予測値の精度を評価する意味でも「推定誤差分散・共分散伝達方程式」の定式化は重要となる。

$P_k = \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^T$	表-4.1における式(7) 推定誤差分散・共分散伝達方程式を参照
---	----------------------------------

はじめに、次式を定義する。

$$\tilde{X}_k = X_k - \hat{X}_k \quad (4.33)$$

\tilde{X}_k は、状態変量の真値 X_k と最良推定値 \hat{X}_k の差、すなわち誤差（は以後誤差を表わすものとする）になっているので、状態変量推定誤差と呼ぶ。

また、 \tilde{X}_k は式(4.28)の $\Gamma_k D_k$ を確定変量とすると、次式で表される。

$$\tilde{X}_{k+1} = \Phi_k \tilde{X}_k \quad (4.34)$$

この \tilde{X}_k の分散・共分散 (P_k) を計算すると、 P_k は次式で表される。

$$\begin{aligned} P_k &= E(\tilde{X}_k \tilde{X}_k^T) \\ &= E \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{X}_1 \\ \tilde{X}_2 \\ \tilde{X}_3 \\ \tilde{X}_4 \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \tilde{X}_1^T & \tilde{X}_2^T & \tilde{X}_3^T & \tilde{X}_4^T \end{bmatrix}_k \right\} = \begin{bmatrix} E(\tilde{X}_1 \tilde{X}_1^T) & E(\tilde{X}_1 \tilde{X}_2^T) & E(\tilde{X}_1 \tilde{X}_3^T) & E(\tilde{X}_1 \tilde{X}_4^T) \\ E(\tilde{X}_2 \tilde{X}_1^T) & E(\tilde{X}_2 \tilde{X}_2^T) & E(\tilde{X}_2 \tilde{X}_3^T) & E(\tilde{X}_2 \tilde{X}_4^T) \\ E(\tilde{X}_3 \tilde{X}_1^T) & E(\tilde{X}_3 \tilde{X}_2^T) & E(\tilde{X}_3 \tilde{X}_3^T) & E(\tilde{X}_3 \tilde{X}_4^T) \\ E(\tilde{X}_4 \tilde{X}_1^T) & E(\tilde{X}_4 \tilde{X}_2^T) & E(\tilde{X}_4 \tilde{X}_3^T) & E(\tilde{X}_4 \tilde{X}_4^T) \end{bmatrix}_k \\ &= \begin{bmatrix} P_{1,k} & P_{2,k} & P_{3,k} & P_{4,k} \\ P_{2,k}^T & P_{5,k} & P_{6,k} & P_{7,k} \\ P_{3,k}^T & P_{6,k}^T & U_{1,k} & 0 \\ P_{4,k}^T & P_{7,k}^T & 0 & U_{2,k} \end{bmatrix} \quad (4.35) \end{aligned}$$

式(4.34)を式(4.35)に代入すると、 \tilde{X}_{k+1} の分散・共分散行列 P_{k+1} は次式で与えられる。

$$P_{k+1} = E(\tilde{X}_{k+1} \tilde{X}_{k+1}^T) = \Phi_k P_k \Phi_k^T \quad (4.36)$$

上式により、状態変量の推定誤差分散が時間的に伝達される。式(4.30)を用いて式(4.36)を要素展開すると式(4.37)が得られる。これにより、式(4.35)の各項は式(4.38)で表される。

$$P_{k+1} = \begin{bmatrix}
\begin{array}{l}
\Phi_{11}P_1\Phi_{11}^T + \Phi_{13}P_3^T\Phi_{11}^T + \Phi_{14}P_4^T\Phi_{11}^T \\
+ \Phi_{11}P_3\Phi_{13}^T + \Phi_{13}U_1\Phi_{13}^T \\
+ \Phi_{11}P_4\Phi_{14}^T + \Phi_{14}U_2\Phi_{14}^T
\end{array} &
\begin{array}{l}
\Phi_{11}P_1\Phi_{21}^T + \Phi_{13}P_3^T\Phi_{21}^T + \Phi_{14}P_4^T\Phi_{21}^T \\
+ \Phi_{11}P_2\Phi_{22}^T + \Phi_{13}P_6^T\Phi_{22}^T + \Phi_{14}P_7^T\Phi_{22}^T \\
+ \Phi_{11}P_3\Phi_{23}^T + \Phi_{13}U_1\Phi_{23}^T \\
+ \Phi_{11}P_4\Phi_{24}^T + \Phi_{14}U_2\Phi_{24}^T
\end{array} &
\begin{array}{l}
\Phi_{11}P_3 + \Phi_{13}U_1 \\
\Phi_{11}P_4 + \Phi_{14}U_2
\end{array} \\
\begin{array}{l}
\Phi_{21}P_1\Phi_{11}^T + \Phi_{22}P_2^T\Phi_{11}^T + \Phi_{23}P_3^T\Phi_{11}^T \\
+ \Phi_{24}P_4^T\Phi_{11}^T + \Phi_{21}P_3\Phi_{13}^T + \Phi_{22}P_6\Phi_{13}^T \\
+ \Phi_{23}U_1\Phi_{13}^T + \Phi_{21}P_4\Phi_{14}^T + \Phi_{22}P_7\Phi_{14}^T \\
+ \Phi_{24}U_2\Phi_{14}^T
\end{array} &
\begin{array}{l}
\Phi_{21}P_1\Phi_{21}^T + \Phi_{22}P_2^T\Phi_{21}^T + \Phi_{23}P_3^T\Phi_{21}^T \\
+ \Phi_{24}P_4^T\Phi_{21}^T + \Phi_{21}P_2\Phi_{22}^T + \Phi_{22}P_5\Phi_{22}^T \\
+ \Phi_{23}P_6^T\Phi_{22}^T + \Phi_{24}P_7^T\Phi_{22}^T \\
+ \Phi_{21}P_3\Phi_{23}^T + \Phi_{22}P_6\Phi_{23}^T + \Phi_{23}U_1\Phi_{23}^T \\
+ \Phi_{21}P_4\Phi_{24}^T + \Phi_{22}P_7\Phi_{24}^T + \Phi_{24}U_2\Phi_{24}^T
\end{array} &
\begin{array}{l}
\Phi_{21}P_3 + \Phi_{22}P_6 \\
\Phi_{21}P_4 + \Phi_{22}P_7 \\
+ \Phi_{23}U_1 \\
+ \Phi_{24}U_2
\end{array} \\
\begin{array}{l}
P_3^T\Phi_{11}^T + U_1\Phi_{13}^T \\
P_4^T\Phi_{11}^T + U_2\Phi_{14}^T
\end{array} &
\begin{array}{l}
P_3^T\Phi_{21}^T + P_6^T\Phi_{22}^T + U_1\Phi_{23}^T \\
P_4^T\Phi_{21}^T + P_7^T\Phi_{22}^T + U_2\Phi_{24}^T
\end{array} &
\begin{array}{l}
U_1 \\
0
\end{array} \\
\begin{array}{l}
0 \\
U_2
\end{array} &
\begin{array}{l}
0 \\
U_2
\end{array}
\end{bmatrix}_k \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned}
P_{1,k+1} &= [\Phi_{11}P_1\Phi_{11}^T + \Phi_{13}P_3^T\Phi_{11}^T + \Phi_{14}P_4^T\Phi_{11}^T + \Phi_{11}P_3\Phi_{13}^T + \Phi_{13}U_1\Phi_{13}^T + \Phi_{11}P_4\Phi_{14}^T + \Phi_{14}U_2\Phi_{14}^T]_k \\
P_{2,k+1} &= [\Phi_{11}P_1\Phi_{21}^T + \Phi_{13}P_3^T\Phi_{21}^T + \Phi_{14}P_4^T\Phi_{21}^T + \Phi_{11}P_2\Phi_{22}^T + \Phi_{13}P_6^T\Phi_{22}^T + \Phi_{14}P_7^T\Phi_{22}^T \\
&\quad + \Phi_{11}P_3\Phi_{23}^T + \Phi_{13}U_1\Phi_{23}^T + \Phi_{11}P_4\Phi_{24}^T + \Phi_{14}U_2\Phi_{24}^T]_k \\
P_{3,k+1} &= [\Phi_{11}P_3 + \Phi_{13}U_1]_k \\
P_{4,k+1} &= [\Phi_{11}P_4 + \Phi_{14}U_2]_k \\
P_{5,k+1} &= [\Phi_{21}P_1\Phi_{21}^T + \Phi_{22}P_2^T\Phi_{21}^T + \Phi_{23}P_3^T\Phi_{21}^T + \Phi_{24}P_4^T\Phi_{21}^T + \Phi_{21}P_2\Phi_{22}^T + \Phi_{22}P_5\Phi_{22}^T + \Phi_{23}P_6^T\Phi_{22}^T \\
&\quad + \Phi_{24}P_7^T\Phi_{22}^T + \Phi_{21}P_3\Phi_{23}^T + \Phi_{22}P_6\Phi_{23}^T + \Phi_{23}U_1\Phi_{23}^T + \Phi_{21}P_4\Phi_{24}^T + \Phi_{22}P_7\Phi_{24}^T + \Phi_{24}U_2\Phi_{24}^T]_k \\
P_{6,k+1} &= [\Phi_{21}P_3 + \Phi_{22}P_6 + \Phi_{23}U_1]_k \\
P_{7,k+1} &= [\Phi_{21}P_4 + \Phi_{22}P_7 + \Phi_{24}U_2]_k \\
U_{1,k+1} &= U_{1,k} \\
U_{2,k+1} &= U_{2,k}
\end{aligned} \quad (4.38)$$

式(4.38)から以下のことが分かる。

X_1 (流域)に関する誤差分散 P_1 は Φ_{11} , Φ_{13} , Φ_{14} , P_1 , P_3 , P_4 , U_1 , U_2 の項を含むことから、流域のシステム(添字 1)、モデル定数(添字 3 と U_1) 及び予測雨量(添字 4 と U_2) の誤差の影響を受けて変化するが、河道の誤差の影響は受けないことがわかる。

X_2 (河道)に関する誤差分散 P_5 は、全ての要素(流域システム、河道システム、モデル定数及び予測雨量)に影響されることがわかる。

X_3 (モデル定数) 及び X_4 (予測雨量)に関する誤差分散 U_1 及び U_2 は、新しい観測値によって更新されない限り変化しないことを示している。

状態変量の推定誤差分散・共分散を更新するためには、式(4.36)で与えられる P_k にシステム誤差分散・共分散行列 Q_k を加える必要がある。実際の計算上、 Q_k をどのように組み込んだらよいかという課題が残る。

$P_k(-) = P_k + Q_k$	表-4.1 における式(9) 更新前の推定誤差共分散を参照
----------------------	-------------------------------

式(4.28)はカルマン・フィルタ理論における観測値間、 $t_k \leq t < t_{k+1}$ での状態変量の伝達方程式に相当しており、この間システム誤差を考慮しない。その代り、図-4.1に示すように、 $t = t_{k+1}$ において瞬時的にシステムノイズが付加されると考える。すなわち、この時点でシステムノイズの誤差分散・共分散 Q_{k+1} を作用させることになる。このとき、ノイズの大きさは状態変量推定値に比例すると仮定する。以上の理論展開が京大グループによって提案された「乗算的ノイズ」の導入である⁵⁾。今、式(4.28)の解より得られる $t = t_{k+1}$ における状態変量を $X_1(t_{k+1})$ 及び $X_2(t_{k+1})$ とする。また、図-4.1の(-)、(+)の記号はそれぞれ流量観測値情報入手直前と直後を意味する。したがって、乗算的ノイズを導入することにより、次の定式化を行うことができる。

$$X_{k+1}(-) = X(t_{k+1})(1 + W_{k+1}) \quad (4.39)$$

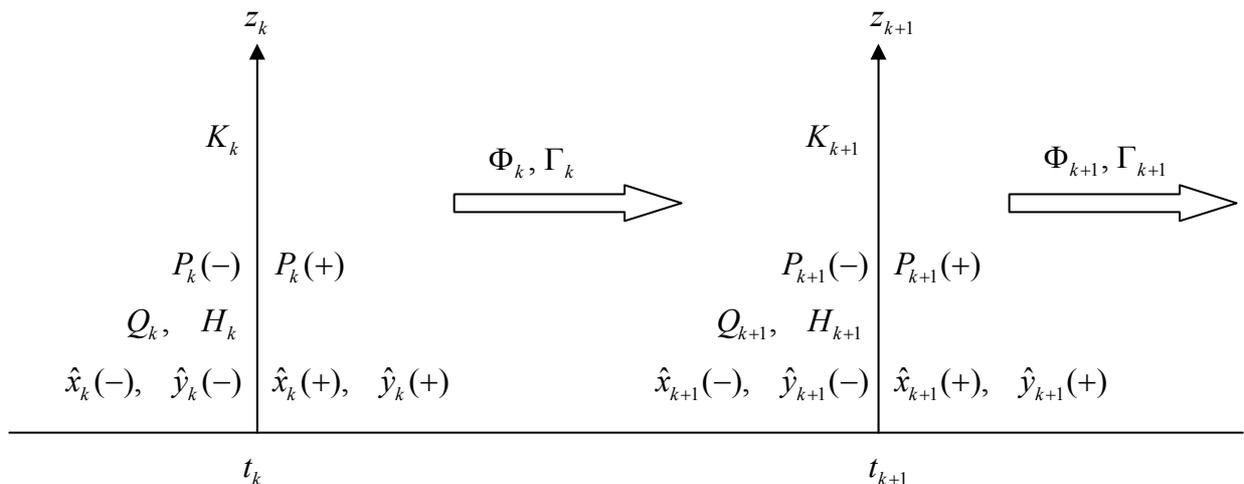
式(4.39)に示されるように、システム誤差は状態変量に比例している。 W_{k+1} はシステム誤差ベクトルであり、次の統計的性質をもつものとする。

$$\begin{cases} E(W_{k+1}) = 0 \\ E(W_{k+1}W_{k+1}^T) = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 \\ 0 & \alpha_1^2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.40)$$

システム誤差として状態変量の $100\alpha_1\%$ ($\alpha_1 = 0.1 \sim 0.2$ が適当)の大きさを想定している。 W_{k+1} は式(4.40)の性質を有しているので、 $X_{k+1}(-)$ の推定値は式(4.39)から次式で与えられる。

$$\hat{X}_{k+1}(-) = E[X_{k+1}(-)] = \hat{X}(t_{k+1}) \quad (4.41)$$

すなわち、 $\hat{X}_{k+1}(-)$ は式(4.28)に示す伝達方程式を解いたときの $t = t_{k+1}$ における最良推定値に等しい。式(4.41)から式(4.39)を引くと、次式が得られる。



注) H_k 及び z_k は「4.2.3 観測方程式の定式化」に述べる観測方程式の係数ベクトルと観測値であり、 K_k はカルマン・ゲインである。

図-4.1 状態変量・誤差共分散行列の伝達・更新概念図

$$\begin{aligned}\{\hat{X}_{k+1}(-)\} - \{X_{k+1}(-)\} &= \{\hat{X}(t_{k+1})\} - \{X(t_{k+1})\} - X(t_{k+1})W_{k+1} \\ \tilde{X}_{k+1}(-) &= \tilde{X}(t_{k+1}) - X(t_{k+1})W_{k+1}\end{aligned}\quad (4.42)$$

式(4.42)を用いることにより、推定誤差分散・共分散は次式で計算できる。

$$\begin{aligned}P_{k+1}(-) &= E[\tilde{X}_{k+1}(-)\tilde{X}_{k+1}^T(-)] \\ &= P_{k+1} + X(t_{k+1})E(W_{k+1}W_{k+1}^T)X(t_{k+1})^T \\ &= P_{k+1} + Q_{k+1}\end{aligned}\quad (4.43)$$

ここで、

$$\begin{aligned}Q_{k+1} &= X(t_{k+1})E(W_{k+1}W_{k+1}^T)X(t_{k+1})^T = X(t_{k+1})(\alpha^2 I)X(t_{k+1})^T \\ &= \begin{bmatrix} \{\alpha_1 X_1(t_{k+1})\}^2 & 0 \\ 0 & \{\alpha_1 X_2(t_{k+1})\}^2 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.44)$$

式(4.43)の右辺第1項の P_{k+1} は式(4.38)で計算される。式(4.44)において、状態変数推定値である行列 $X(t_{k+1})$ は観測値入手直前まで変化するので、 α_1 が一定値であっても Q_{k+1} は時間的に変化していることになる。すなわち、システムノイズに非定常性が考慮されていることになる。しかも、計算が非常に容易であり、実際の運用にあたっては困難を生じない。

なお、 $X_1(t_{k+1})$ 及び $X_2(t_{k+1})$ は式(4.41)に示されるように、観測値情報が入手される直前の $\hat{X}_{1,k+1}(-)$ 及び $\hat{X}_{2,k+1}(-)$ を用いればよい。また、式(4.44)の Q_{k+1} は前述した通り(図-4.1を参照)、観測値情報が入手される直前に作用させる。すなわち、予測計算期間中は式(4.38)の伝達方程式を用い、予測時間 ℓ 毎に瞬間的に Q_{k+1} を作用させることに留意すべきである。

モデル定数の誤差分散・共分散行列 $U_{1,k}$ は、「有効雨量を用いた貯留関数法」においては f (流出率)と f_c (流域平均粗度)の分散・共分散行列であり、これらの定数が互いに独立であると仮定すれば、以下のように表すことができる。

$$U_{1,k} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix}\quad (4.45)$$

ここで、 σ_{11}^2 と σ_{22}^2 はそれぞれモデル定数 f と f_c の分散の初期値であり、 $(\alpha_2 f)^2$ と $(\alpha_2 f_c)^2$ 程度とする($\alpha_2 = 0.1 \sim 0.2$)。この $U_{1,k}$ は、式(4.38)において使用される。

予測雨量の誤差分散行列 $U_{2,k}$ は、後述する「5.4 短時間予測雨量の誤差分散算定」で示す予測値と実現値の平均二乗誤差のモデル式を使用する。以下に基本式のみを再掲する。

$$U_{2,\ell} = \text{Var}(\hat{r}_\ell) = S_\ell^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{r}_{\ell,i} - r_{\ell,i})^2 = a_s^2 \ell \bar{r}_\ell^{2b_s}\quad (4.46)$$

ここで、 $r_{\ell,i}$: 実現値、 \bar{r}_ℓ : 実測雨量の平均値、 N : データ数、 $\hat{r}_{\ell,i}$: 予測値、 S_ℓ^2 : 予測値と実現値の平均二乗誤差、 a_s, b_s : 誤差分散定数(表-5.4を参照)、 ℓ : リードタイム(h)

ただし、予測雨量の値が0のときは、 \hat{r}_ℓ に0.1mm/hを与える。また、実測雨量の誤差は考慮しないものとする。

4.2.3 観測方程式の定式化

観測方程式は、観測地点の流出高を用いて定式化する。観測地点の流出高は状態変数を用いて表されるので、「6. 流域・河道系における洪水予測式の自動定式化」で説明する流域・河道ネットワークが与えられれば確定する。観測地点の流出高 q は次式で表わされる。

$$q = h(X) = \left[\left\{ (y_{1,j})^{1/p_{4,j}} A_j \right\} + \Sigma \left\{ (y_{1,j'})^{1/p_{4,j'}} A_{j'} \right\} + \Sigma \left\{ (x_{1,i})^{1/p_2} A_i \right\} + \Sigma \left\{ (x_{1,i'})^{1/p_2} A_{i'} \right\} + \Sigma \left\{ q_{z,\ell} A_\ell \right\} \right] / A \quad (4.47)$$

ここに、

- $y_{1,j}$: 観測地点の上流側における観測地点に最も近い本川の河道での状態変数
- A_j : $y_{1,j}$ 河道の上流域面積
- $y_{1,j'}$: 観測地点と $y_{1,j}$ 河道との間に流入する支川の最下流の河道の状態変数
- $A_{j'}$: $y_{1,j'}$ 河道の上流域面積
- $x_{1,i}$: 観測地点と $y_{1,j}$ 河道との間に流入する本川の残流域における状態変数
- A_i : $x_{1,i}$ 流域の上流域面積
- $x_{1,i'}$: $y_{1,j'}$ 河道と本川合流点までの間に流入する支川の残流域での状態変数
- $A_{i'}$: $x_{1,i'}$ 流域の上流域面積
- $q_{z,\ell}$: 観測地点と $y_{1,j}$ 河道の間及び支川の $y_{1,j'}$ 河道より下流に合流する強制流入高
- A_ℓ : $q_{z,\ell}$ 流域の流域面積
- A : 観測地点の流域面積($A_j, A_{j'}, A_i, A_{i'}, A_\ell$ の合計)
- p_2 : 流出モデルの貯留指数($p_2 = 0.4648$)
- $p_{4,j}, p_{4,j'}$: それぞれ、 j 河道と j' 河道の貯留指数

サンプリング時刻 k における観測流出高 z_k は次の観測方程式で表わされる。

$$z_k = q_k (1 + v_k) = h_k(X) (1 + v_k) \quad (4.48)$$

ここに、 v_k : 観測誤差、 $q_k = h_k(X)$ である。

カルマン・フィルター理論は、元来線形システム方程式と線形観測方程式に関して理論展開がなされている。非線形観測方程式である上式を $X = X^*$ においてテーラー級数展開し、線形化する。

$$q = h(X) = H(X^*)X + G(X^*) \quad (4.49)$$

ここに、

$$\left\{ \begin{array}{l} H(X^*) = \frac{\partial h}{\partial X} = [H_1 \mid H_2 \mid H_3 \mid H_4] \\ H_1 = \frac{\partial h}{\partial X_1} = [h_1 \quad \cdots \quad h_{2N}] \quad : (1 \times 2N) \text{ 行列} \\ H_2 = \frac{\partial h}{\partial X_2} = [h_{2N+1} \quad \cdots \quad h_{2N+2M}] \quad : (1 \times 2M) \text{ 行列} \\ H_3 = \frac{\partial h}{\partial X_3} = [0 \quad \cdots \quad 0] \quad : (1 \times K) \text{ のゼロ行列} \\ H_4 = \frac{\partial h}{\partial X_4} = [0 \quad \cdots \quad 0] \quad : (1 \times N) \text{ のゼロ行列} \end{array} \right. \quad (4.50)$$

カルマン・フィルター理論では、観測値が得られたときに状態変量の最良推定値を求めるためにカルマン・ゲイン K_k を利用する。

$$K_k = P_k(-)H_k^T [H_k P_k(-)H_k^T + R_k]^{-1} \quad \text{表-4.1 における式(10) カルマン・ゲインを参照}$$

ここで、 $P_k(-)$ は式(4.43)により与えられる。 H_k は観測方程式の係数ベクトルで式(4.50)により表される。また、 R_k は観測誤差分散であり、式(4.48)より次式で与えられる。

$$\begin{aligned} R_k &= E\left\{\left(h_k(X)v_k\right)^2\right\} = h_k^2(X)E(v_k^2) = h_k^2(X)\alpha_3^2 \\ \alpha_3^2 &= E(v_k^2) \quad (\alpha_3 = 0.1 \sim 0.2) \end{aligned} \quad (4.51)$$

すなわち、 α_3 については $h_k(X)$ (最新流出高推定値) の 10% ないし 20% の誤差を仮定するものとする。このとき、 $h_k(X)$ に含まれる $x_{1,k}$ 及び $y_{1,k}$ の値には、観測値が得られる直前の最新値 $\hat{x}_{1,k}(-)$ 及び $\hat{y}_{1,k}(-)$ を用いればよい。

4.2.4 状態変量の更新方程式及び推定誤差分散・共分散更新方程式

観測値として流出高 z_k が得られれば、「状態変量の更新方程式」は、次式で定義される。

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k [z_k - H_k \hat{x}_k(-)] \quad \text{表-4.1 における式(11) 状態変量の更新方程式を参照}$$

$$\hat{X}_k(+) = \hat{X}_k(-) + K_k [z_k - h_k(\hat{X}_k(-))] \quad (4.52)$$

上式中の $z_k - h_k(\hat{X}_k(-))$ は、流出高の観測値と流出モデルによる計算値との差を表わしている。予測雨量は別途レーダー雨量計などを用いた予測雨量モデルにより与えられるものであり、式(4.52)によって更新される性質のものではないことに注意する。すなわち、 $\hat{X}_k(-)$ の行列要素には、 $\hat{X}_4(-)$ は含まれない。

$$\hat{X}_k(-) = \begin{bmatrix} \hat{X}_1(-) \\ \hat{X}_2(-) \\ \hat{X}_3(-) \end{bmatrix}_k \quad (4.53)$$

最後に、状態変量誤差共分散 P を下式により更新する。

$$P_k(+) = [I - K_k H_k] P_k(-) \quad \text{表-4.1 における式(12) 推定誤差分散・共分散の更新方程式を参照}$$

ただし、 I は、単位ベクトル

4.2.5 水位予測式と精度(分散)

予測地点の予測流量 Q_k^* は、式(4.47)を用いて次式で計算される。

$$Q_k^* = \frac{A}{3.6} q_k \quad (4.54)$$

一般的には流量観測資料に基づいて次の水位～流量曲線 ($Z \sim Q^*$ 関係式) が予め設定されている。

$$Q_k^* = a(Z_k + b)^2 \quad (4.55)$$

式(4.55)を水位に関して表現すると、予測水位 Z_k は次式で表わされる。

$$Z_k = b_0 + b_1 \sqrt{Q_k^*} \quad \left(b_0 = -b, \quad b_1 = \frac{1}{\sqrt{a}} \right) \quad (4.56)$$

式(4.47)及び式(4.54)を式(4.55)に代入すれば、予測地点の流量に関する状態変量を用いたときの水位予測式が得られる。

本報告では、予測計算は流出高で行い、式(4.55)を用いて水位に変換したものを予測水位として算出している。予測流量及び予測流出高の誤差分散式は、式(4.47)及び式(4.54)の関係から次式で計算される。

$$Var(Q_k^*) = \left(\frac{\partial Q_k^*}{\partial q_k} \right)^2 Var(q_k) = \left(\frac{A}{3.6} \right)^2 Var(q_k) \quad (4.57)$$

$$Var(q_k) = H_k P_k H_k^T \quad (4.58)$$

ここに、係数ベクトル H_k の要素は式(4.50)で与えられる。また、 P_k は状態変量の推定誤差共分散の伝達方程式である式(4.43)により自動計算される値である。

また、予測水位の誤差分散式は、式(4.57)を用いて次式で計算される。

$$\sigma^2 = Var(Z_k) = \left(\frac{\partial Z_k}{\partial Q_k^*} \right)^2 Var(Q_k^*) = \frac{b_1^2}{4} (Q_k^*)^{-1} Var(Q_k^*) \quad (4.59)$$

4.3 損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)への適用^{1),2)}

ここでは、「4.2 有効雨量を用いた貯留関数法(一般化貯留関数モデル)への適用」と異なる部分のみを記述する。

4.3.1 システム方程式

第2章で述べた「損失項を含む貯留関数法」を、分割小流域*i*における流出モデルとして、カルマン・フィルター理論を用いた実時間洪水予測を行う場合、状態変数には式(2.3)に示される x_1, x_2 を選定する。また、河道*j*における流出モデルの状態変数は、式(3.18)に示される y_1, y_2 を選定する。さらに、洪水毎に変化すると考えられるモデル定数 c_{11}, c_{12} 及び c_{13} と予測雨量 r の誤差を考慮するため、これらを状態変数に加えてシステム方程式を拡大する。すなわち、「有効雨量を用いた貯留関数法」を用いた洪水予測法と異なる点は、流域モデル定数が1個増えただけ($K=3$)である。また、河道追跡モデルも同一であり、定数はすべて確定値として与えられるものとする。

分割流域数を N 、河道数を M として、状態変数をベクトル表示すると、システム方程式全体は式(4.1)と同じ次式で定義される。

$$\frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

ここで、

$$\begin{cases} X_1 = [x_{1,1} & x_{2,1} & \cdots & x_{1,N} & x_{2,N}]^T & : \text{流域の状態変数} \\ X_2 = [y_{1,1} & y_{2,1} & \cdots & y_{1,M} & y_{2,M}]^T & : \text{河道の状態変数} \\ X_3 = [c_{11} & c_{12} & c_{13}]^T & : \text{モデル定数} \\ X_4 = [r_1 & r_2 & \cdots & r_N]^T & : \text{雨量} \end{cases} \quad (4.61)$$

ただし、 $i=1, \dots, N$ 、 $j=1, \dots, M$

流出モデルの状態変数 X_1 のシステム方程式は、式(2.7)を拡大して次式で表わされる。

$$\frac{dX_1}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \\ \vdots \\ x_{1,N} \\ x_{2,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{2N-1} \\ f_{2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2,1} \\ -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1})^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}) - \frac{c_{13}}{k_{12,1}} (x_{1,1})^{1/p_2} + \frac{r_1 + q_{b,1}}{k_{12,1}} \\ \vdots \\ x_{2,N} \\ -\frac{k_{11,N}}{k_{12,N}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,N})^{p_1/p_2-1} (x_{2,N}) - \frac{c_{13}}{k_{12,N}} (x_{1,N})^{1/p_2} + \frac{r_N + q_{b,N}}{k_{12,N}} \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

河道モデルの状態変量 X_2 のシステム方程式は、式(4.5)と同一である。

$$\frac{dX_2}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{1,1} \\ y_{2,1} \\ \vdots \\ y_{1,M} \\ y_{2,M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{2N+1} \\ f_{2N+2} \\ \vdots \\ f_{2N+2M-1} \\ f_{2N+2M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{2,1} \\ -\frac{k_{3,1}}{k_{4,1}} \frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} (y_{1,1})^{p_{3,1}/p_{4,1}-1} (y_{2,1}) - \frac{1}{k_{4,1}} (y_{1,1})^{1/p_{4,1}} + \frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \\ \vdots \\ y_{2,M} \\ -\frac{k_{3,M}}{k_{4,M}} \frac{p_{3,M}}{p_{4,M}} (y_{1,M})^{p_{3,M}/p_{4,M}-1} (y_{2,M}) - \frac{1}{k_{4,M}} (y_{1,M})^{1/p_{4,M}} + \frac{q_{o,M}}{k_{4,M}} \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

モデル定数の状態変量 X_3 のシステム方程式は式(4.64)で表される。モデル定数の個数は c_{11} 、 c_{12} 及び c_{13} の3つであるため、 $K=3$ となる。雨量に関する状態変量 X_4 のシステム方程式は式(4.7)と同形式であり、式(4.65)で表わされる。

$$\frac{dX_3}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{2N+2M+1} \\ f_{2N+2M+2} \\ f_{2N+2M+3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

$$\frac{dX_4}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{2N+2M+K+1} \\ \vdots \\ f_{2N+2M+K+N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

非線形常微分方程式を線形化したときの係数行列 A の要素のうち、式(4.21)～式(4.26)と異なるものは流域に関する要素である。異なる要素のみを記述すると式(4.66)～式(4.68)に示すとおりとなる。

式(4.66)～式(4.68)を用いて、式(4.29)により Φ 及び Γ を計算し、式(4.28)で状態変量の伝達計算を行う。

式(4.10)に示される A_{11} の要素 ($i=1 \cdots N$)

$$a_{2i-2i-1} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial x_{1,i}} = -\frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-2} (x_{2,i}^*) - \frac{c_{13}}{k_{12,i}} \frac{1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{1/p_2-1} \quad (4.66)$$

式(4.11)に示される A_{13} の要素 ($i=1 \cdots N$)

$$\left\{ \begin{array}{l}
a_{2i \ 2N+2M+1} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial c_{11}} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial k_{11}} \frac{\partial k_{11}}{\partial c_{11}} + \frac{\partial f_{2i}}{\partial k_{12}} \frac{\partial k_{12}}{\partial c_{11}} \\
= \frac{1}{c_{11}} \left\{ \frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-1} (x_{2,i}^*) + \frac{2c_{13}}{k_{12,i}} (x_{1,i}^*)^{1/p_2} - \frac{2}{k_{12,i}} (r_i + q_{b,i}) \right\} \\
a_{2i \ 2N+2M+2} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial c_{12}} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial k_{12}} \frac{\partial k_{12}}{\partial c_{12}} \\
= \frac{1}{c_{12}} \left\{ \frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-1} (x_{2,i}^*) + \frac{c_{13}}{k_{12,i}} (x_{1,i}^*)^{1/p_2} - \frac{r_i + q_{b,i}}{k_{12,i}} \right\} \\
a_{2i \ 2N+2M+3} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial c_{13}} = -\frac{1}{k_{12,i}} (x_{1,i}^*)^{1/p_2}
\end{array} \right. \quad (4.67)$$

式(4.12)に示される A_{14} の要素 ($i=1 \cdots N$)

$$a_{2i \ 2N+2M+K+i} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial r_i} = \frac{1}{k_{12,i}} \quad (4.68)$$

4.4 地下水流出成分を含む貯留関数法(2段タンク型貯留関数モデル)への適用^{1),2)}

ここでは、「4.2 有効雨量を用いた貯留関数法(一般化貯留関数モデル)への適用」及び「4.3 損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)への適用」と異なる部分のみを記述する。

4.4.1 システム方程式

第2章で述べた「地下水流出成分を含む貯留関数法」を、分割小流域 i における流出モデルとして、カルマン・フィルター理論を用いた実時間洪水予測を行う場合、状態変量には式(2.21)に示される x_1, x_2, x_3, x_4 を選定する。流域のシステム方程式は、式(2.22)を拡大して次式で表わされる。

$$\frac{dX_1}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \\ x_{3,1} \\ x_{4,1} \\ \vdots \\ x_{1,N} \\ x_{2,N} \\ x_{3,N} \\ x_{4,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ f_{4N-3} \\ f_{4N-2} \\ f_{4N-1} \\ f_{4N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2,1} \\ -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1})^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}) - \frac{c_{13}}{k_{12,1}} (x_{1,1})^{1/p_2} + \frac{r_1}{k_{12,1}} \\ x_{4,1} \\ -\frac{c_0}{c_{13}-1} (x_{3,1}) - c_1 (x_{4,1}) + c_0 (x_{1,1})^{1/p_2} \\ \vdots \\ x_{2,N} \\ -\frac{k_{11,N}}{k_{12,N}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,N})^{p_1/p_2-1} (x_{2,N}) - \frac{c_{13}}{k_{12,N}} (x_{1,N})^{1/p_2} + \frac{r_N}{k_{12,N}} \\ x_{4,N} \\ -\frac{c_0}{c_{13}-1} (x_{3,N}) - c_1 (x_{4,N}) + c_0 (x_{1,N})^{1/p_2} \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

$$A_{13} = \left[\begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 0 \\ a_{2 \ 4N+2M+1} & a_{2 \ 4N+2M+2} & a_{2 \ 4N+2M+3} \\ 0 & 0 & 0 \\ \hline a_{4 \ 4N+2M+1} & a_{4 \ 4N+2M+2} & a_{4 \ 4N+2M+3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ a_{4N-2 \ 4N+2M+1} & a_{4N-2 \ 4N+2M+2} & a_{4N-2 \ 4N+2M+3} \\ 0 & 0 & 0 \\ \hline a_{4N \ 4N+2M+1} & a_{4N \ 4N+2M+2} & a_{4N \ 4N+2M+3} \end{array} \right] : (4N \times K) \text{ 行列} \quad (4.75)$$

$$A_{14} = \left[\begin{array}{c|c|c} 0 & & \\ a_{2 \ 4N+2M+K+1} & 0 & 0 \\ 0 & & \\ 0 & & \\ \hline \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline 0 & 0 & a_{4N-2 \ 4N+2M+K+N} \\ & & 0 \\ & & 0 \end{array} \right] : (4N \times N) \text{ 行列} \quad (4.76)$$

$$A_{21} = \left[\begin{array}{ccc|c} A_{11}^{21} & \cdots & A_{1N}^{21} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & A_{ji}^{21} & \vdots \\ A_{M1}^{21} & \cdots & A_{MN}^{21} \end{array} \right] : (2M \times 4N) \text{ 行列} \quad (4.77)$$

$$A_{ji}^{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{4N+2j \ 4i-3} & 0 & a_{4N+2j \ 4i-1} & 0 \end{bmatrix} : j=1 \cdots M, \ i=1 \cdots N \quad (4.78)$$

$$A_{22} = \left[\begin{array}{ccc|c} A_{11}^{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & A_{ji}^{22} & \vdots \\ A_{M1}^{22} & \cdots & A_{MM}^{22} \end{array} \right] : (2M \times 2M) \text{ 行列} \quad (4.79)$$

$$A_{ji}^{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{4N+2j \ 4N+2i-1} & 0 \end{bmatrix} : i, j=1 \cdots M \quad j > i \quad (4.80)$$

$$A_{ji}^{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad : i, j = 1 \cdots M \quad j < i \quad (4.81)$$

$$A_{ji}^{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{4N+2j \ 4N+2i-1} & a_{4N+2j \ 4N+2i} \end{bmatrix} : i, j = 1 \cdots M \quad j = i \quad (4.82)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} : (K \times K) \text{ のゼロ行列} \\ A_{44} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} : (N \times N) \text{ のゼロ行列} \end{array} \right. \quad (4.83)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0_{12} : (4N \times 2M) \text{ のゼロ行列} & 0_{34} : (K \times N) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{23} : (2M \times K) \text{ のゼロ行列} & 0_{41} : (N \times 4N) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{24} : (2M \times N) \text{ のゼロ行列} & 0_{42} : (N \times 2M) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{31} : (K \times 4N) \text{ のゼロ行列} & 0_{43} : (N \times K) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{32} : (K \times 2M) \text{ のゼロ行列} & \end{array} \right. \quad (4.84)$$

式(4.74)に示される行列 A_{11} の要素のうち、分割流域 1 つあたりの要素は $[4 \times 4]$ の行列となる。その行列の 1 行目～4 行目の要素は、それぞれ式(4.85)～式(4.37)で与えられる。ただし、 $i=1, \dots, N$ である。

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{4i-3 \ 4i-3} = \frac{\partial f_{4i-3}}{\partial x_{1,i}} = \frac{\partial x_{2,i}}{\partial x_{1,i}} = 0 \\ a_{4i-3 \ 4i-2} = \frac{\partial f_{4i-3}}{\partial x_{2,i}} = \frac{\partial x_{2,i}}{\partial x_{2,i}} = 1 \\ a_{4i-3 \ 4i-1} = \frac{\partial f_{4i-3}}{\partial x_{3,i}} = \frac{\partial x_{2,i}}{\partial x_{3,i}} = 0 \\ a_{4i-3 \ 4i} = \frac{\partial f_{4i-3}}{\partial x_{4,i}} = \frac{\partial x_{2,i}}{\partial x_{4,i}} = 0 \end{array} \right. \quad (4.85)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{4i-2 \ 4i-3} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial x_{1,i}} = -\frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-2} (x_{2,i}^*) - \frac{c_{13}}{k_{12,i}} \frac{1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{1/p_2-1} \\ a_{4i-2 \ 4i-2} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial x_{2,i}} = -\frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-1} \\ a_{4i-2 \ 4i-1} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial x_{3,i}} = 0 \\ a_{4i-2 \ 4i} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial x_{4,i}} = 0 \end{array} \right. \quad (4.86)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{4i-1 \ 4i-3} = \frac{\partial f_{4i-1}}{\partial x_{1,i}} = \frac{\partial x_{4,i}}{\partial x_{1,i}} = 0 \\ a_{4i-1 \ 4i-2} = \frac{\partial f_{4i-1}}{\partial x_{2,i}} = 0 \\ a_{4i-1 \ 4i-1} = \frac{\partial f_{4i-1}}{\partial x_{3,i}} = 0 \\ a_{4i-1 \ 4i} = \frac{\partial f_{4i-1}}{\partial x_{4,i}} = 1 \end{array} \right. \quad (4.87)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{4i \ 4i-3} = \frac{\partial f_{4i}}{\partial x_{1,i}} = c_0 \frac{1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{1/p_2-1} \\ a_{4i \ 4i-2} = \frac{\partial f_{4i}}{\partial x_{2,i}} = 0 \\ a_{4i \ 4i-1} = \frac{\partial f_{4i}}{\partial x_{3,i}} = -\frac{c_0}{c_{13}-1} \\ a_{4i \ 4i} = \frac{\partial f_{4i}}{\partial x_{4,i}} = -c_1 \end{array} \right. \quad (4.88)$$

式(4.75)に示される行列 A_3 の要素は次式のとおりである。

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{4i-2 \ 4N+2M+1} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial c_{11}} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial k_{11}} \frac{\partial k_{11}}{\partial c_{11}} + \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial k_{12}} \frac{\partial k_{12}}{\partial c_{11}} \\ = \frac{1}{c_{11}} \left\{ \frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-1} (x_{2,i}^*) + \frac{2c_{13}}{k_{12,i}} (x_{1,i}^*)^{1/p_2} - \frac{2r_i}{k_{12,i}} \right\} \\ a_{4i-2 \ 4N+2M+2} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial c_{12}} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial k_{12}} \frac{\partial k_{12}}{\partial c_{12}} \\ = \frac{1}{c_{12}} \left\{ \frac{k_{11,i}}{k_{12,i}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,i}^*)^{p_1/p_2-1} (x_{2,i}^*) + \frac{c_{13}}{k_{12,i}} (x_{1,i}^*)^{1/p_2} - \frac{r_i}{k_{12,i}} \right\} \\ a_{4i-2 \ 4N+2M+3} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial c_{13}} = -\frac{1}{k_{12,i}} (x_{1,i}^*)^{1/p_2} \end{array} \right. \quad (4.89)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{4i \ 4N+2M+1} = \frac{\partial f_{4i}}{\partial c_{11}} = 0 \\ a_{4i \ 4N+2M+2} = \frac{\partial f_{4i}}{\partial c_{12}} = 0 \\ a_{4i \ 4N+2M+3} = \frac{\partial f_{4i}}{\partial c_{13}} = \frac{c_0}{(c_{13}-1)^2} (x_{3,i}^*) \end{array} \right. \quad (4.90)$$

式(4.76)に示される行列 A_4 の要素は次式のとおりである。

$$a_{4i-2 \ 4N+2M+K+i} = \frac{\partial f_{4i-2}}{\partial r_i} = \frac{1}{k_{12,i}} \quad (4.91)$$

式(4.78)に示した河道に関する行列 A_{21} の要素は、流域・河道ネットワークによって変化するために、具体的に記述するのは困難である。河道の上流に流域がある場合、式(4.78)の行列の要素は、式(4.24)に2段目タンクからの流出量を表わす状態変数 $x_{3,i}$ の項が加わったものとなる。

$$\begin{cases} a_{4N+2j \ 4i-3} = \frac{\partial f_{4N+2j}}{\partial x_{1,i}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,i}} \left(\frac{dy_{2,j}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{1,i}} \left(\frac{q_{o,j}}{k_{4,j}} \right) \\ a_{4N+2j \ 4i-1} = \frac{\partial f_{4N+2j}}{\partial x_{3,i}} = \frac{\partial}{\partial x_{3,i}} \left(\frac{dy_{2,j}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{3,i}} \left(\frac{q_{o,j}}{k_{4,j}} \right) \end{cases} \quad (4.92)$$

式(4.80)及び式(4.82)に示される行列 A_{22} の要素は、添え字が異なる以外は式(4.25)及び式(4.26)と同一である。

$j > i \quad i, j = 1 \cdots M$ のとき、

$$a_{4N+2j \ 4N+2i-1} = \frac{\partial f_{4N+2j}}{\partial y_{1,i}} = \frac{\partial}{\partial y_{1,i}} \left(\frac{dy_{2,j}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial y_{1,i}} \left(\frac{q_{o,j}}{k_{4,j}} \right) \quad (4.93)$$

$j = i \quad j = 1 \cdots M$ のとき、

$$\begin{cases} a_{4N+2j \ 4N+2i-1} = \frac{\partial f_{4N+2j}}{\partial y_{1,i}} = -\frac{k_{3,j}}{k_{4,j}} \frac{p_{3,j}}{p_{4,j}} \left(\frac{p_{3,j}}{p_{4,j}} - 1 \right) (y_{1,j}^*)^{p_{3,j}/p_{4,j}-2} (y_{2,j}^*) - \frac{1}{k_{4,j}} \frac{1}{p_{4,j}} (y_{1,j}^*)^{1/p_{4,j}-1} \\ a_{4N+2j \ 4N+2i} = \frac{\partial f_{4N+2j}}{\partial y_{2,i}} = -\frac{k_{3,j}}{k_{4,j}} \frac{p_{3,j}}{p_{4,j}} (y_{1,j}^*)^{p_{3,j}/p_{4,j}-1} \end{cases} \quad (4.94)$$

4.4.2 観測方程式の定式化

「地下水流出成分を含む貯留関数法」における観測方程式は、式(4.47)に2段目タンクからの流出量を表わす状態変数 $x_{3,i}$ の項が加わったものとなる。観測地点の流出高 q は次式で表わされる。

$$q = h(X) = \left[\left\{ (y_{1,j})^{1/p_{4,j}} A_j \right\} + \Sigma \left\{ (y_{1,j'})^{1/p_{4,j'}} A_{j'} \right\} + \Sigma \left\{ \left((x_{1,i})^{1/p_2} + x_{3,i} \right) A_i \right\} + \Sigma \left\{ \left((x_{1,i'})^{1/p_2} + x_{3,i'} \right) A_{i'} \right\} + \Sigma \left\{ q_{z,\ell} A_\ell \right\} \right] / A \quad (4.95)$$

ここに、

- $y_{1,j}$: 観測地点の上流側における観測地点に最も近い本川の河道での状態変量
- A_j : $y_{1,j}$ 河道の上流域面積
- $y_{1,j'}$: 観測地点と $y_{1,j}$ 河道との間に流入する支川の最下流の河道の状態変量
- $A_{j'}$: $y_{1,j'}$ 河道の上流域面積
- $x_{1,i}, x_{3,i}$: 観測地点と $y_{1,j}$ 河道との間に流入する本川の残流域における状態変量
- A_i : $x_{1,i}$ 流域の上流域面積

- $x_{1,j'}, x_{3,j'}$: $y_{1,j'}$ 河道と本川合流点までの間に流入する支川の残流域での状態変量
 $A_{j'}$: $x_{1,j'}$ 流域の上流域面積
 $q_{z,\ell}$: 観測地点と $y_{1,j}$ 河道の間及び支川の $y_{1,j}$ 河道より下流に合流する強制流入高
 A_ℓ : $q_{z,\ell}$ 流域の流域面積
 A : 観測地点の流域面積 ($A_j, A_{j'}, A_i, A_r, A_\ell$ の合計)
 p_2 : 流出モデルの貯留指数 ($p_2 = 0.4648$)
 $p_{4,j}, p_{4,j'}$: それぞれ、 j 河道と j' 河道の貯留指数

観測方程式(4.48)を線形化したときの係数行列 $H(X^*)$ を以下に示す。

$$q = h(X) = H(X^*)X + G(X^*)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 H(X^*) = \frac{\partial h}{\partial X} = [H_1 \mid H_2 \mid H_3 \mid H_4] \\
 H_1 = \frac{\partial h}{\partial X_1} = [h_1 \quad \cdots \quad h_{4N}] \quad : (1 \times 4N) \text{ 行列} \\
 H_2 = \frac{\partial h}{\partial X_2} = [h_{4N+1} \quad \cdots \quad h_{4N+2M}] \quad : (1 \times 2M) \text{ 行列} \\
 H_3 = \frac{\partial h}{\partial X_3} = [0 \quad 0 \quad 0] \quad : (1 \times K) \text{ のゼロ行列} \\
 H_4 = \frac{\partial h}{\partial X_4} = [0 \quad \cdots \quad 0] \quad : (1 \times N) \text{ のゼロ行列}
 \end{array} \right. \quad (4.96)$$

参考文献

- 1) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行: 実時間洪水予測システム理論解説書, 396p., 2004.
- 2) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行: 対話式洪水予測計算マニュアル, 115p., 2006.
- 3) 星 清: 洪水予測システムの基礎的検討(2), 北海道開発局土木試験所月報, No. 386, pp, 48-68, 1985.
- 4) 星 清・片山直樹: 一般化貯留関数法を用いた洪水予測手法の改良, 研究所紀要(XVI), (財)北海道河川防災研究センター, pp. 407-438, 2005.
- 5) 宝 馨・高棹琢馬・椎葉充晴: 洪水流出の確率予測における実際的手法, 第28回水理講演会論文集, 土木学会, pp. 415-422, 1984.

5. 逐次予測計算に必要な未知量の指定

5.1 平均雨量強度(\bar{r})の推定

これまでに説明した3種の貯留関数法を洪水逐次法に適用する場合、貯留係数 k_{12} に含まれる平均有効雨量強度 \bar{r}_e あるいは平均雨量強度 \bar{r} を前もって指定しておいた方がより実用的である。 \bar{r}_e 及び \bar{r} の値は本来、洪水終了後に決定される性質のものであり、洪水期間中には推定不可能だからである。ここでは、実時間洪水予測において、これらの値をどの程度に設定したらよいかを検討する。

図-5.1及び表-5.1に示す例題洪水を対象に、「損失項を含む貯留関数法」及び「地下水流出成分を含む貯留関数法」については、洪水予測時の平均雨量強度 \bar{r} を北海道の650ケースの洪水事例¹⁾における平均的な値である5.0mm/hとした場合と実績平均雨量強度とした場合のハイドログラフ及び誤差度合いを比較した。また、「有効雨量を用いた貯留関数法」については、上記の平均雨量強度 $\bar{r}=5.0\text{mm/h}$ に流出率の平均値を0.6と仮定して乗じた平均有効雨量強度 $\bar{r}_e=3.0\text{mm/h}$ とした場合と実績平均有効雨量強度とした場合の計算流出量を比較した。

なお、表-5.1には精度評価指標として、平均二乗誤差の平方根($RMSE$)及びNash-Sutcliffe指標($N-S$ 指標)を掲載した。一般に、 $N-S$ 指標が0.8を超えると適合度が良好であると判断されている。

図-5.1及び表-5.1に示すように、 \bar{r}_e と \bar{r} をそれぞれ3.0mm/hと5.0mm/hに固定することによる誤差は小さいことがわかる。したがって、実時間洪水予測解析における \bar{r}_e 及び \bar{r} の値を、それぞれ3.0mm/h及び5.0mm/hに設定して逐次計算を行うこととする。

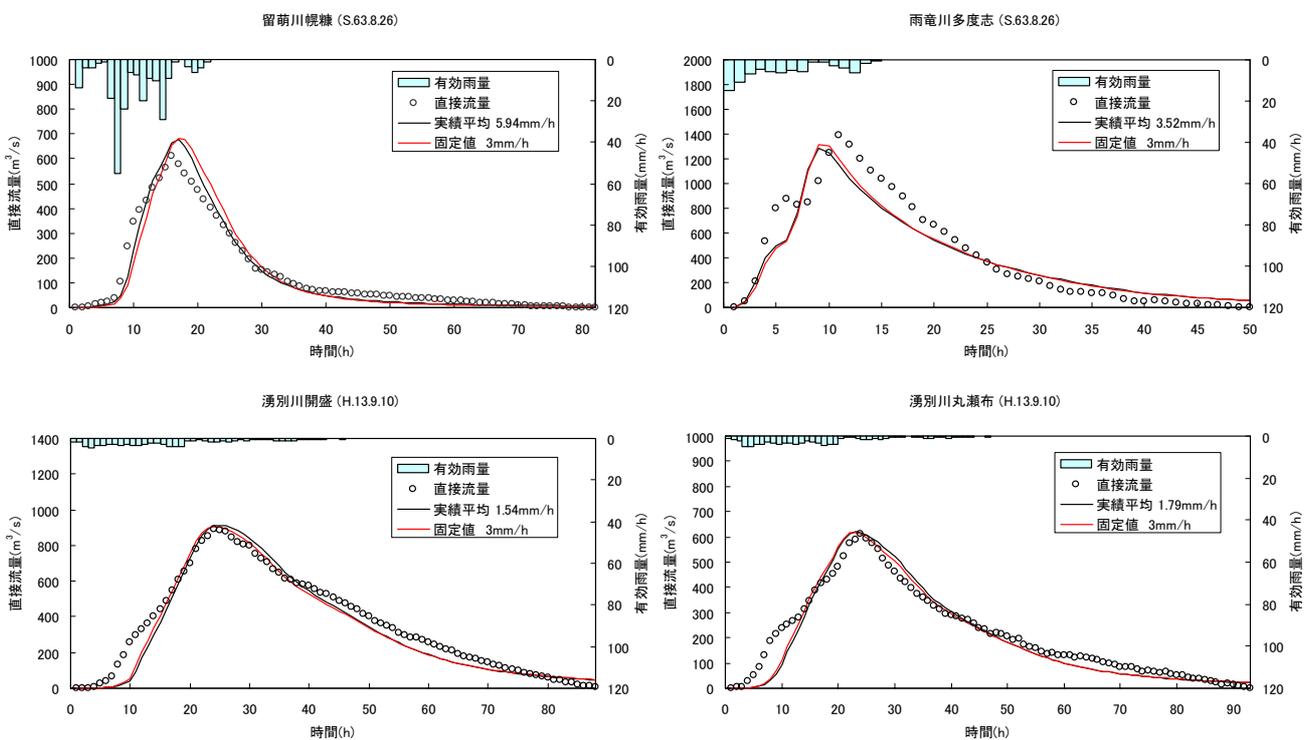


図-5.1(1) 平均雨量強度の差異によるハイドログラフの変化
(有効雨量を用いた貯留関数法・複合流域解析)

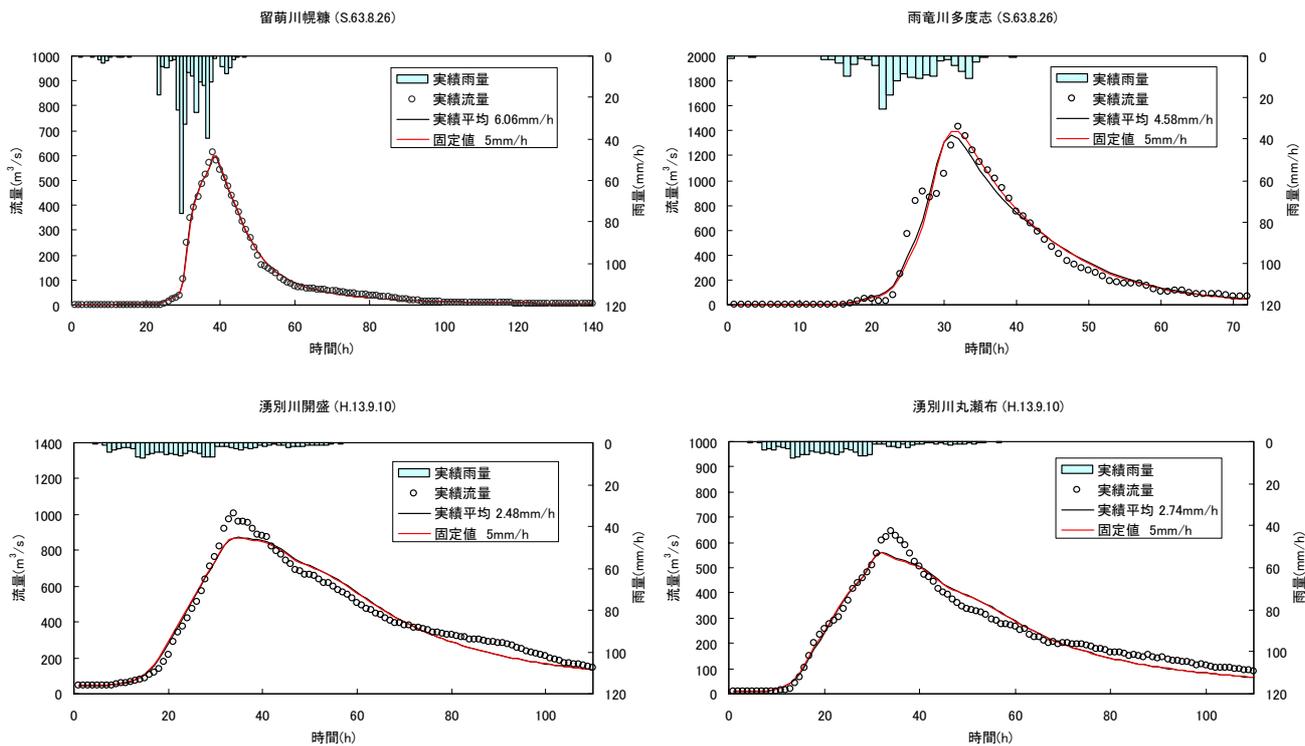


図-5.1(2) 平均雨量強度の差異によるハイドログラフの変化
(損失項を含む貯留関数法・複合流域解析)

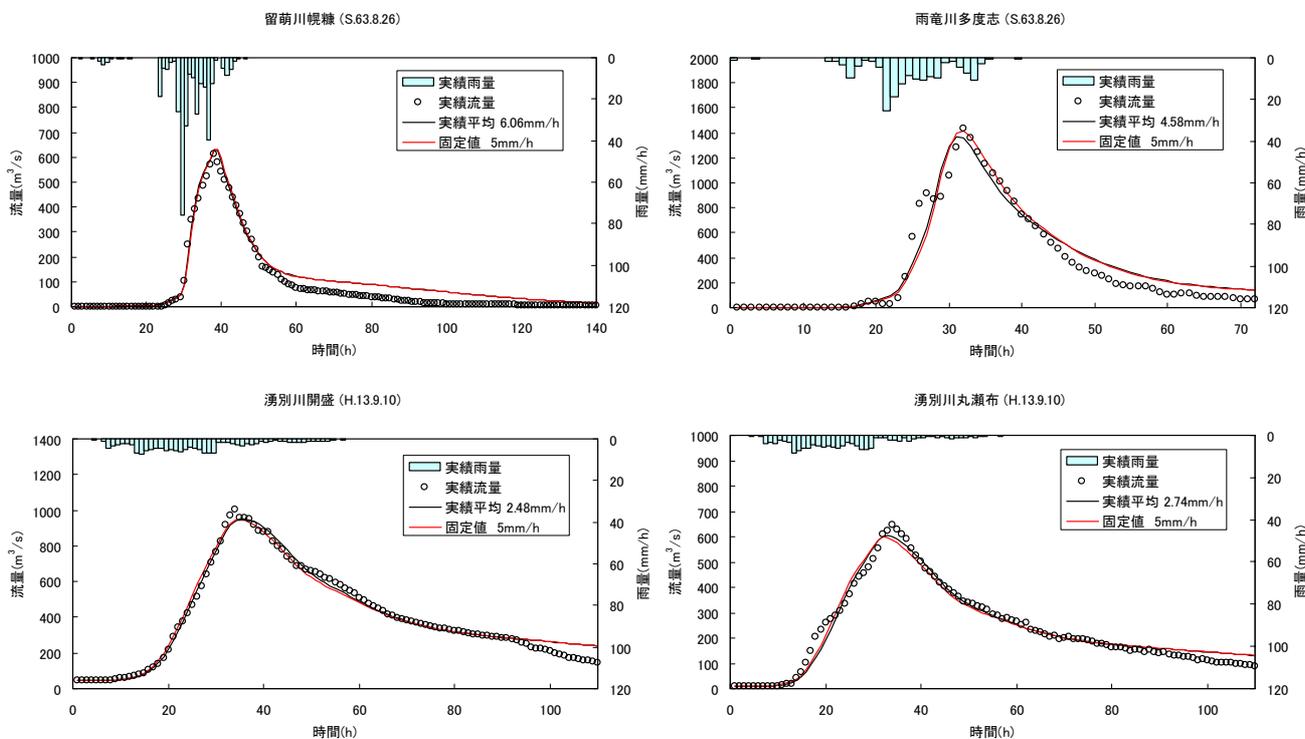


図-5.1(3) 平均雨量強度の差異によるハイドログラフの変化
(地下水流成分を含む貯留関数法・複合流域解析)

表-5.1 平均雨量強度の設定の違いによる精度比較（複合流域）

河川名		留萌川	雨竜川	湧別川	湧別川		
地点		幌糠	多度志	開盛	丸瀬布		
洪水年月日		S.63.8.26	S.63.8.26	H.13.9.10	H.13.9.10		
流域面積 (km ²)		168.5	998.8	1334.8	802.0		
直接流出量の実績ピーク流量 (m ³ /s)		611.02	1395.14	891.00	611.68		
実績ピーク流量 (m ³ /s)		613.78	1432.75	1004.58	645.81		
ピーク比流量 (m ³ /s/km ²)		3.64	1.43	0.75	0.81		
流出率		0.73	0.57	0.59	0.64		
実績平均有効雨量強度 (mm/h)		5.94	3.52	1.54	1.79		
実績平均雨量強度 (mm/h)		6.06	4.58	2.48	2.74		
分割小流域数		8	7	14	6		
河道数		4	4	7	2		
有効雨量を用いた 貯留関数法	直接流出量 の計算ピーク 流量(m ³ /s)	$\bar{f}_e = \text{実績平均値}$	678.28	1281.29	913.06	622.18	
		$\bar{f}_e = 3.0 \text{ mm/h}$	684.49	1309.88	906.22	618.19	
	RMSE	$\bar{f}_e = \text{実績平均値}$	34.64	137.34	61.31	44.53	
		$\bar{f}_e = 3.0 \text{ mm/h}$	48.63	134.58	56.87	40.72	
	N-S 指標	$\bar{f}_e = \text{実績平均値}$	0.970	0.934	0.972	0.962	
		$\bar{f}_e = 3.0 \text{ mm/h}$	0.942	0.937	0.976	0.968	
	損失項を含む 貯留関数法	計算ピーク 流量(m ³ /s)	$\bar{f} = \text{実績平均値}$	596.69	1365.13	872.60	561.40
			$\bar{f} = 5.0 \text{ mm/h}$	600.04	1396.93	869.58	560.29
RMSE		$\bar{f} = \text{実績平均値}$	8.12	77.49	46.44	31.60	
		$\bar{f} = 5.0 \text{ mm/h}$	8.48	77.15	46.71	31.71	
N-S 指標		$\bar{f} = \text{実績平均値}$	0.997	0.971	0.984	0.980	
		$\bar{f} = 5.0 \text{ mm/h}$	0.997	0.972	0.984	0.980	
地下水流出を含む 貯留関数法		計算ピーク 流量(m ³ /s)	$\bar{f} = \text{実績平均値}$	627.30	1371.72	952.06	604.42
			$\bar{f} = 5.0 \text{ mm/h}$	634.39	1413.42	946.32	597.86
	RMSE	$\bar{f} = \text{実績平均値}$	33.71	95.84	32.01	24.70	
		$\bar{f} = 5.0 \text{ mm/h}$	33.88	96.98	34.98	26.05	
	N-S 指標	$\bar{f} = \text{実績平均値}$	0.955	0.956	0.992	0.988	
		$\bar{f} = 5.0 \text{ mm/h}$	0.955	0.955	0.991	0.986	

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (Q_o - Q_c)^2}, \quad N-S \text{ 指標} = 1 - \frac{\sum (Q_o - Q_c)^2}{\sum \left(Q_o - \frac{1}{N} \sum Q_o \right)^2}$$

Q_o : 実績流量 (m³/s), Q_c : 計算流量 (m³/s), N : データ数

モデル定数 f_c 及び $c_{11} \sim c_{13}$ は、 \bar{f}_e 及び \bar{f} を実績平均値に固定した場合の最適値である⁸⁾。

「有効雨量を用いた貯留関数法」は、有効雨量と直接流出量に基づく計算結果による。

5.2 河道の上流端平均流入量 (\bar{q}_o) の推定

複合流域における実時間洪水予測問題では、平均雨量強度 \bar{f} と同様に、河道の上流端平均流入量 \bar{q}_o は未知であるため、なんらかの方法によって前もって指定しておかなければならない。

本報告では、洪水予測時における \bar{q}_0 を当該河道上流端での比流量換算値で指定されるとした。すなわち、最適モデル定数を用いて計算される河道上流端流入量の平均値と種々の比流量値を与えて計算した結果を比較して、比流量の妥当な値を探索した。なお、流出モデルには、「損失項を含む貯留関数法」を用いた。

表-5.2 に例題河川の各河道における \bar{q}_0 とその平均値を比流量で示す。この実績平均値と \bar{q}_0 の値を比流量 0.1~1.0 $\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ の範囲で変化させたときの流出ハイドログラフを比較して図-5.2 の上段に示した。また、図-5.2 の下段には、平均値と比流量を変化させたときの流量比を時間毎に示した。その結果、ピーク近傍での流量比は、10%以内に収まっていることがわかる。

また、計算平均値 \bar{q}_0 が比較的大きい留萌川幌糠地点では \bar{q}_0 の値による差はほとんど見られない。一方、雨竜川の多度志地点と湧別川の開盛地点及び丸瀬布地点の計算平均 \bar{q}_0 の比流量値は 0.25~0.29 と同程度の値であり、当然ながらその値に近い比流量 0.3 を与えたケースが最も誤差が小さい。与える比流量値を大きくするとピーク付近の計算流量は過大に算出される傾向にあるといえよう。

例題河川での検討から、洪水予測において重要な洪水立ち上がりからピーク直後の低減部までを考慮すると、 \bar{q}_0 の比流量値として 0.5 $\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 程度を与えておけばピーク付近で数%の誤差内に納まり、実用上十分な精度の確保が期待できる。

表-5.2 河道上流端流入量の計算平均値

		留萌川幌糠		雨竜川多度志		湧別川開盛		湧別川丸瀬布	
洪水年月日		S.63.8.26		S.63.8.26		H.13.9.10		H.13.9.10	
流域・河道分割数		8 流域, 4 河道		7 流域, 4 河道		14 流域, 7 河道		6 流域, 2 河道	
計 算 平 均 上 流 端 流 入 量 \bar{q}_0 (m^3/s) ()内は 比 流 量	A河道	34.42	(0.675)	71.31	(0.188)	78.30	(0.286)	77.68	(0.284)
	B河道	7.70	(0.664)	148.48	(0.236)	76.38	(0.272)	75.74	(0.270)
	C河道	60.48	(0.669)	210.84	(0.277)	230.08	(0.287)	—	—
	D河道	11.44	(0.654)	259.24	(0.304)	266.57	(0.289)	—	—
	E河道	—	—	—	—	278.69	(0.291)	—	—
	F河道	—	—	—	—	51.24	(0.302)	—	—
	G河道	—	—	—	—	368.76	(0.295)	—	—
	(平均比流量)	(0.666)		(0.251)		(0.289)		(0.277)	
流 域 面 積 (km^2)	A河道	51.0		378.5		274.0		274.0	
	B河道	11.6		628.1		280.3		280.3	
	C河道	90.4		760.1		802.0		—	
	D河道	17.5		852.1		920.9		—	
	E河道	—		—		958.1		—	
	F河道	—		—		169.6		—	
	G河道	—		—		1248.9		—	
注) モ デ ル 定 数	c_{11}	18.2413		7.3292		19.5389		16.373	
	c_{12}	0.0747		0.3796		0.0543		0.046	
	c_{13}	1.2890		1.8524		1.2509		1.202	
	λ	0.019		0.019		0.019		0.019	

注) :モデル定数は「損失項を含む貯留関数法」による複合流域の最適定数

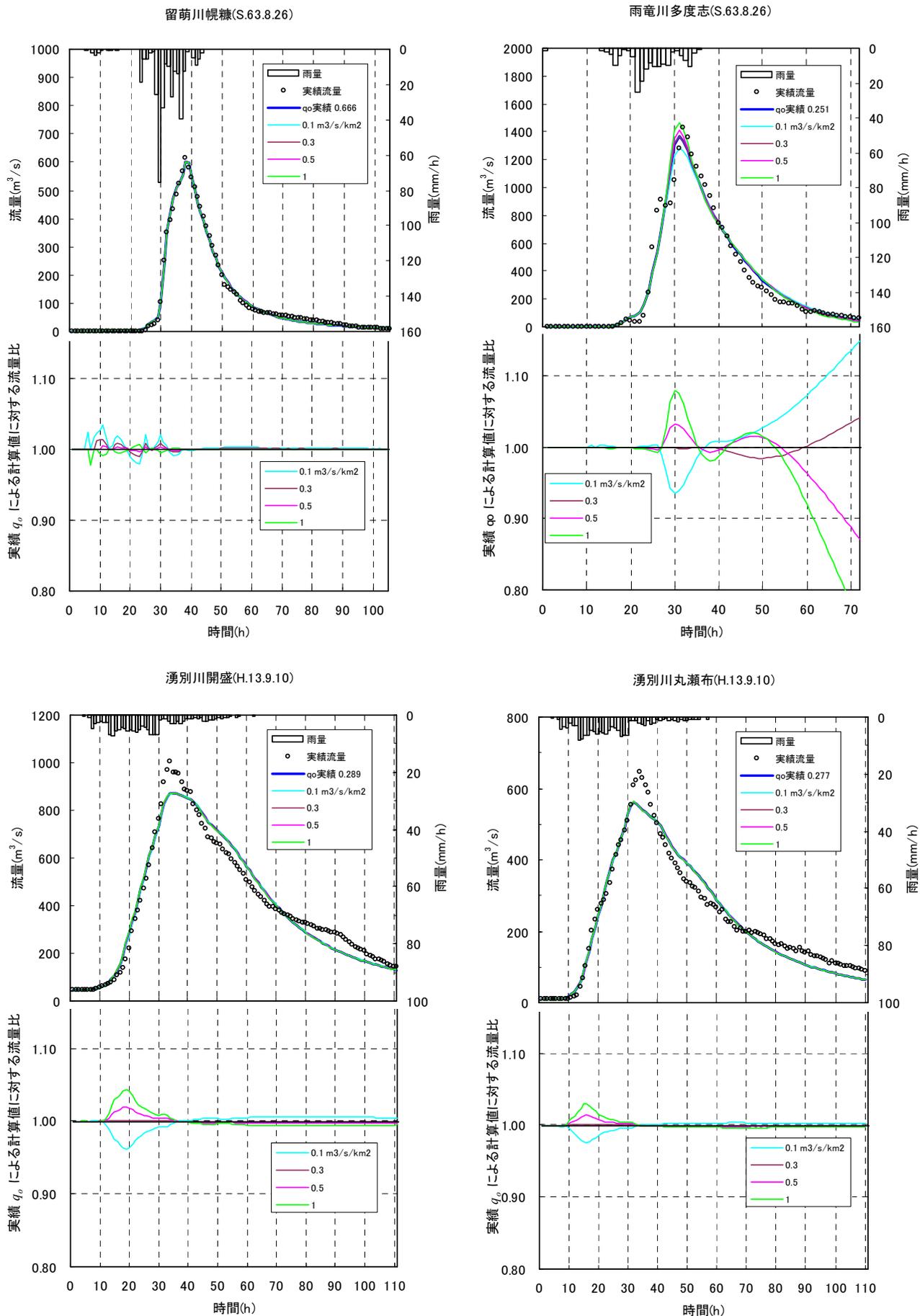


図-5.2 河道上流端平均流入量の設定の差異による再現結果の比較

5.3 モデル定数の初期値設定

モデル定数についても、実時間洪水予測演算を行う際には初期値の設定が必要である。そこで、複合流域におけるモデル定数の最適同定結果を用いることが考えられるが、最適同定に必要な水文資料は単一流域ほど充実していないのが実情である。

一般に、複合流域解析では単一流域解析に比べて河道貯留効果の影響を受けるために、「有効雨量を用いた貯留関数法」のモデル定数 f_c 、「損失項を含む貯留関数法」のモデル定数 c_{11} 及び「地下水流出成分を含む貯留関数法」のモデル定数 c_{11} の値が大きくなる傾向にある。

表-5.3は、9つの洪水事例について、単一流域及び複合流域解析における各モデル定数の最適同定結果を整理したものであり、図-5.3は、その f_c 及び c_{11} に関する相関図である。表-5.3の最下段に示されるように、複合流域解析における各モデル定数の最適値を単一流域の値で除したものの平均値は、 f_c 及び c_{11} が約1.5であり、 c_{12} 及び c_{13} については約1であった。また、相関図の傾向から見ると、複合流域解析における各モデル定数の最適値は、単一流域の値の1.5～2倍の範囲にあるといえる。

したがって、複合流域解析におけるモデル定数の初期値は、単一流域の f_c 及び c_{11} を1.5～2倍程度に設定すると予測精度が向上するものと考えられる。 c_{12} 及び c_{13} については、単一流域の値をそのまま初期値として設定してよい。

なお、単一流域を解析対象とした場合、「有効雨量を用いた貯留関数法」において、ピーク比流量 $0.5\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上の洪水例169ケースにつき f_c を最適同定した結果、その平均値は1.56、分散0.43の値を得ている。また、「損失項を含む貯留関数法」及び「地下水流出成分を含む貯留関数法」についても、単一流域を対象とした北海道内の一級河川(標津川は指定河川)650個の既往洪水事例における c_{11} 、 c_{12} 及び c_{13} の最適同定値結果を表-2.2及び表-2.3に整理している。

表-5.3 各種モデル定数の最適値の比較

河川名 地点名	洪水開始 年月日時 時間数	流域種別	有効雨量を用いた貯留関数法	損失項を含む貯留関数法			地下水流出成分を含む貯留関数法		
			f_c	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{11}	c_{12}	c_{13}
標津川	H10.9.16 1	単一流域	1.82	15.01	0.11	1.95	11.49	0.25	2.73
合流点	120	複合流域	2.33	20.93	0.07	1.95	15.65	0.21	2.70
渚滑川	H10.9.16 5	単一流域	1.55	6.48	0.20	1.00	5.58	0.30	1.26
上渚滑	72	複合流域	2.36	10.12	0.19	1.00	8.36	0.33	1.28
留萌川	S63.8.24 16	単一流域	2.76	12.50	0.09	1.29	11.11	0.15	1.48
幌糠	140	複合流域	4.07	18.47	0.08	1.29	16.13	0.15	1.49
湧別川	H13.9.10 10	単一流域	2.04	11.38	0.05	1.17	8.52	0.21	1.86
丸瀬布	135	複合流域	2.92	16.61	0.04	1.18	12.05	0.23	1.89
湧別川	H10.9.16 4	単一流域	1.47	8.43	0.14	1.05	7.02	0.23	1.52
開盛	70	複合流域	2.42	14.84	0.09	1.04	12.33	0.17	1.47
湧別川	H13.9.10 10	単一流域	1.55	11.51	0.09	1.25	7.75	0.31	2.19
開盛	100	複合流域	2.46	19.39	0.06	1.26	13.86	0.22	1.92
豊平川	S56.8.21 21	単一流域	1.72	6.79	0.12	1.00	6.21	0.18	1.12
雁来	100	複合流域	2.33	9.79	0.08	1.00	8.78	0.14	1.12
雨竜川	S63.8.25 1	単一流域	1.10	7.60	0.17	1.77	6.99	0.23	2.02
多度志	72	複合流域	1.17	7.33	0.38	1.85	6.53	0.50	2.04
雨竜川	S63.8.25 8	単一流域	1.80	8.71	0.14	1.39	7.76	0.23	1.72
雨竜橋	120	複合流域	2.79	13.01	0.17	1.41	10.75	0.37	1.75
複合流域の値/単一流域の値の平均値			1.43	1.47	0.97	1.01	1.44	1.12	0.99

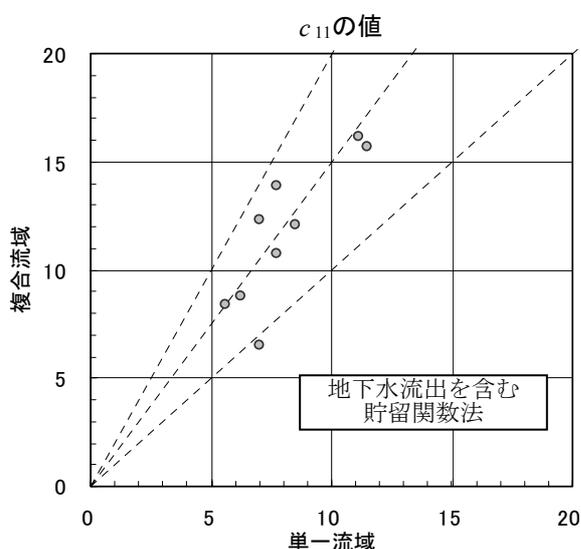
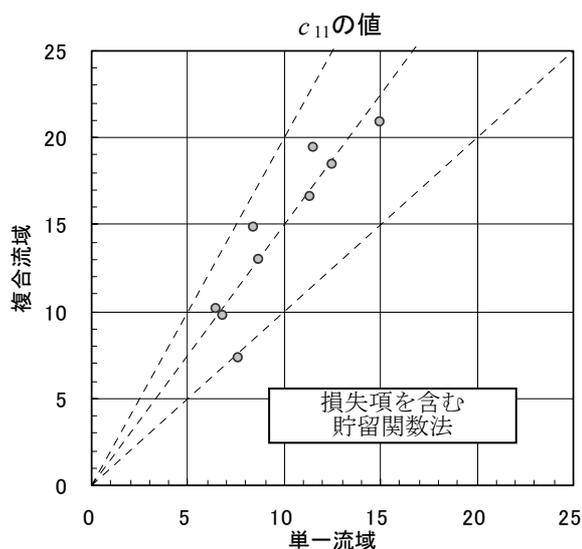
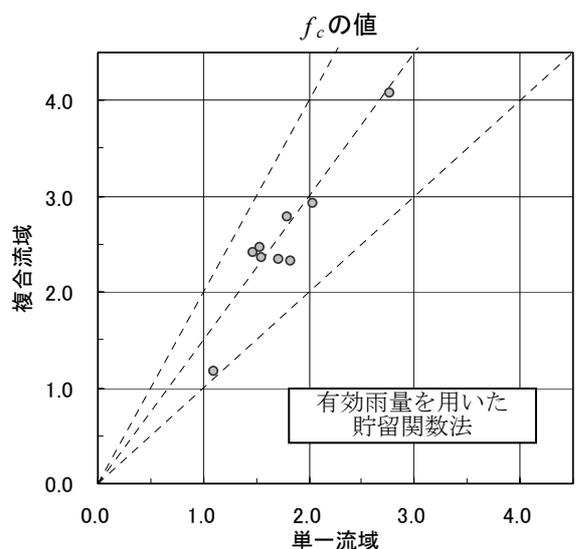


図-5.3 単一流域と複合流域に関する最適モデル定数の相関図

5.4 短時間予測雨量の誤差分散算定法^{2),3)}

第4章で説明した3種の貯留関数法にカルマン・フィルター理論を用いた洪水予測モデルでは、予測水位に影響を及ぼす予測雨量の誤差を考慮するため、予測雨量を状態変数に加えてシステム方程式の拡大を図り、推定値及びその誤差分散を伝達・更新した。しかしながら、入力する予測雨量が持つ不確定性については、あまり定量的な認識が持たれずに利用されている場合が多い。ここでは、予測雨量の精度を正確に把握するため、その推定誤差を定量的に算定する手法を導入する⁴⁾。

本章で説明する予測雨量は、

- (a) 2001年および2003年の台風接近時に北海道において配信された(財)日本気象協会による降雨予測情報(以下、気象協会予測雨量法と記す)
- (b) 北海道内における近年の主要洪水時において観測された実測雨量の過去3時間移動平均値を将来予測雨量補間予測情報(以下、移動平均予測雨量法と記す)

を対象として解析したものである。

気象協会予測雨量は、現状ではデータの蓄積が少なく、水系毎の高い解析精度は期待できない。このため、北海道全域に分布するデータに関して解析を行った。

移動平均予測雨量は、既往の多数の洪水例を用いることができるため、北海道の一級河川と指定河川の14水系154地点における932洪水例を選定し、それらの水系を地域別にI～IV地域に分割したものと、それら地域を1つにまとめた北海道全域についても解析を行った。なお、このI～IV地域の分類は、流域・流出特性から各地域の流出モデル定数の総合化を行った結果に基づくものである。

予測雨量と実測雨量の平均二乗誤差 S_ℓ^2 は、次式で表わされる。

$$S_\ell^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{r}_{\ell,i} - r_{\ell,i})^2 \quad (5.1)$$

ここに、 $r_{\ell,i}$ ：実現値、 $\hat{r}_{\ell,i}$ ：予測値、 S_ℓ^2 ：予測値と実現値の平均二乗誤差、 ℓ ：リードタイム、 N ：データ数

この平均二乗誤差の平方根の値 S_ℓ は、「RMSE (Root Mean Squares Error)」として気象予報や水文予測の誤差の評価に多く用いられている指標でもあり、直接的に予測の精度を表わす数値であるため、感覚的に理解しやすい。

ここで、 S_ℓ^2 が雨量の予測値 \hat{r}_ℓ の分散に等しいという理論から、平均二乗誤差の平方根 S_ℓ と実測雨量の平均値 \bar{r}_ℓ の関係を定式化することを考える。すなわち、 S_ℓ^2 を予測雨量の階級毎に求め、 S_ℓ と \bar{r}_ℓ の関係を予測雨量の階級毎にプロットし、式(5.2)の回帰直線の係数を算出する。

$$S_\ell / \sqrt{\ell} = a \bar{r}_\ell^b \quad (5.2)$$

$$\bar{r}_\ell = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_{\ell,i} \quad (5.3)$$

ここに、 S_ℓ ：予測値と実現値の平均二乗誤差の平方根、 ℓ ：リードタイム、 \bar{r}_ℓ ：平均値、 a 、 b ：定数、 $r_{\ell,i}$ ：実現値、 N ：データ数

式(5.2)が予測雨量の誤差分散式である。

図-5.4には、気象協会予測雨量法による実測雨量の平均値と平均二乗誤差の平方根との関係を、予測雨量の階級毎にプロットしたものを示す。図-5.5には、プロットにより得られた誤差分散式の係数を示す。同様に、図-5.6には、移動平均予測雨量法による実測雨量の平均値と平均二乗誤差の平方根との関係を、予測雨量の階級毎にプロットしたものを示す。図-5.7には、プロットにより得られた誤差分散式の係数を示す。

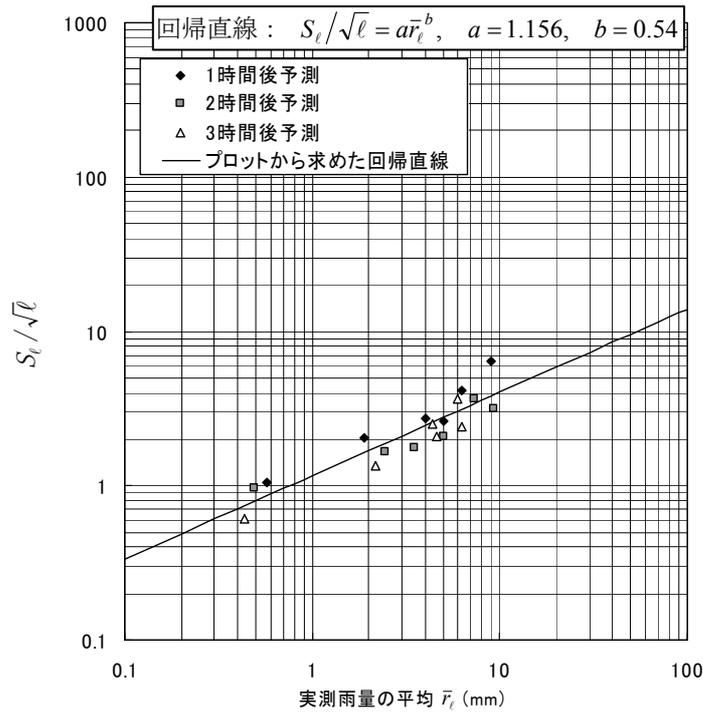


図-5.4 実績雨量の平均 \bar{r}_ℓ と $S_\ell/\sqrt{\ell}$ の関係
(気象協会予測雨量法 リードタイム $\ell = 1\sim 3$)

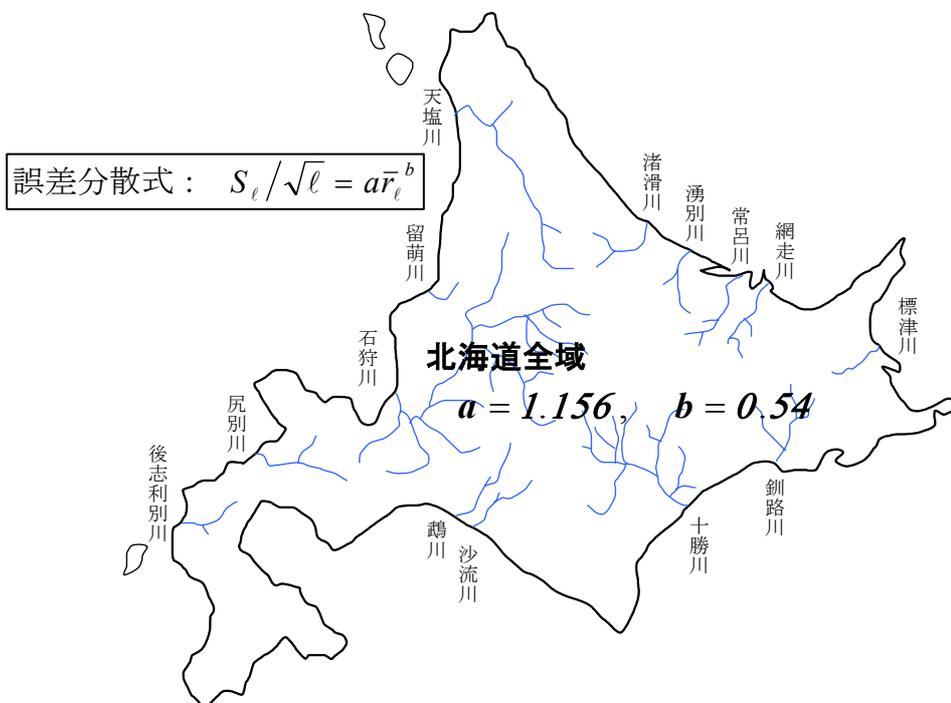


図-5.5 誤差分散式の係数 (気象協会予測雨量法 リードタイム $\ell = 1\sim 3$)

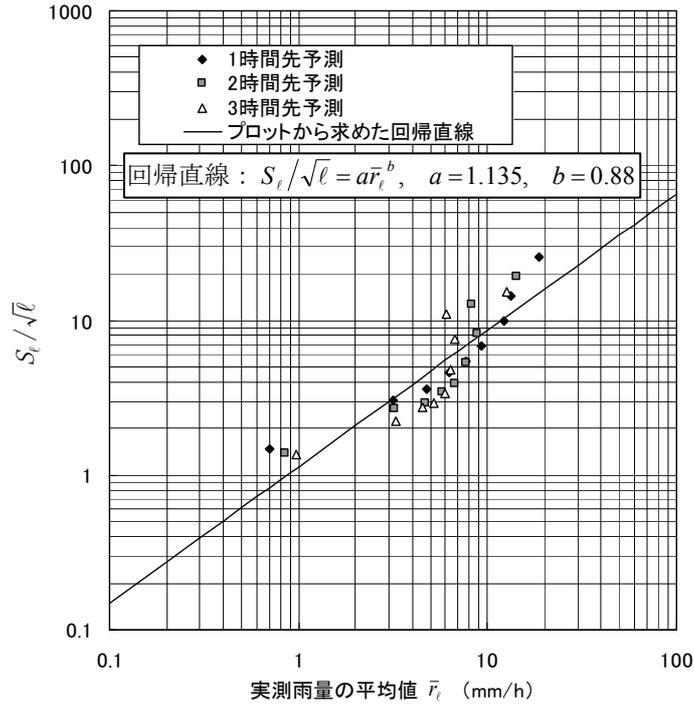


図-5.6 実績雨量の平均 \bar{r}_l と S_l/\sqrt{l} の関係 北海道全域
 (移動平均予測雨量法 リードタイム $l = 1 \sim 3$)

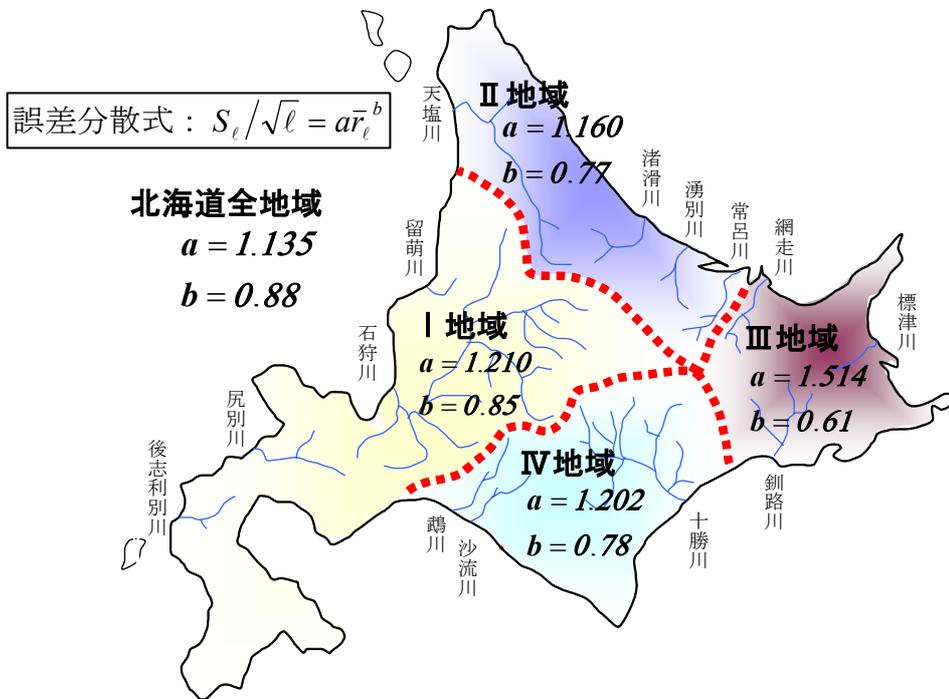


図-5.7 地域別における誤差分散式の係数
 (移動平均予測雨量法 リードタイム $l = 1 \sim 3$)

表-5.4は以上の誤差分散式の定数 a と b を各地域別に示したものである。2つの定数は気象協会予測雨量法と移動平均予測雨量法ともに同程度の値といえる。

しかしながら、移動平均予測雨量法におけるⅢ地域(網走川・標津川・釧路川)の定数は、この地域の資料数が少ないことから、他の地域のそれと差異が見られる。

後述の「7. 実流域における洪水予測計算」における予測雨量は、過去3時間移動平均予測雨量法を用いる。すなわち、現時刻を含む前3時間の実績雨量の平均値をリードタイム l 分与えるものとしている。

また、予測雨量の誤差分散式の定数は、北海道全域(14水系)の平均値である $a=1.135$ 及び $b=0.88$ を使用する。

表-5.4 誤差分散式の係数

地 域	誤 差 分 散 式 $S_e/\sqrt{l} = a\bar{r}_e^b$	
	a	b
① 気象協会予測雨量法		
北海道全域 (7水系)	1.156	0.54
② 移動平均予測雨量法		
I 地域 (留萌川・石狩川・尻別川・後志利別川)	1.210	0.85
II 地域 (天塩川・渚滑川・湧別川・常呂川)	1.160	0.77
III 地域 (網走川・標津川・釧路川)	1.514	0.61
IV 地域 (鶴川・沙流川・十勝川)	1.202	0.78
北海道全域 (14水系)	1.135	0.88

参考文献

- 1) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：単一流域を対象とした貯留関数法の精度比較, 189p., 2002.
- 2) 東海林 勉・星 清・藤田 暁・橋本識秀：予測降雨の推定誤差評価について(2), 土木学会北海道支部論文報告集, 第61号, CD-ROM 概要集, II-8, 2005.
- 3) 星 清・東海林 勉・藤田 暁：短時間予測降雨における誤差指標の総合化, 研究所紀要(XVI), (財)北海道河川防災研究センター, pp. 379-404, 2005.
- 4) Etoh, T., Kamibayashi, Y., Nakanishi, M. and Yoshida, M. : A study on prediction error in rainfall forecasting and its application to on-line operation of detention storage, Proc. of International Conference on Water Resources & Environment Research : Towards the 21st Century, Vol. I, pp. 531-538, 1996.

6. 流域・河道系における洪水予測式の自動定式化

6.1 流域・河道ネットワーク識別データの作成^{1), 2), 3)}

第4章で説明した流域・河道系における洪水流出予測を行うためには、分割流域と河道のネットワークに合致するようにシステム方程式と観測方程式を定式化し、それをプログラムコーディングする必要がある。この作業はかなり面倒で、しかも間違いを犯し易い。ここでは、以下に示す「流域・河道ネットワーク識別データ」を利用して、システム方程式と観測方程式をプログラム内で自動定式化する手法を示す。なお、ここで用いる流域・河道ネットワークは、基本高水算定において作成済みのものを基本とした方が作業が少なくすむ。

流域・河道ネットワークは以下に示す4種類の要素の組み合わせで構成されるものとした。

1. 流域：雨量を与えて流出量を計算する。
2. 上流端：強制的に流入量を与える。
3. 河道：河道追跡計算を行う。
4. 合流点：流域、河道、本川・支川などの流量を合計する場所で直下流が河道でないもの。

(直下流が河道の場合、河道への流入量計算と合流点としての合計計算とが重複することになるので、河道への流入量計算の方で済ませるものとする)

構成要素の判別は識別番号で行い、識別番号は表-6.1のように与え、識別番号の1の位で流域・河道などを判別し、10の位で本・支川の別及び支川の場合の次数を判別する。

ネットワーク構成要素を配置するにあたって、合流は2地点の合流までとする。3地点以上の合流の場合は、図-6.1のように合流点を増やして2地点ずつの合流になるように配置し直す。

「支川」の定義は、以下のように考える。

ア. 後述の「(2) 計算順序と識別データ」に示す計算順序が1番の要素は本川であると定義する。

イ. 合流点において2系統の接続のうち、未だ次数が設定されていない系統の側のパーツが1つしかない場合は、既に設定されているパーツと同じ次数であるとし、複数からなる場合は、次数を1つ上げて支川であるとする。

(1) 地点番号

流域や河道の接続状態を上記で定義した**識別番号**と、以下で定義する**地点番号**によって表現する。地点番号は図-6.2の●と○の場所に上流から順に大きくなるように付ける。◎のところにはひ

表-6.1 識別番号の付け方

流域	:1	11	21	31
上流端	:2	12	22	32
河道	:3	13	23	33
合流点	:4	14	24	34
		↑	↑	↑	↑
		本	一	二	三
		川	次	次	次
			支	支	支
			川	川	川
				

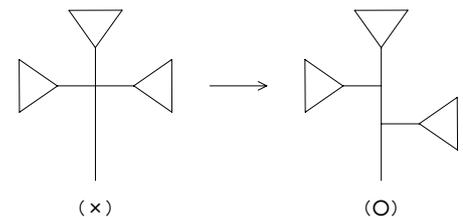


図-6.1 流域の配置方法

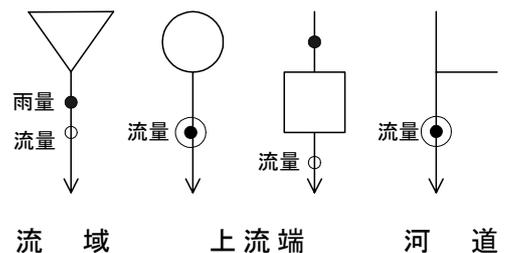


図-6.2 入・出力地点

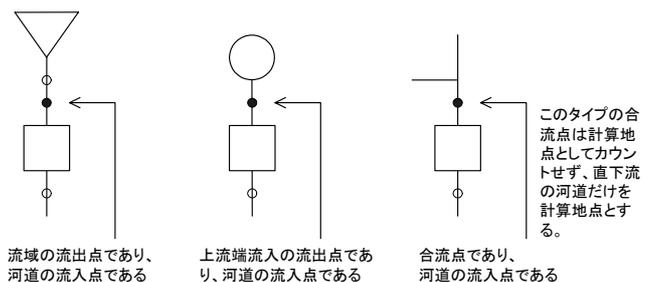


図-6.3 地点数の節約

とつだけ番号を付ける。

なお、図-6.3のようなケースは、下流側の流入点と上流側の流出点を同じ場所として点の数を節約し、下流側のパーツを含めて連続番号を付ける。

(2) 計算順序と識別データ

ネットワークの4種類の構成要素は計算地点であるので、それに計算順序を付け、識別番号と地点番号を使って識別データを作成する。そのとき各構成要素の属性データも与えるものとする。すなわち、識別データとして以下を与える。

ア. 計算順序：最上流を1として、順次連続番号を付ける。

イ. 識別番号：表-6.1の識別番号

ウ. 入力地点番号：(1)のルールに従って付けた入力地点の地点番号

エ. 加える地点数：入力地点の入力データを上流の出力地点の値やその合計値を使って表わすとき、その合計する地点数(≤2)。

オ. 加える地点番号1：上記エ.で使う一つ目の地点番号

カ. 加える地点番号2：上記エ.で使う二つ目の地点番号(加える地点数=2のときのみ)

これら流域、河道及び上流端の識別データと同時に以下の諸元も同時に設定する

キ. 流域面積：流域又は上流端の場合に入力する

ク. 河道延長：河道の場合に入力する

ケ. 河道定数 α ：河道の場合に入力する

コ. 河道定数 m ：河道の場合に入力する

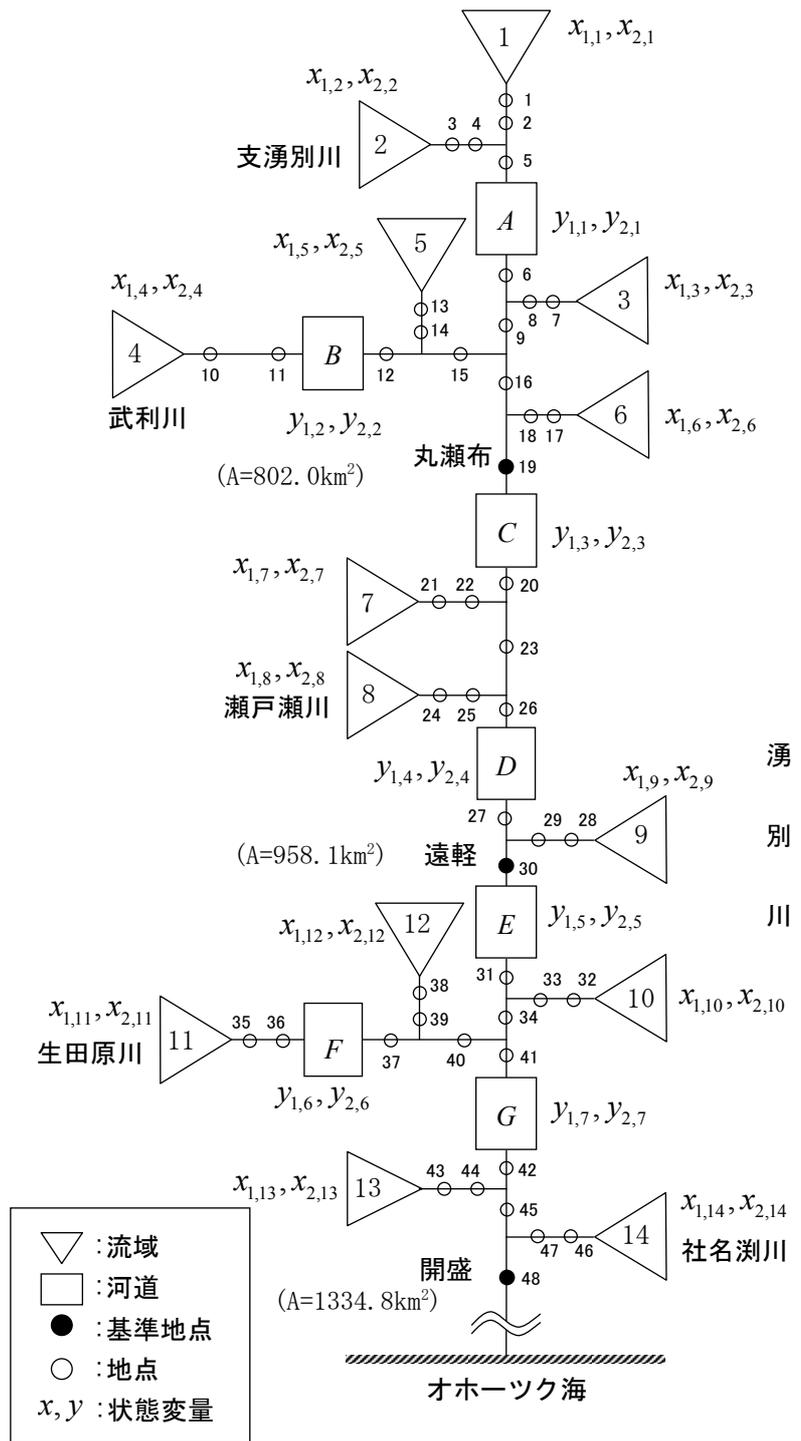


図-6.4 流域・河道ネットワーク (湧別川・開盛)

湧別川・開盛を例にとり、具体的に番号を付け、識別データを作成していくと以下ようになる。

① まず、流域・河道ネットワーク図を描き(図-6.4)、(1)に述べた方法にしたがって、流域、河道、

合流点に上流から地点番号を付ける。図-6.4の○印が「地点」である。

- ② 次に、表-6.2を作り、計算地点を上流から順に並べる。(図-6.4の場合、48地点ある)
- ③ 識別番号を表-6.1の規則にしたがって設定し、入力地点番号を指定する。
- ④ 入力地点の流量をどの地点のデータを使って求めるかを指定する。

例えば、計算順序の12番目である丸瀬布地点で説明すると、その入力地点19の流量は、地点16と地点18との合計であるから、加える地点数が2(カ所)でその地点番号は16と18であることを指示する。同様に、計算順序の29番目である開盛地点では、その入力地点48の流量は、地点45と地点47との合計であるから、加える地点数が2(カ所)でその地点番号は45と47であることを指示する。

表-6.2 図-6.4に示す流域・河道ネットワークの識別データ

ア 計算 順序	イ 識別 番号	ウ 入力地 点番号	エ 加える 地点数	オ 加える地 点番号1	カ 加える地 点番号2	キ 流域面積 [km ²]	ク 河道延長 [m]	ケ 河道定数 α	コ 河道定数 m	備考
1	1	1	0	0	0	130.2	0	0	0	流域1
2	1	3	0	0	0	143.8	0	0	0	流域2
3	3	5	2	2	4	0.0	20500	1.3834	0.6765	河道A
4	1	7	0	0	0	82.9	0	0	0	流域3
5	4	9	2	6	8	0.0	0	0	0	合流点5
6	11	10	0	0	0	280.3	0	0	0	流域4
7	13	11	1	11	0	0.0	7300	1.5532	0.6642	河道B
8	11	13	0	0	0	44.2	0	0	0	流域5
9	14	15	2	12	14	0.0	0	0	0	合流点15
10	4	16	2	9	15	0.0	0	0	0	合流点16
11	1	17	0	0	0	120.6	0	0	0	流域6
12	3	19	2	16	18	0.0	10400	1.6246	0.703	河道C(丸瀬布)
13	1	21	0	0	0	71.5	0	0	0	流域7
14	4	23	2	20	22	0.0	0	0	0	合流点23
15	1	24	0	0	0	47.4	0	0	0	流域8
16	3	26	2	23	25	0.0	10000	1.788	0.7457	河道D
17	1	28	0	0	0	37.2	0	0	0	流域9
18	3	30	2	27	29	0.0	2700	2.5811	0.7057	河道E(遠軽)
19	1	32	0	0	0	10.4	0	0	0	流域10
20	4	34	2	31	33	0.0	0	0	0	合流点34
21	11	35	0	0	0	169.6	0	0	0	流域11
22	13	36	1	36	0	0.0	18200	0.6202	0.8894	河道F
23	11	38	0	0	0	110.8	0	0	0	流域12
24	14	40	2	37	39	0.0	0	0	0	合流点40
25	3	41	2	34	40	0.0	3800	1.5965	0.8186	河道G
26	1	43	0	0	0	13.8	0	0	0	流域13
27	4	45	2	42	44	0.0	0	0	0	合流点45
28	1	46	0	0	0	72.1	0	0	0	流域14
29	4	48	2	45	47	0.0	0	0	0	合流点48(開盛)

6.2 洪水予測式の自動定式化の考え方

システム方程式のうち、流域モデル式は他の全てから独立しているので、流域の番号を指定するだけでシステム方程式が記述可能である。河道モデル式も、上流端流入高 $q_{o,j}$ が与えられれば、河道番号を指定するだけで記述できる。残された課題は、河道の上流端流入高 $q_{o,j}$ を自動的に記述する方策である。

図-6.4中の湧別川の流域・河道網図に示される $x_{1,i}$, $x_{2,i}$ 及び $y_{1,j}$, $y_{2,j}$ は、「有効雨量を用いた貯留関数法」及び「損失項を含む貯留関数法」における流域及び河道の状態変量を表している。

例えば、C河道の流入高 $q_{o,C}$ (=丸瀬布地点流出高 q_{MARU})は、次式で表される。

$$q_{o,C} = q_{MARU} = \left\{ y_{1,1}^{1/p_{4,1}} A_A + x_{1,3}^{1/p_2} A_3 + y_{1,2}^{1/p_{4,2}} A_B + x_{1,5}^{1/p_2} A_5 + x_{1,6}^{1/p_2} A_6 \right\} / A_C \quad (6.1)$$

ここに、

$$A_A = A_1 + A_2, \quad A_B = A_4, \quad A_C = \sum_{i=1}^6 A_i$$

$p_{4,1}$ と $p_{4,2}$ は、それぞれ、 A 河道と B 河道の貯留指数である。

式(6.1)の構成式を見ると、河道の流入量はその河道の上流にある本・支川において、それぞれ最初に出現する河道の流出量(本川は河道 A 、支川は河道 B)及びそれまでの間に合流する分割流域(流域 3、5 及び 6)の流出量の合計で表されることがわかる。したがって、河道 A より上流及び河道 B より上流に位置する分割流域の状態変量に関する情報は必要ない。

以上の規則に従い、流域・河道・上流端のそれぞれについて、何番目の要素であるかを特定できれば式(6.1)を作成することは容易である。式(6.1)を作成するために必要な流域・河道の状態変量と流域面積及び貯留指数を、上述の「流域・河道ネットワーク識別データ」を利用し抽出することによって、システム方程式をプログラム内で自動定式化することが可能となる。

観測方程式についても「流域・河道ネットワーク識別データ」を利用して自動定式化することが可能である。図-6.4 を参考に、入力地点番号 48 の開盛地点における流出高 q_{KAI} は、次式で表される。

$$q_{KAI} = \left\{ y_{1,7}^{1/p_{4,7}} A_G + x_{1,13}^{1/p_2} A_{13} + x_{1,14}^{1/p_2} A_{14} \right\} / A_{KAI} \quad (6.2)$$

ここに、

$$A_G = \sum_{i=1}^{12} A_i, \quad A_{KAI} = A_G + A_{13} + A_{14}$$

$p_{4,7}$ は、 G 河道の貯留指数である。

式(6.2)の構成式を見ると、開盛地点の流入量は地点上流にある本・支川において、それぞれ最初に出現する河道の流量(河道 G)とそれまでの間に合流する分割流域(流域 13 及び 14)の合計で表されることがわかる。したがって、河道 G より上流に位置する分割流域や河道の状態変量に関する情報は必要ない。

カルマン・ゲイン K や推定誤差共分散行列 P を表すためには、観測方程式の係数ベクトル H が必要である。観測方程式は予測地点の流量を表わす式であるから、予測地点において上記と同じ手順で加算する地点を抽出していけば、 H も自動記述できる。

開盛地点における観測方程式の係数ベクトル H の要素は、式(4.50)より式(6.3)と式(6.4)で表される。

$$H_1 = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad h_{25} \quad 0 \quad h_{27} \quad 0] : (1 \times 28) \text{ 行列}$$

$$h_{25} = \frac{\partial h}{\partial x_{1,13}} = \frac{1}{p_2} x_{1,13}^{1/p_2-1} \frac{A_{13}}{A_{KAI}} \quad (\text{流域 13 の要素}) \quad (6.3)$$

$$h_{27} = \frac{\partial h}{\partial x_{1,14}} = \frac{1}{p_2} x_{1,14}^{1/p_2-1} \frac{A_{14}}{A_{KAI}} \quad (\text{流域 14 の要素})$$

$$H_2 = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad h_{41} \quad 0] : (1 \times 14) \text{ 行列}$$

$$h_{41} = \frac{\partial h}{\partial y_{1,7}} = \frac{1}{p_{4,7}} y_{1,7}^{1/p_{4,7}-1} \frac{A_G}{A_{KAI}} \quad (\text{河道 } G \text{ の要素}) \quad (6.4)$$

6.3 洪水予測式の記述事例

湧別川・丸瀬布地点を例として、これまでに説明した3種の貯留関数法による洪水予測式を具体的に記述する。

6.3.1 有効雨量を用いた貯留関数法(一般化貯留関数モデル)への適用

湧別川丸瀬布の流域・河道ネットワーク図は、図-6.4に示される。丸瀬布地点は、6流域、2河道を有するので、 $N=6$, $M=2$ として式(4.2)より状態変量をベクトル表示すると式(6.5)で表される。

$$\begin{cases} X_1 = [x_{1,1} & x_{2,1} & x_{1,2} & x_{2,2} & x_{1,3} & x_{2,3} & x_{1,4} & x_{2,4} & x_{1,5} & x_{2,5} & x_{1,6} & x_{2,6}]^T \\ X_2 = [y_{1,1} & y_{2,1} & y_{1,2} & y_{2,2}]^T \\ X_3 = [f & f_c]^T \\ X_4 = [r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 & r_6]^T \end{cases} \quad (6.5)$$

流域モデルでの状態変量 X_1 のシステム方程式は、式(4.3)より次式で表わされる。

$$\frac{dX_1}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \\ \vdots \\ x_{1,6} \\ x_{2,6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{11} \\ f_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2,1} \\ -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1})^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}) - \frac{1}{k_{12,1}} (x_{1,1})^{1/p_2} + \frac{fr_1}{k_{12,1}} \\ \vdots \\ x_{2,6} \\ -\frac{k_{11,6}}{k_{12,6}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,6})^{p_1/p_2-1} (x_{2,6}) - \frac{1}{k_{12,6}} (x_{1,6})^{1/p_2} + \frac{fr_6}{k_{12,6}} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

河道モデルの状態変量 X_2 のシステム方程式は、式(4.5)より次式で表わされる。

$$\frac{dX_2}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{1,1} \\ y_{2,1} \\ y_{1,2} \\ y_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{13} \\ f_{14} \\ f_{15} \\ f_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{2,1} \\ -\frac{k_{3,1}}{k_{4,1}} \frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} (y_{1,1})^{p_{3,1}/p_{4,1}-1} (y_{2,1}) - \frac{1}{k_{4,1}} (y_{1,1})^{1/p_{4,1}} + \frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \\ y_{2,2} \\ -\frac{k_{3,2}}{k_{4,2}} \frac{p_{3,2}}{p_{4,2}} (y_{1,2})^{p_{3,2}/p_{4,2}-1} (y_{2,2}) - \frac{1}{k_{4,2}} (y_{1,2})^{1/p_{4,2}} + \frac{q_{o,2}}{k_{4,2}} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

ここに、

$$\begin{cases} q_{o,1} = \left\{ A_1 (x_{1,1})^{1/p_2} + A_2 (x_{1,2})^{1/p_2} \right\} / (A_1 + A_2) \\ q_{o,2} = \left\{ A_4 (x_{1,4})^{1/p_2} \right\} / A_4 = (x_{1,4})^{1/p_2} \end{cases} \quad (6.8)$$

モデル定数の状態変量 X_3 及び雨量に関する状態変量 X_4 のシステム方程式は、式(4.6)及び式(4.7)より次式で表わされる。

$$\frac{dX_3}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f \\ f_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{17} \\ f_{18} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$$\frac{dX_4}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{19} \\ \vdots \\ f_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

式(4.9)に示される係数行列 $A(X^*)$ の要素は、式(6.11)～式(6.22)で表される。

$$A_{11} = \left[\begin{array}{cc|cc|cc} 0 & 1 & & & & \\ a_{21} & a_{22} & & & & \\ \hline & & 0 & 0 & & \\ 0 & & 0 & 1 & & \\ & & a_{43} & a_{44} & & \\ \hline 0 & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & 0 \\ \hline & & & & & 0 & 1 \\ 0 & & & & & a_{12\ 11} & a_{12\ 12} \end{array} \right] : (12 \times 12) \text{ 行列} \quad (6.11)$$

式(6.11)の行列の要素のうち、 $i=1$ の場合を次式に示す($i=1 \cdots 6$)。

$$\begin{cases} a_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial x_{1,1}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,1}} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2 - 2} (x_{2,1}^*) - \frac{1}{k_{12,i}} \frac{1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{1/p_2 - 1} \\ a_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial x_{2,1}} = \frac{\partial}{\partial x_{2,1}} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2 - 1} \end{cases} \quad (6.12)$$

$$A_{13} = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ a_{2\ 17} & a_{2\ 18} \\ \hline \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ \hline a_{12\ 17} & a_{12\ 18} \end{array} \right] : (12 \times 2) \text{ 行列} \quad (6.13)$$

式(6.13)の行列の要素のうち、 $i=1$ の場合を次式に示す($i=1 \cdots 6$)。

$$\begin{cases} a_{2\ 17} = \frac{\partial f_2}{\partial f} = \frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = \frac{r_1}{k_{12,1}} \\ a_{2\ 18} = \frac{\partial f_2}{\partial f_c} = \frac{\partial}{\partial f_c} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = \frac{1}{f_c} \left\{ \frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2 - 1} (x_{2,1}^*) + \frac{2}{k_{12,1}} (x_{1,1}^*)^{1/p_2} - \frac{2f_1}{k_{12,1}} \right\} \end{cases} \quad (6.14)$$

$$A_{14} = \left[\begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 0 \\ a_{2,19} & & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ & & a_{12,24} \end{array} \right] : (12 \times 6) \text{ 行列} \quad (6.15)$$

式(6.15)の行列の要素のうち、 $i=1$ の場合を次式に示す($i=1 \cdots 6$)。

$$a_{2,19} = \frac{\partial f_2}{\partial r_1} = \frac{\partial}{\partial r_1} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = \frac{f}{k_{12,1}} \quad (6.16)$$

$$A_{21} = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_{14,1} & 0 & \cdots & a_{14,11} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_{16,1} & 0 & \cdots & a_{16,11} & 0 \end{array} \right] : (4 \times 12) \text{ 行列} \quad (6.17)$$

式(6.17)の行列の要素は、式(6.8)を代入して求められる。

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{14,1} = \frac{\partial f_{14}}{\partial x_{1,1}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,1}} \left(\frac{dy_{2,1}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{1,1}} \left(\frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \right) = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \frac{1}{k_{4,1}} \frac{1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{1/p_2-1} \\ a_{14,3} = \frac{\partial f_{14}}{\partial x_{1,2}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,2}} \left(\frac{dy_{2,1}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{1,2}} \left(\frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \right) = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \frac{1}{k_{4,1}} \frac{1}{p_2} (x_{1,2}^*)^{1/p_2-1} \\ a_{14,5} = a_{14,7} = a_{14,9} = a_{14,11} = 0 \\ a_{16,7} = \frac{\partial f_{16}}{\partial x_{1,4}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,4}} \left(\frac{dy_{2,2}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{1,4}} \left(\frac{q_{o,2}}{k_{4,2}} \right) = \frac{1}{k_{4,2}} \frac{1}{p_2} (x_{1,4}^*)^{1/p_2-1} \\ a_{16,1} = a_{16,3} = a_{16,5} = a_{16,9} = a_{16,11} = 0 \end{array} \right. \quad (6.18)$$

$$A_{22} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{14,13} & a_{14,14} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{16,15} & a_{16,16} \end{array} \right] : (4 \times 4) \text{ 行列} \quad (6.19)$$

式(6.19)の行列の要素は、次式で表わされる。

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{14\ 13} = \frac{\partial f_{14}}{\partial y_{1,1}} = -\frac{k_{3,1}}{k_{4,1}} \frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} \left(\frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} - 1 \right) (y_{1,1}^*)^{p_{3,1}/p_{4,1}-2} (y_{2,1}^*) - \frac{1}{k_{4,1}} \frac{1}{p_{4,1}} (y_{1,1}^*)^{1/p_{4,1}-1} \\ a_{14\ 14} = \frac{\partial f_{14}}{\partial y_{2,1}} = -\frac{k_{3,1}}{k_{4,1}} \frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} (y_{1,1}^*)^{p_{3,1}/p_{4,1}-1} \\ a_{16\ 15} = \frac{\partial f_{16}}{\partial y_{1,2}} = -\frac{k_{3,2}}{k_{4,2}} \frac{p_{3,2}}{p_{4,2}} \left(\frac{p_{3,2}}{p_{4,2}} - 1 \right) (y_{1,2}^*)^{p_{3,2}/p_{4,2}-2} (y_{2,2}^*) - \frac{1}{k_{4,2}} \frac{1}{p_{4,2}} (y_{1,2}^*)^{1/p_{4,2}-1} \\ a_{16\ 16} = \frac{\partial f_{16}}{\partial y_{2,2}} = -\frac{k_{3,2}}{k_{4,2}} \frac{p_{3,2}}{p_{4,2}} (y_{1,2}^*)^{p_{3,2}/p_{4,2}-1} \end{array} \right. \quad (6.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_{44} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} : (2 \times 2) \text{ のゼロ行列} \\ : (6 \times 6) \text{ のゼロ行列} \end{array} \quad (6.21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0_{12} : (12 \times 4) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{23} : (4 \times 2) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{24} : (4 \times 6) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{31} : (2 \times 12) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{32} : (2 \times 4) \text{ のゼロ行列} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 0_{34} : (2 \times 6) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{41} : (6 \times 12) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{42} : (6 \times 4) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{43} : (6 \times 2) \text{ のゼロ行列} \end{array} \right. \quad (6.22)$$

湧別川・丸瀬布における流出高 q_{MARU} は、式(6.1)で表される。式(6.1)を再掲する。

$$q_{o,C} = q_{MARU} = \left\{ y_{1,1}^{1/p_{4,1}} A_A + x_{1,3}^{1/p_2} A_3 + y_{1,2}^{1/p_{4,2}} A_B + x_{1,5}^{1/p_2} A_5 + x_{1,6}^{1/p_2} A_6 \right\} / A_C \quad (6.1)$$

ここに、

$$A_A = A_1 + A_2, \quad A_B = A_4, \quad A_C = \sum_{i=1}^6 A_i$$

式(4.49)に示した線形観測方程式より、湧別川・丸瀬布における観測方程式の係数ベクトル H の要素は、式(6.23)～式(6.25)で表される。

$$q = h(X) = H(X^*)X + G(X^*) \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} H_1 &= [0 \quad \cdots \quad 0 \quad h_5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad h_9 \quad 0 \quad h_{11} \quad 0] \quad : (1 \times 12) \text{ 行列} \\ h_5 &= \frac{\partial h}{\partial x_{1,3}} = \frac{1}{p_2} x_{1,3}^{1/p_2-1} \frac{A_3}{A_C} \quad (\text{流域 3 の要素}) \\ h_9 &= \frac{\partial h}{\partial x_{1,5}} = \frac{1}{p_2} x_{1,5}^{1/p_2-1} \frac{A_5}{A_C} \quad (\text{流域 5 の要素}) \\ h_{11} &= \frac{\partial h}{\partial x_{1,6}} = \frac{1}{p_2} x_{1,6}^{1/p_2-1} \frac{A_6}{A_C} \quad (\text{流域 6 の要素}) \end{aligned} \quad (6.23)$$

$$H_2 = [h_{13} \quad 0 \quad h_{15} \quad 0] \quad : (1 \times 4) \text{ 行列}$$

$$h_{13} = \frac{\partial h}{\partial y_{1,1}} = \frac{1}{p_{4,1}} y_{1,1}^{1/p_{4,1}-1} \frac{A_A}{A_C} \quad (\text{河道 } A \text{ の要素}) \quad (6.24)$$

$$h_{15} = \frac{\partial h}{\partial y_{1,2}} = \frac{1}{p_{4,2}} y_{1,2}^{1/p_{4,2}-1} \frac{A_B}{A_C} \quad (\text{河道 } B \text{ の要素})$$

$$H_3 = [0 \quad 0] \quad : (1 \times 2) \text{ のゼロ行列}$$

$$H_4 = [0 \quad \cdots \quad 0] \quad : (1 \times 6) \text{ のゼロ行列} \quad (6.25)$$

6.3.2 損失項を含む貯留関数法(1段タンク型貯留関数モデル)への適用

前節と同様に、 $N=6$, $M=2$ として式(4.61)より湧別川・丸瀬布の状態変量をベクトル表示すると、式(6.26)で表される。なお、「6.3.1 有効雨量を用いた貯留関数法への適用」との差異は、モデル定数が2個から3個へ増加した点だけであり、モデル定数に関する式展開に留意すればよい。

$$\begin{cases} X_1 = [x_{1,1} \quad x_{2,1} \quad x_{1,2} \quad x_{2,2} \quad x_{1,3} \quad x_{2,3} \quad x_{1,4} \quad x_{2,4} \quad x_{1,5} \quad x_{2,5} \quad x_{1,6} \quad x_{2,6}]^T \\ X_2 = [y_{1,1} \quad y_{2,1} \quad y_{1,2} \quad y_{2,2}]^T \\ X_3 = [c_{11} \quad c_{12} \quad c_{13}]^T \\ X_4 = [r_1 \quad r_2 \quad r_3 \quad r_4 \quad r_5 \quad r_6]^T \end{cases} \quad (6.26)$$

流域モデルにおける状態変量 X_1 のシステム方程式は、式(4.62)より次式で表わされる。

$$\frac{dX_1}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \\ \vdots \\ x_{1,6} \\ x_{2,6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{11} \\ f_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2,1} \\ -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1})^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}) - \frac{c_{13}}{k_{12,1}} (x_{1,1})^{1/p_2} + \frac{r_1 + q_{b,1}}{k_{12,1}} \\ \vdots \\ x_{2,6} \\ -\frac{k_{11,6}}{k_{12,6}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,6})^{p_1/p_2-1} (x_{2,6}) - \frac{c_{13}}{k_{12,6}} (x_{1,6})^{1/p_2} + \frac{r_6 + q_{b,6}}{k_{12,6}} \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

河道モデルの状態変量 X_2 のシステム方程式は、式(4.63)より次式で表わされる。

$$\frac{dX_2}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{1,1} \\ y_{2,1} \\ y_{1,2} \\ y_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{13} \\ f_{14} \\ f_{15} \\ f_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{2,1} \\ -\frac{k_{3,1}}{k_{4,1}} \frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} (y_{1,1})^{p_{3,1}/p_{4,1}-1} (y_{2,1}) - \frac{1}{k_{4,1}} (y_{1,1})^{1/p_{4,1}} + \frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \\ y_{2,2} \\ -\frac{k_{3,2}}{k_{4,2}} \frac{p_{3,2}}{p_{4,2}} (y_{1,2})^{p_{3,2}/p_{4,2}-1} (y_{2,2}) - \frac{1}{k_{4,2}} (y_{1,2})^{1/p_{4,2}} + \frac{q_{o,2}}{k_{4,2}} \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

ここに、

$$\begin{cases} q_{o,1} = \{A_1(x_{1,1})^{1/p_2} + A_2(x_{1,2})^{1/p_2}\} / (A_1 + A_2) \\ q_{o,2} = \{A_4(x_{1,4})^{1/p_2}\} / A_4 = (x_{1,4})^{1/p_2} \end{cases} \quad (6.29)$$

モデル定数の状態変量 X_3 及び雨量に関する状態変量 X_4 のシステム方程式は、式(4.64)及び式(4.65)より次式で表わされる。

$$\frac{dX_3}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{17} \\ f_{18} \\ f_{19} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

$$\frac{dX_4}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{20} \\ \vdots \\ f_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

式(4.9)に示される係数行列 $A(X^*)$ の要素は、式(6.32)～式(6.39)で表される。

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & & \\ a_{21} & a_{22} & & & & \\ \hline & & 0 & 1 & & \\ 0 & & a_{43} & a_{44} & & \\ \hline & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & 0 \\ \hline & & & & & 0 & 1 \\ 0 & & & & & a_{12\ 11} & a_{12\ 12} \end{bmatrix} : (12 \times 12) \text{ 行列} \quad (6.32)$$

式(6.32)の行列の要素のうち、 $i=1$ の場合を次式に示す($i=1 \dots 6$)。

$$\begin{cases} a_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial x_{1,1}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,1}} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2 - 2} (x_{2,1}^*) - \frac{c_{13}}{k_{12,i}} \frac{1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{1/p_2 - 1} \\ a_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial x_{2,1}} = \frac{\partial}{\partial x_{2,1}} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2 - 1} \end{cases} \quad (6.33)$$

$$A_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a_{2\ 17} & a_{2\ 18} & a_{2\ 19} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{12\ 17} & a_{12\ 18} & a_{12\ 19} \end{bmatrix} : (12 \times 3) \text{ 行列} \quad (6.34)$$

式(6.34)の行列の要素のうち、 $i=1$ の場合を次式に示す($i=1 \dots 6$)。

$$\begin{cases} a_{2\ 17} = \frac{\partial f_2}{\partial c_{11}} = \frac{1}{c_{11}} \left\{ \frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}^*) + \frac{2c_{13}}{k_{12,1}} (x_{1,1}^*)^{1/p_2} - \frac{2}{k_{12,1}} (r_1 + q_{b,1}) \right\} \\ a_{2\ 18} = \frac{\partial f_2}{\partial c_{12}} = \frac{1}{c_{12}} \left\{ \frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}^*) + \frac{c_{13}}{k_{12,1}} (x_{1,1}^*)^{1/p_2} - \frac{1}{k_{12,1}} (r_1 + q_{b,1}) \right\} \\ a_{2\ 19} = \frac{\partial f_2}{\partial c_{13}} = -\frac{1}{k_{12,1}} (x_{1,1}^*)^{1/p_2} \end{cases} \quad (6.35)$$

$$A_{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a_{2\ 20} & & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ & & a_{12\ 25} \end{bmatrix} : (12 \times 6) \text{ 行列} \quad (6.36)$$

式(6.36)の行列の要素のうち、 $i=1$ の場合を次式に示す($i=1 \cdots 6$)。

$$a_{2\ 20} = \frac{\partial f_2}{\partial r_1} = \frac{\partial}{\partial r_1} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = \frac{1}{k_{12,1}} \quad (6.37)$$

河道に関する行列の要素は、「有効雨量を用いた貯留関数法」と同一である。式(6.17)～式(6.20)を参照されたい。

$$\begin{cases} A_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} : (3 \times 3) \text{ のゼロ行列} \\ A_{44} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} : (6 \times 6) \text{ のゼロ行列} \end{cases} \quad (6.38)$$

$$\begin{cases} 0_{12} : (12 \times 4) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{23} : (4 \times 3) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{24} : (4 \times 6) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{31} : (3 \times 12) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{32} : (3 \times 4) \text{ のゼロ行列} \end{cases} \quad \begin{cases} 0_{34} : (3 \times 6) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{41} : (6 \times 12) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{42} : (6 \times 4) \text{ のゼロ行列} \\ 0_{43} : (6 \times 3) \text{ のゼロ行列} \end{cases} \quad (6.39)$$

湧別川・丸瀬布における流出高 q_{MARU} は、式(6.1)で表される。また、湧別川・丸瀬布における観測方程式の係数ベクトル H の要素は、式(6.23)～式(6.25)で表される。ただし、式(6.25)中の H_3 は、 $H_3 = [0 \ 0 \ 0]$ となることに注意する。

6.3.3 地下水流出成分を含む貯留関数法(2段タンク型貯留関数モデル)への適用

前節と同様に、 $N=6$, $M=2$ として湧別川・丸瀬布の状態変量をベクトル表示すると、式(6.26)で表

される。図-6.5の流域河道ネットワークに示されるように、「地下水流出成分を含む貯留関数法」では流域の状態変量が1流域につき4個となる。

$$\begin{cases} X_1 = [x_{1,1} \ x_{2,1} \ x_{3,1} \ x_{4,1} \ \cdots \ x_{1,6} \ x_{2,6} \ x_{3,6} \ x_{4,6}]^T \\ X_2 = [y_{1,1} \ y_{2,1} \ y_{1,2} \ y_{2,2}]^T \\ X_3 = [c_{11} \ c_{12} \ c_{13}]^T \\ X_4 = [r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4 \ r_5 \ r_6]^T \end{cases} \quad (6.40)$$

流域モデルでの状態変量 X_1 のシステム方程式は、式(4.62)より次式で表わされる。

$$\frac{dX_1}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \\ x_{3,1} \\ x_{4,1} \\ \vdots \\ x_{1,6} \\ x_{2,6} \\ x_{3,6} \\ x_{4,6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ f_{21} \\ f_{22} \\ f_{23} \\ f_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2,1} \\ -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1})^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}) - \frac{c_{13}}{k_{12,1}} (x_{1,1})^{1/p_2} + \frac{r_1}{k_{12,1}} \\ x_{4,1} \\ -\frac{c_0}{c_{13}-1} (x_{3,1}) - c_1 (x_{4,1}) + c_0 (x_{1,1})^{1/p_2} \\ \vdots \\ x_{2,6} \\ -\frac{k_{11,6}}{k_{12,6}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,6})^{p_1/p_2-1} (x_{2,6}) - \frac{c_{13}}{k_{12,6}} (x_{1,6})^{1/p_2} + \frac{r_6}{k_{12,6}} \\ x_{4,6} \\ -\frac{c_0}{c_{13}-1} (x_{3,6}) - c_1 (x_{4,6}) + c_0 (x_{1,6})^{1/p_2} \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

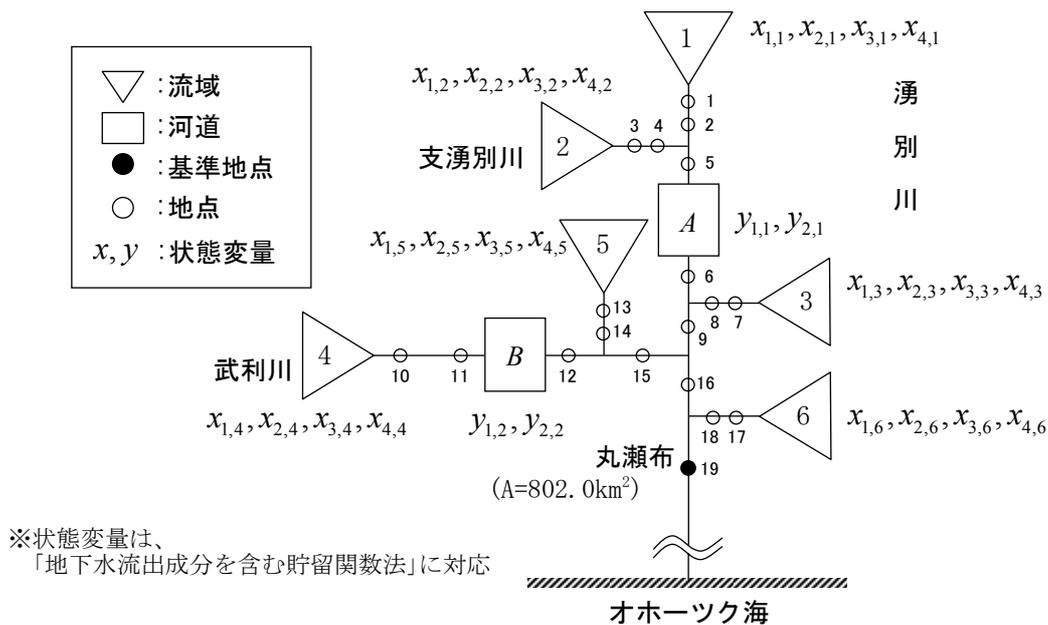


図-6.5 流域・河道ネットワーク (湧別川・丸瀬布)

河道モデルの状態変量 X_2 のシステム方程式は、式(4.70)より関数 f の添え字が異なる以外は、式(6.7)及び式(6.28)と同一である。

$$\frac{dX_2}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{1,1} \\ y_{2,1} \\ y_{1,2} \\ y_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{25} \\ f_{26} \\ f_{27} \\ f_{28} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{2,1} \\ -\frac{k_{3,1}}{k_{4,1}} \frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} (y_{1,1})^{p_{3,1}/p_{4,1}-1} (y_{2,1}) - \frac{1}{k_{4,1}} (y_{1,1})^{1/p_{4,1}} + \frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \\ y_{2,2} \\ -\frac{k_{3,2}}{k_{4,2}} \frac{p_{3,2}}{p_{4,2}} (y_{1,2})^{p_{3,2}/p_{4,2}-1} (y_{2,2}) - \frac{1}{k_{4,2}} (y_{1,2})^{1/p_{4,2}} + \frac{q_{o,2}}{k_{4,2}} \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

ただし、「地下水流出成分を含む貯留関数法」における河道上流端流入量 $q_{o,i}$ には 2 段目タンクからの流出量を表わす状態変量 $x_{3,i}$ の項が加わることに注意する。

$$\begin{cases} q_{o,1} = \left[A_1 \left\{ (x_{1,1})^{1/p_2} + x_{3,1} \right\} + A_2 \left\{ (x_{1,2})^{1/p_2} + x_{3,2} \right\} \right] / (A_1 + A_2) \\ q_{o,2} = A_4 \left\{ (x_{1,4})^{1/p_2} + x_{3,4} \right\} / A_4 = (x_{1,4})^{1/p_2} + x_{3,4} \end{cases} \quad (6.43)$$

モデル定数の状態変量 X_3 及び雨量に関する状態変量 X_4 のシステム方程式は、式(4.71)及び式(4.72)より次式で表わされる。なお、モデル定数は分割流域で同一の値をとり、分割流域数に依存することなく、常に 3 個である。

$$\frac{dX_3}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{29} \\ f_{30} \\ f_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

$$\frac{dX_4}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{32} \\ \vdots \\ f_{37} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.45)$$

式(4.9)に示される係数行列 $A(X^*)$ の要素は、式(6.46)～式(6.57)で表される。

$$A_{11} = \left[\begin{array}{cccc|ccc|cccc} 0 & 1 & 0 & 0 & & & & & & & & \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & & & & & & & \\ a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} & & & & & & & & \\ \hline & 0 & & & \ddots & & & & & & & \\ \hline & & & & & & 0 & 1 & 0 & 0 & & \\ & & & & & & a_{22\ 21} & a_{22\ 22} & 0 & 0 & & \\ & 0 & & & & & 0 & 0 & 0 & 1 & & \\ & & & & & & a_{24\ 21} & 0 & a_{24\ 23} & a_{24\ 24} & & \end{array} \right] : (24 \times 24) \text{ 行列} \quad (6.46)$$

式(6.46)の行列の要素のうち、 $i=1$ の場合を次式に示す($i=1\cdots 6$)。

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial x_{1,1}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,1}} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2-2} (x_{2,1}^*) - \frac{c_{13}}{k_{12,i}} \frac{1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{1/p_2-1} \\ a_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial x_{2,1}} = \frac{\partial}{\partial x_{2,1}} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = -\frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2-1} \\ a_{41} = \frac{\partial f_4}{\partial x_{1,1}} = c_0 \frac{1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{1/p_2-1} \\ a_{43} = \frac{\partial f_4}{\partial x_{3,1}} = -\frac{c_0}{c_{13}-1} \\ a_{44} = \frac{\partial f_4}{\partial x_{4,1}} = -c_1 \end{array} \right. \quad (6.47)$$

$$A_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a_{2\ 29} & a_{2\ 30} & a_{2\ 31} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{4\ 31} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{22\ 29} & a_{22\ 30} & a_{22\ 31} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{24\ 31} \end{bmatrix} : (24 \times 3) \text{ 行列} \quad (6.48)$$

式(6.48)の行列要素のうち、 $i=1$ の場合を次式に示す($i=1\cdots 6$)。

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{2\ 29} = \frac{\partial f_2}{\partial c_{11}} = \frac{1}{c_{11}} \left\{ \frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}^*) + \frac{2c_{13}}{k_{12,1}} (x_{1,1}^*)^{1/p_2} - \frac{2}{k_{12,1}} (r_1 + q_{b,1}) \right\} \\ a_{2\ 30} = \frac{\partial f_2}{\partial c_{12}} = \frac{1}{c_{12}} \left\{ \frac{k_{11,1}}{k_{12,1}} \frac{p_1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{p_1/p_2-1} (x_{2,1}^*) + \frac{c_{13}}{k_{12,1}} (x_{1,1}^*)^{1/p_2} - \frac{1}{k_{12,1}} (r_1 + q_{b,1}) \right\} \\ a_{2\ 31} = \frac{\partial f_2}{\partial c_{13}} = -\frac{1}{k_{12,1}} (x_{1,1}^*)^{1/p_2} \\ a_{4\ 31} = \frac{\partial f_4}{\partial c_{13}} = \frac{c_0}{(c_{13}-1)^2} (x_{3,1}^*) \end{array} \right. \quad (6.49)$$

$$A_{14} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & & & & & \\ a_{2\ 32} & & & & & \\ 0 & & 0 & & 0 & \\ 0 & & & & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & \\ \hline & & & & & 0 \\ 0 & & 0 & & a_{22\ 37} & \\ & & & & & 0 \\ & & & & & 0 \end{array} \right] : (24 \times 6) \text{ 行列} \quad (6.50)$$

式(6.50)の行列の要素のうち、 $i=1$ の場合を次式に示す($i=1 \cdots 6$)。

$$a_{2\ 32} = \frac{\partial f_2}{\partial r_1} = \frac{\partial}{\partial r_1} \left(\frac{dx_{2,1}}{dt} \right) = \frac{1}{k_{12,1}} \quad (6.51)$$

$$A_{21} = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{26\ 1} & 0 & a_{26\ 3} & 0 & \cdots & a_{26\ 21} & 0 & a_{26\ 23} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{28\ 1} & 0 & a_{28\ 3} & 0 & \cdots & a_{28\ 21} & 0 & a_{28\ 23} & 0 \end{array} \right] : (4 \times 24) \text{ 行列} \quad (6.52)$$

式(6.52)の行列要素は、式(6.43)の関係式から、次式で与えられる。

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{26\ 1} = \frac{\partial f_{26}}{\partial x_{1,1}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,1}} \left(\frac{dy_{2,1}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{1,1}} \left(\frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \right) = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \frac{1}{k_{4,1}} \frac{1}{p_2} (x_{1,1}^*)^{1/p_2 - 1} \\ a_{26\ 5} = \frac{\partial f_{26}}{\partial x_{1,2}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,2}} \left(\frac{dy_{2,1}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{1,2}} \left(\frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \right) = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \frac{1}{k_{4,1}} \frac{1}{p_2} (x_{1,2}^*)^{1/p_2 - 1} \\ a_{26\ 9} = a_{26\ 13} = a_{26\ 17} = a_{26\ 21} = 0 \\ a_{28\ 13} = \frac{\partial f_{28}}{\partial x_{1,4}} = \frac{\partial}{\partial x_{1,4}} \left(\frac{dy_{2,2}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{1,4}} \left(\frac{q_{o,2}}{k_{4,2}} \right) = \frac{1}{k_{4,2}} \frac{1}{p_2} (x_{1,4}^*)^{1/p_2 - 1} \\ a_{28\ 1} = a_{28\ 5} = a_{28\ 9} = a_{28\ 17} = a_{28\ 21} = 0 \\ a_{26\ 3} = \frac{\partial f_{26}}{\partial x_{3,1}} = \frac{\partial}{\partial x_{3,1}} \left(\frac{dy_{2,1}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{3,1}} \left(\frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \right) = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \frac{1}{k_{4,1}} \\ a_{26\ 7} = \frac{\partial f_{26}}{\partial x_{3,2}} = \frac{\partial}{\partial x_{3,2}} \left(\frac{dy_{2,1}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{3,2}} \left(\frac{q_{o,1}}{k_{4,1}} \right) = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \frac{1}{k_{4,1}} \\ a_{26\ 11} = a_{26\ 15} = a_{26\ 19} = a_{26\ 23} = 0 \\ a_{28\ 15} = \frac{\partial f_{28}}{\partial x_{3,4}} = \frac{\partial}{\partial x_{3,4}} \left(\frac{dy_{2,2}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{3,4}} \left(\frac{q_{o,2}}{k_{4,2}} \right) = \frac{1}{k_{4,2}} \\ a_{28\ 3} = a_{28\ 7} = a_{28\ 11} = a_{28\ 19} = a_{28\ 23} = 0 \end{array} \right. \quad (6.53)$$

$$A_{22} = \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{26\ 25} & a_{26\ 26} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{28\ 27} & a_{28\ 28} \end{array} \right] : (4 \times 4) \text{ 行列} \quad (6.54)$$

式(6.54)の行列の要素は、次式で表わされる。

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{26\ 25} = \frac{\partial f_{26}}{\partial y_{1,1}} = -\frac{k_{3,1}}{k_{4,1}} \frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} \left(\frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} - 1 \right) (y_{1,1}^*)^{p_{3,1}/p_{4,1}-2} (y_{2,1}^*) - \frac{1}{k_{4,1}} \frac{1}{p_{4,1}} (y_{1,1}^*)^{1/p_{4,1}-1} \\ a_{26\ 26} = \frac{\partial f_{26}}{\partial y_{2,1}} = -\frac{k_{3,1}}{k_{4,1}} \frac{p_{3,1}}{p_{4,1}} (y_{1,1}^*)^{p_{3,1}/p_{4,1}-1} \\ a_{28\ 27} = \frac{\partial f_{28}}{\partial y_{1,2}} = -\frac{k_{3,2}}{k_{4,2}} \frac{p_{3,2}}{p_{4,2}} \left(\frac{p_{3,2}}{p_{4,2}} - 1 \right) (y_{1,2}^*)^{p_{3,2}/p_{4,2}-2} (y_{2,2}^*) - \frac{1}{k_{4,2}} \frac{1}{p_{4,2}} (y_{1,2}^*)^{1/p_{4,2}-1} \\ a_{28\ 28} = \frac{\partial f_{28}}{\partial y_{2,2}} = -\frac{k_{3,2}}{k_{4,2}} \frac{p_{3,2}}{p_{4,2}} (y_{1,2}^*)^{p_{3,2}/p_{4,2}-1} \end{array} \right. \quad (6.55)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} : (3 \times 3) \text{ のゼロ行列} \\ A_{44} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} : (6 \times 6) \text{ のゼロ行列} \end{array} \right. \quad (6.56)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{0}_{12} : (24 \times 4) \text{ のゼロ行列} \\ \mathbf{0}_{23} : (4 \times 3) \text{ のゼロ行列} \\ \mathbf{0}_{24} : (4 \times 6) \text{ のゼロ行列} \\ \mathbf{0}_{31} : (3 \times 24) \text{ のゼロ行列} \\ \mathbf{0}_{32} : (3 \times 4) \text{ のゼロ行列} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{0}_{34} : (3 \times 6) \text{ のゼロ行列} \\ \mathbf{0}_{41} : (6 \times 24) \text{ のゼロ行列} \\ \mathbf{0}_{42} : (6 \times 4) \text{ のゼロ行列} \\ \mathbf{0}_{43} : (6 \times 3) \text{ のゼロ行列} \end{array} \right. \quad (6.57)$$

湧別川・丸瀬布における流出高 q_{MARU} は、式(6.58)で表される。

$$q_{o,C} = q_{MARU} = \left\{ \left(y_{1,1}^{1/p_{4,1}} A_A \right) + \left(x_{1,3}^{1/p_2} + x_{3,3} \right) A_3 + \left(y_{1,2}^{1/p_{4,2}} A_B \right) + \left(x_{1,5}^{1/p_2} + x_{3,5} \right) A_5 + \left(x_{1,6}^{1/p_2} + x_{3,6} \right) A_6 \right\} / A_C \quad (6.58)$$

ここに、

$$A_A = A_1 + A_2, \quad A_B = A_4, \quad A_C = \sum_{i=1}^6 A_i$$

流域モデルの貯留指数は、式(6.59)より $p_2 = 0.4648$ に固定されている。一方、河道追跡における貯留関数モデル定数の推定法は「3. 河道における洪水追跡モデルの概要」にて詳述してきた。無次元領域で貯留係数 K_3 と K_4 及び p_3 と p_4 の指数は、 $T_a/T_r = 0.5$ と河道定数 m を用いて、表-3.6 に示される近似

式から算定される。

式(4.49)に示した線形観測方程式より、湧別川・丸瀬布における観測方程式の係数ベクトル H の要素は、式(6.60)～式(6.62)で与えられる。

$$q = h(X) = H(X^*)X + G(X^*) \quad (4.49)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & h_9 & 0 & h_{11} & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & h_{17} & 0 & h_{19} & 0 & h_{21} & 0 & h_{23} & 0 \end{bmatrix} : (1 \times 24) \text{ 行列}$$

$$\begin{aligned} h_9 &= \frac{\partial h}{\partial x_{1,3}} = \frac{1}{p_2} x_{1,3}^{1/p_2-1} \frac{A_3}{A_C}, & h_{11} &= \frac{\partial h}{\partial x_{3,3}} = \frac{A_3}{A_C} & (\text{流域 3 の要素}) \\ h_{17} &= \frac{\partial h}{\partial x_{1,5}} = \frac{1}{p_2} x_{1,5}^{1/p_2-1} \frac{A_5}{A_C}, & h_{19} &= \frac{\partial h}{\partial x_{3,5}} = \frac{A_5}{A_C} & (\text{流域 5 の要素}) \\ h_{21} &= \frac{\partial h}{\partial x_{1,6}} = \frac{1}{p_2} x_{1,6}^{1/p_2-1} \frac{A_6}{A_C}, & h_{23} &= \frac{\partial h}{\partial x_{3,6}} = \frac{A_6}{A_C} & (\text{流域 6 の要素}) \end{aligned} \quad (6.60)$$

$$H_2 = [h_{25} \quad 0 \quad h_{27} \quad 0] : (1 \times 4) \text{ 行列}$$

$$h_{25} = \frac{\partial h}{\partial y_{1,1}} = \frac{1}{p_{4,1}} y_{1,1}^{1/p_{4,1}-1} \frac{A_A}{A_C} \quad (\text{河道 } A \text{ の要素}) \quad (6.61)$$

$$h_{27} = \frac{\partial h}{\partial y_{1,2}} = \frac{1}{p_{4,2}} y_{1,2}^{1/p_{4,2}-1} \frac{A_B}{A_C} \quad (\text{河道 } B \text{ の要素})$$

$$H_3 = [0 \quad 0 \quad 0] : (1 \times 3) \text{ のゼロ行列}$$

$$H_4 = [0 \quad \cdots \quad 0] : (1 \times 6) \text{ のゼロ行列} \quad (6.62)$$

参考文献

- 1) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：対話式洪水流出計算マニュアル(第1版), 89p., 2004.
- 2) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：対話式洪水流出計算マニュアル(第2版), 119p., 2005.
- 3) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：対話式洪水予測計算マニュアル, 115p., 2006.

7. 実流域における洪水予測計算

第6章まで展開してきた実時間洪水予測計算手法を実流域の既往洪水に適用した計算例を示す。

対象流域は、**図-6.4**と**図-7.1**に示される北海道内の一級河川水系湧別川における丸瀬布及び開盛地点であり、以下の3ケースについて3時間先までの流量・水位の予測計算を行う。

- 1) 丸瀬布地点における3種の貯留関数法による洪水予測計算
- 2) 丸瀬布地点の流出量を上流端流入量とした場合の開盛地点における3種の貯留関数法による洪水予測計算

上記2)の流域・河道ネットワークは**図-7.1**に示される。したがって、流域数8、河道数5、上流端流入数1となる。

河道での貯留関数モデル定数の係数(無次元量)と指数 $K_{3,j}$, $K_{4,j}$, $p_{3,j}$, $p_{4,j}$ は、**表-7.1**に示す河道定数 m を用いて、**表-3.6**の近似式を用いて算出される式により算出される。

対象洪水は平成13年9月洪水とし、**表-7.2**に丸瀬布及び開盛地点における実績の水位及び分割流域の雨量データを示した。

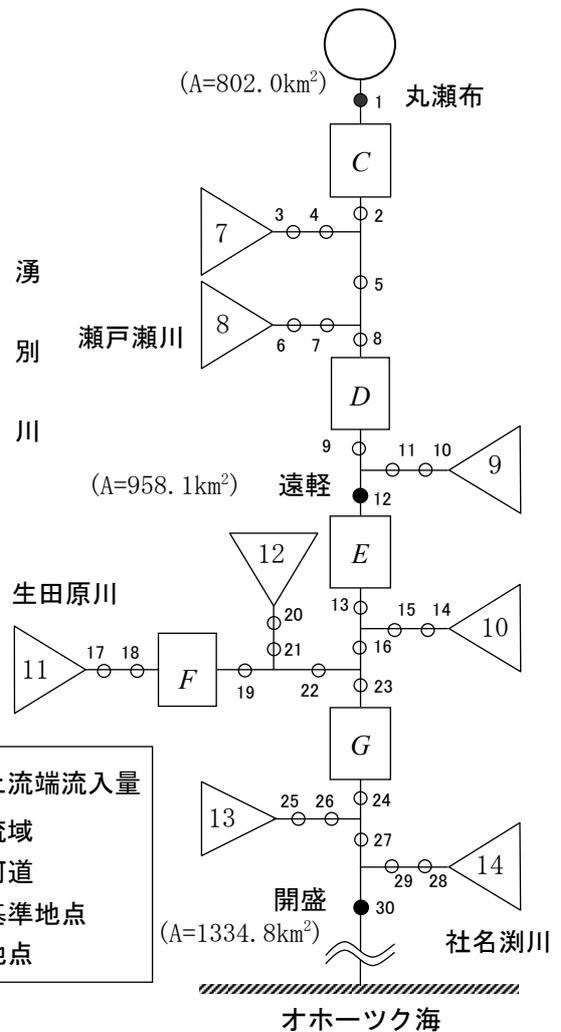


図-7.1 流域・河道ネットワーク
(湧別川・開盛；丸瀬布地点の流出量を上流端の境界条件とする場合)

表-7.1 湧別川流域・河道諸元

湧別川・開盛 (14 流域 7 河道)				湧別川・丸瀬布 (6 流域 2 河道)				
流域面積 (km ²)	1	130.17	5	44.18	9	37.20	13	13.76
	2	143.80	6	120.60	10	10.44	14	72.10
	3	82.94	7	71.50	11	169.59		
	4	280.31	8	47.40	12	110.81		
	計	1334.80						
河道諸元	河道	L (m)	α	m	K_3	K_4	p_3	p_4
	A	20,500	1.3834	0.6765	0.9097	0.5953	0.8006	0.3003
	B	7,300	1.5532	0.6642	0.9099	0.5926	0.7936	0.2864
	C	10,400	1.6246	0.7030	0.9099	0.6001	0.8140	0.3313
	D	10,000	1.7880	0.7457	0.9120	0.6053	0.8299	0.3839
	E	2,700	2.5811	0.7057	0.9099	0.6005	0.8152	0.3345
	F	18,200	0.6202	0.8894	0.9403	0.5981	0.8269	0.5854
G	3,800	1.5965	0.8186	0.9219	0.6063	0.8398	0.4814	

表-7.2(1) 湧別川実績洪水資料
 [平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

流域面積(km ²)				802.00		1334.80		130.17	143.80	82.94	280.31	44.18
NO.	月	日	時	丸瀬布 実績水位	丸瀬布 流域平均 雨量	開盛 実績水位	開盛 流域平均 雨量	分割流域雨量(mm/h)				
				E.L.m	mm/h	E.L.m	mm/h	1-流域	2-流域	3-流域	4-流域	5-流域
1	9	10	10	174.00	0.00	50.93	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2			11	174.00	0.00	50.93	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3			12	174.00	0.00	50.92	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4			13	173.99	0.10	50.92	0.07	0.00	0.00	0.30	0.00	0.60
5			14	173.99	0.34	50.92	0.38	0.00	0.00	0.18	0.50	0.47
6			15	174.00	0.00	50.92	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7			16	174.00	0.65	50.92	0.94	0.56	0.14	1.00	0.66	1.00
8			17	174.01	4.07	50.92	4.57	4.00	4.00	4.05	4.00	4.07
9			18	174.02	3.45	50.94	3.12	4.56	4.14	3.97	2.64	2.26
10			19	174.05	4.05	50.96	2.78	5.44	5.86	3.67	3.32	1.66
11			20	174.10	2.12	50.98	1.99	2.56	2.14	2.23	2.15	1.34
12			21	174.20	3.05	51.01	2.40	3.44	3.86	2.63	2.83	2.07
13			22	174.26	3.09	51.06	2.60	3.56	3.14	3.51	2.65	2.66
14			23	174.70	8.10	51.11	6.91	8.00	8.00	8.30	8.00	8.60
15			24	175.01	7.51	51.18	7.20	7.44	7.86	7.26	7.85	7.80
16	9	11	1	175.39	6.38	51.33	5.66	7.12	6.28	7.18	5.30	5.53
17			2	175.80	6.20	51.40	5.30	7.12	6.28	7.26	5.31	5.85
18			3	176.20	4.50	51.52	4.38	4.00	4.00	4.43	5.01	5.27
19			4	176.40	5.09	51.73	4.59	5.56	5.14	5.51	4.65	4.66
20			5	176.56	5.77	51.96	5.57	6.00	6.00	5.59	6.00	5.27
21			6	176.66	5.18	52.25	5.05	5.44	5.86	4.65	5.34	4.34
22			7	176.73	5.38	52.41	5.68	5.56	5.14	5.88	5.16	5.60
23			8	176.83	5.90	52.52	6.08	6.00	6.00	5.70	6.00	5.41
24			9	177.00	4.86	52.64	5.07	5.00	5.00	4.89	5.00	4.86
25			10	177.18	3.43	52.78	3.88	3.00	3.00	3.47	3.51	4.07
26			11	177.39	4.00	52.89	4.28	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00
27			12	177.52	4.82	53.03	4.98	4.56	4.14	5.35	4.66	5.66
28			13	177.59	6.89	53.19	7.00	6.88	7.72	6.07	7.18	6.34
29			14	177.70	6.55	53.34	6.69	6.44	6.86	6.07	6.84	6.34
30			15	177.83	6.39	53.46	7.00	6.00	6.00	6.66	6.51	7.53
31			16	178.02	1.36	53.58	1.74	1.00	1.00	1.42	1.51	2.00
32			17	178.24	1.10	53.76	1.48	1.00	1.00	1.30	1.00	1.59
33			18	178.29	1.27	53.86	1.42	1.00	1.00	1.12	1.50	1.40
34			19	178.35	2.16	53.92	2.31	2.00	2.00	2.35	2.00	2.66
35			20	178.28	2.43	54.01	2.86	2.00	2.00	2.47	2.51	3.07
36			21	178.21	3.00	54.01	3.15	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00
37			22	178.13	1.36	54.00	2.07	1.00	1.00	1.42	1.51	2.00
38			23	177.99	2.70	53.94	2.78	3.00	3.00	2.63	2.49	2.07
39			24	177.87	1.95	53.88	2.32	1.56	1.14	2.37	2.16	2.93
40	9	12	1	177.78	1.00	53.87	1.30	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
41			2	177.65	1.16	53.86	1.47	1.00	1.00	1.35	1.00	1.66
42			3	177.60	0.65	53.76	1.07	0.56	0.14	1.00	0.66	1.00
43			4	177.51	0.36	53.71	0.74	0.00	0.00	0.42	0.51	1.00
44			5	177.39	1.10	53.67	1.07	1.00	1.00	1.30	1.00	1.59
45			6	177.33	0.65	53.60	1.05	0.56	0.14	1.00	0.66	1.00
46			7	177.27	1.19	53.56	1.98	1.44	1.86	1.49	2.35	2.34
47			8	177.19	1.55	53.49	1.97	1.56	1.14	2.23	1.16	2.26
48			9	177.12	0.95	53.48	1.57	0.56	0.14	1.37	1.16	1.93
49			10	177.04	1.16	53.44	1.59	1.00	1.00	1.35	1.00	1.66
50			11	177.00	1.36	53.43	1.34	1.00	1.00	1.42	1.51	2.00
51			12	176.98	0.68	53.42	0.88	0.56	0.14	1.24	0.66	1.53
52			13	176.94	1.00	53.38	1.13	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
53			14	176.92	0.71	53.34	0.95	0.44	0.86	0.42	0.85	1.00
54			15	176.86	0.65	53.33	0.92	0.56	0.14	1.00	0.66	1.00
55			16	176.77	0.16	53.29	0.47	0.00	0.00	0.35	0.00	0.66

表-7.2(2) 湧別川実績洪水資料
[平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

流域面積(km ²)				802.00		1334.80		130.17	143.80	82.94	280.31	44.18
NO.	月	日	時	丸瀬布 実績水位	丸瀬布 流域平均 雨量	開盛 実績水位	開盛 流域平均 雨量	分割流域雨量(mm/h)				
				E.L.m	mm/h	E.L.m	mm/h	1-流域	2-流域	3-流域	4-流域	5-流域
56	9	12	17	176.74	0.00	53.25	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
57			18	176.65	0.71	53.21	0.83	0.44	0.86	0.42	0.85	1.00
58			19	176.67	0.00	53.18	0.28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
59			20	176.64	0.20	53.14	0.15	0.00	0.00	0.07	0.50	0.34
60			21	176.60	0.00	53.08	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
61			22	176.52	0.10	53.05	0.20	0.00	0.00	0.30	0.00	0.60
62			23	176.56	0.07	53.00	0.11	0.00	0.00	0.05	0.00	0.07
63			24	176.41	0.00	52.97	0.28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
64	9	13	1	176.36	0.00	52.93	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
65			2	176.35	0.00	52.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
66			3	176.27	0.00	52.85	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
67			4	176.21	0.00	52.82	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
68			5	176.24	0.00	52.79	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
69			6	176.17	0.00	52.78	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
70			7	176.19	0.00	52.75	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
71			8	176.21	0.00	52.73	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
72			9	176.15	0.00	52.69	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
73			10	176.17	0.00	52.67	0.07	0.00	0.00	0.30	0.00	0.60
74			11	176.15	0.00	52.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
75			12	176.12	0.00	52.61	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
76			13	176.11	0.00	52.57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
77			14	176.04	0.00	52.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
78			15	176.03	0.00	52.52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
79			16	175.99	0.00	52.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
80			17	175.93	0.00	52.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
81			18	175.92	0.00	52.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
82			19	175.94	0.00	52.43	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
83			20	175.88	0.00	52.41	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
84			21	175.83	0.00	52.37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
85			22	175.87	0.00	52.36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
86			23	175.84	0.00	52.34	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
87			24	175.79	0.00	52.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
88	9	14	1	175.85	0.00	52.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
89			2	175.77	0.00	52.28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
90			3	175.76	0.00	52.27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
91			4	175.77	0.00	52.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
92			5	175.70	0.00	52.23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
93			6	175.66	0.00	52.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
94			7	175.67	0.00	52.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
95			8	175.63	0.00	52.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
96			9	175.62	0.00	52.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
97			10	175.58	0.00	52.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
98			11	175.50	0.00	52.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
99			12	175.54	0.00	52.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
100			13	175.50	0.00	52.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
101			14	175.47	0.00	52.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
102			15	175.44	0.00	52.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
103			16	175.42	0.00	52.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
104			17	175.42	0.00	52.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
105			18	175.41	0.00	52.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
106			19	175.38	0.00	52.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
107			20	175.37	0.00	52.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
108			21	175.35	0.00	52.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
109			22	175.33	0.00	52.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
110			23	175.30	0.00	52.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

表-7.2(3) 湧別川実績洪水資料
 [平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

流域面積(km ²)				120.60	71.50	47.40	37.20	10.44	169.59	110.81	13.76	72.10
NO.	月	日	時	分割流域雨量(mm/h)								
				6-流域	7-流域	8-流域	9-流域	10-流域	11-流域	12-流域	13-流域	14-流域
1	9	10	10	0.00	0.01	0.10	0.94	1.00	0.00	0.53	1.00	0.71
2			11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3			12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4			13	0.21	0.00	0.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5			14	0.79	1.98	0.50	0.12	0.00	0.17	0.00	0.00	0.59
6			15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7			16	1.00	1.00	1.13	1.00	1.00	1.83	1.47	1.00	1.00
8			17	4.39	4.99	4.53	4.06	4.00	6.50	5.41	4.00	4.29
9			18	3.40	2.02	2.42	3.88	4.00	1.83	3.06	4.00	3.41
10			19	3.19	1.99	1.44	1.06	1.00	0.17	0.53	1.00	1.29
11			20	1.80	1.01	1.43	1.94	2.00	2.00	2.00	2.00	1.71
12			21	2.79	2.99	1.89	2.06	2.00	0.34	1.06	2.00	2.29
13			22	3.40	2.99	2.44	2.06	2.00	1.17	1.53	2.00	2.29
14			23	8.21	7.99	7.45	6.12	6.00	3.01	4.12	6.00	6.59
15			24	6.42	5.02	7.32	6.88	7.00	7.17	7.00	7.00	6.41
16	9	11	1	7.98	8.97	5.43	5.24	5.00	2.34	3.59	5.00	6.18
17			2	6.61	5.00	5.27	4.06	4.00	3.17	3.53	4.00	4.29
18			3	4.21	4.00	4.82	4.00	4.00	4.34	4.00	4.00	4.00
19			4	5.40	4.99	4.44	4.06	4.00	3.17	3.53	4.00	4.29
20			5	5.00	4.01	5.18	4.94	5.00	6.00	5.47	5.00	4.71
21			6	4.40	4.00	4.46	4.00	4.00	5.83	4.94	4.00	4.00
22			7	5.61	5.01	5.78	5.94	6.00	6.66	6.47	6.00	5.71
23			8	5.79	6.00	5.71	6.00	6.00	6.83	6.47	6.00	6.00
24			9	4.21	3.02	4.96	4.88	5.00	6.66	5.94	5.00	4.41
25			10	4.00	4.99	4.28	4.06	4.00	4.83	4.47	4.00	4.29
26			11	4.00	4.01	4.23	4.94	5.00	4.83	5.00	5.00	4.71
27			12	5.60	5.99	5.57	5.06	5.00	5.00	5.00	5.00	5.29
28			13	6.00	6.01	6.56	6.94	7.00	7.83	7.47	7.00	6.71
29			14	6.00	5.99	6.49	5.06	5.00	8.66	6.88	5.00	5.29
30			15	6.42	6.02	7.63	7.88	8.00	8.66	8.47	8.00	7.41
31			16	1.60	2.01	2.10	2.94	3.00	2.00	2.53	3.00	2.71
32			17	1.21	1.02	1.75	2.88	3.00	1.83	2.53	3.00	2.41
33			18	1.39	1.99	1.48	1.06	1.00	2.00	1.47	1.00	1.29
34			19	2.60	3.00	2.67	3.00	3.00	2.00	2.53	3.00	3.00
35			20	3.00	4.00	3.25	4.00	4.00	3.00	3.53	4.00	4.00
36			21	3.00	3.00	3.13	3.00	3.00	3.83	3.47	3.00	3.00
37			22	1.60	2.00	2.38	2.00	2.00	4.50	3.41	2.00	2.00
38			23	2.79	3.00	2.38	3.00	3.00	2.83	3.00	3.00	3.00
39			24	2.21	2.00	2.88	2.00	2.00	3.83	2.94	2.00	2.00
40	9	12	1	1.00	1.00	1.26	1.00	1.00	2.66	1.94	1.00	1.00
41			2	1.60	2.00	1.80	2.00	2.00	1.83	2.00	2.00	2.00
42			3	1.00	1.01	1.23	1.94	2.00	1.83	2.00	2.00	1.71
43			4	0.60	1.01	1.10	1.94	2.00	1.00	1.53	2.00	1.71
44			5	1.21	1.00	1.42	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
45			6	1.00	1.01	1.20	2.88	3.00	1.00	2.06	3.00	2.41
46			7	1.60	2.00	2.20	2.00	2.00	2.17	2.00	2.00	2.00
47			8	2.21	2.02	2.42	3.88	4.00	1.83	3.06	4.00	3.41
48			9	1.21	1.02	2.08	2.88	3.00	2.83	3.00	3.00	2.41
49			10	1.60	2.01	1.90	2.94	3.00	1.83	2.53	3.00	2.71
50			11	1.60	1.99	1.77	1.06	1.00	1.17	1.00	1.00	1.29
51			12	0.81	0.02	1.37	1.88	2.00	1.00	1.53	2.00	1.41
52			13	1.00	1.01	1.10	1.94	2.00	1.00	1.53	2.00	1.71
53			14	0.60	1.01	1.10	1.94	2.00	1.00	1.53	2.00	1.71
54			15	1.00	1.01	1.10	1.94	2.00	1.00	1.53	2.00	1.71
55			16	0.60	1.00	0.80	1.00	1.00	0.83	1.00	1.00	1.00

表-7.2(4) 湧別川実績洪水資料
[平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

流域面積(km ²)				120.60	71.50	47.40	37.20	10.44	169.59	110.81	13.76	72.10	
NO.	月	日	時	分割流域雨量(mm/h)									
				6-流域	7-流域	8-流域	9-流域	10-流域	11-流域	12-流域	13-流域	14-流域	
56	9	12	17	0.00	0.01	0.10	0.94	1.00	0.00	0.53	1.00	0.71	
57			18	0.60	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
58			19	0.00	0.01	0.23	0.94	1.00	0.83	1.00	1.00	0.71	
59			20	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.17	0.00	0.00	0.00	
60			21	0.00	0.01	0.10	0.94	1.00	0.00	0.53	1.00	0.71	
61			22	0.21	0.01	0.52	0.94	1.00	0.00	0.53	1.00	0.71	
62			23	0.39	0.99	0.15	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	
63			24	0.00	0.01	0.23	0.94	1.00	0.83	1.00	1.00	0.71	
64	9	13	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
65			2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
66			3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
67			4	0.00	0.01	0.10	0.94	1.00	0.00	0.53	1.00	0.71	
68			5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
69			6	0.00	0.01	0.10	0.94	1.00	0.00	0.53	1.00	0.71	
70			7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
71			8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
72			9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
73			10	0.21	0.00	0.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
74			11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
75			12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
76			13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
77			14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
78			15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
79			16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
80			17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
81			18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
82			19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
83			20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
84			21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
85			22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
86			23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
87			24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
88	9	14	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
89			2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
90			3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
91			4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
92			5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
93			6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
94			7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
95			8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
96			9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
97			10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
98			11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
99			12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
100			13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
101			14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
102			15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
103			16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
104			17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
105			18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
106			19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
107			20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
108			21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
109			22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
110			23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

7.1 丸瀬布地点における3種の貯留関数法による洪水予測計算例

複合流域貯留関数モデルとカルマン・フィルタ理論を用いて、湧別川・丸瀬布における1～3時間先の流量と水位の予測計算を行う。洪水予測計算の計算条件を表-7.3に整理した。

モデル定数の初期値は、表-5.3に示される複合流域解析における最適値を使用した。

予測雨量は、分割流域毎に過去3時間移動平均雨量法を用いた。すなわち、現時刻を含む過去3時間の実績雨量の平均値をリードタイム l 時間分だけ与えるものとした。なお、予測雨量の誤差分散式は表-5.4に示される北海道全域の平均値を使用した。

洪水予測時には前年度に行われた流量観測結果をもとに作成された水位～流量曲線($H\sim Q$ 曲線)しかないのが通常である。したがって、ここでは湧別川・開盛及び丸瀬布地点における平成12年度の $H\sim Q$ 曲線を用いて平成13年洪水を予測する。 $H\sim Q$ 曲線の適用範囲は、水位だけでなく期間によっても区分されることがあるが、もともと当該洪水は期間の適用範囲外であるので、期間別の適用範囲について細く議論しても意味はない。したがって、期間は考慮せず洪水初期からピーク付近までの条件を採用するものとし、水位による区分だけで分けておくものとする。

表-7.3 計算条件(湧別川・丸瀬布)

初期値	流域の状態変量	$x_{1,i} = q_0^{p_2}, x_{2,i} = 0$ $x_{3,i} = 0, x_{4,i} = 0$	q_0 : 丸瀬布における初期流出高 $x_{3,i}, x_{4,i}$ は、「地下水流出成分を含む貯留関数法」においてのみ必要
	河道の状態変量	$y_{1,j} = q_0^{p_{4j}}, y_{2,j} = 0$	q_0 : 丸瀬布における初期流出高
	モデル定数の状態変量	有効雨量を用いた貯留関数法	$f = 0.60, f_c = 2.92$
		損失項を含む貯留関数法	$c_{11} = 16.61, c_{12} = 0.04$ $c_{13} = 1.18$
	地下水流出成分を含む貯留関数法	$c_{11} = 12.05, c_{12} = 0.23$ $c_{13} = 1.89$	
誤差分散	システム誤差定数	$\alpha_1 = 0.1$	$Q = (\alpha_1 X_{1\text{及び}2})^2$: 初期値はゼロ
	観測誤差定数	$\alpha_2 = 0.1$	$R = (\alpha_2 h(X))^2$
	モデル定数誤差定数	$\alpha_3 = 0.2$	$U = (\alpha_3 X_3)^2$
	予測雨量の誤差	$a = 1.135, b = 0.88$	$s^2 = a^2 l r_l^{2b}$
減衰係数	$\lambda = 0.019$		「損失項を含む貯留関数法」
	$\delta = 2.1$		「地下水流出成分を含む貯留関数法」
分離時定数	$T_c = 61.7$		「地下水流出成分を含む貯留関数法」
予測雨量	過去3時間移動平均雨量法(流域毎)		$r_l < 0.1$ のとき、 $r_l = 0.1$ とする
H~Q曲線 (丸瀬布 H12年度)	$Q = 32.86(H - 173.56)^2$		洪水発生当時の値(旧測地系)で表示
	$Q = 27.06(H - 173.38)^2$		
平均有効雨量強度	「有効雨量を用いた貯留関数法」		$\bar{r}_e = 3.0\text{mm/h}$
	「損失項を含む貯留関数法」		$\bar{r} = 5.0\text{mm/h}$
	「地下水流出成分を含む貯留関数法」		
河道上流端の平均流入量	\bar{q}_0 は比流量の概算値で $0.5\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$		すべての河道上流端境界条件
計算時間分割数	$nl = 12$		1時間の分割数

なお、 $H\sim Q$ 曲線が複数本で構成される場合には、プログラム中で水位による使用曲線区分を、曲線の交点計算により算出している。

減衰係数 λ 及び分離時定数 T_c の値は、表-2.1 及び表-2.2 に示される北海道内の一級河川(標津川は指定河川)における 650 個の既往洪水事例の平均値とした。

なお、第 8 章で掲載するプログラムでは、以下のように取り扱う状態変量を選択することができる。ここでは、nkse の値を「4」とする。

nkse の値	状態変量	更新する状態変量
1	システム(X_1, X_2)のみ	X_1, X_2
2	X_1, X_2 とモデル定数(X_3)	X_1, X_2, X_3
3	X_1, X_2 と雨量(X_4)	X_1, X_2
4	X_1, X_2, X_3, X_4	X_1, X_2, X_3

X_1 : 流域の状態変量, X_2 : 河道の状態変量, X_3 : モデル定数, X_4 : 予測雨量

湧別川・丸瀬布における 1~3 時間先の洪水流量及び水位予測結果を図-7.2 に示す。破線で図示されているのは、予測値の 90%信頼区間*である。予測流量及び予測水位とも、1 時間先予測の精度が 3 時間先に比べ良好であることがわかる。

図-7.3 に、各モデル定数の初期値からの変化を 1 時間ごとに示した。時間ごとに入手される実測流量の急激な変化に対応できるように、カルマン・フィルター理論によってモデル定数が同定されていることが確認できる。

表-7.4 には、各予測モデルについて RMSE 及び $N-S$ 指標をリードタイム毎に整理した。両指標からも 1 時間先予測の精度が 3 時間先に比べれば良いことが明らかである。3 種のモデルとも大差はないが、「有効雨量を用いた貯留関数法」よりも、「損失項を含む貯留関数法」及び「地下水流出成分を含む貯留関数法」の方が誤差指標は小さく、精度が良いといえる。

表-7.4 予測誤差の精度 (湧別川・丸瀬布 前年度 $H\sim Q$ 曲線使用)

リード タイム l	有効雨量を用いた 貯留関数法		損失項を含む 貯留関数法		地下水流出成分を含む 貯留関数法	
	RMSE	$N-S$ 指標	RMSE	$N-S$ 指標	RMSE	$N-S$ 指標
1hr	0.13356	0.98589	0.08461	0.99434	0.08771	0.99392
2hr	0.20091	0.96721	0.12661	0.98698	0.12958	0.98636
3hr	0.26179	0.94270	0.16259	0.97790	0.16832	0.97631

* 予測時点 l における流量ないし水位の予測値が、平均値 m と分散 $Var(m)$ をもつ正規分布に従うと仮定すれば、その「90%信頼区間」は次式で計算される。

$$m \pm 1.645\sqrt{Var(m)}$$

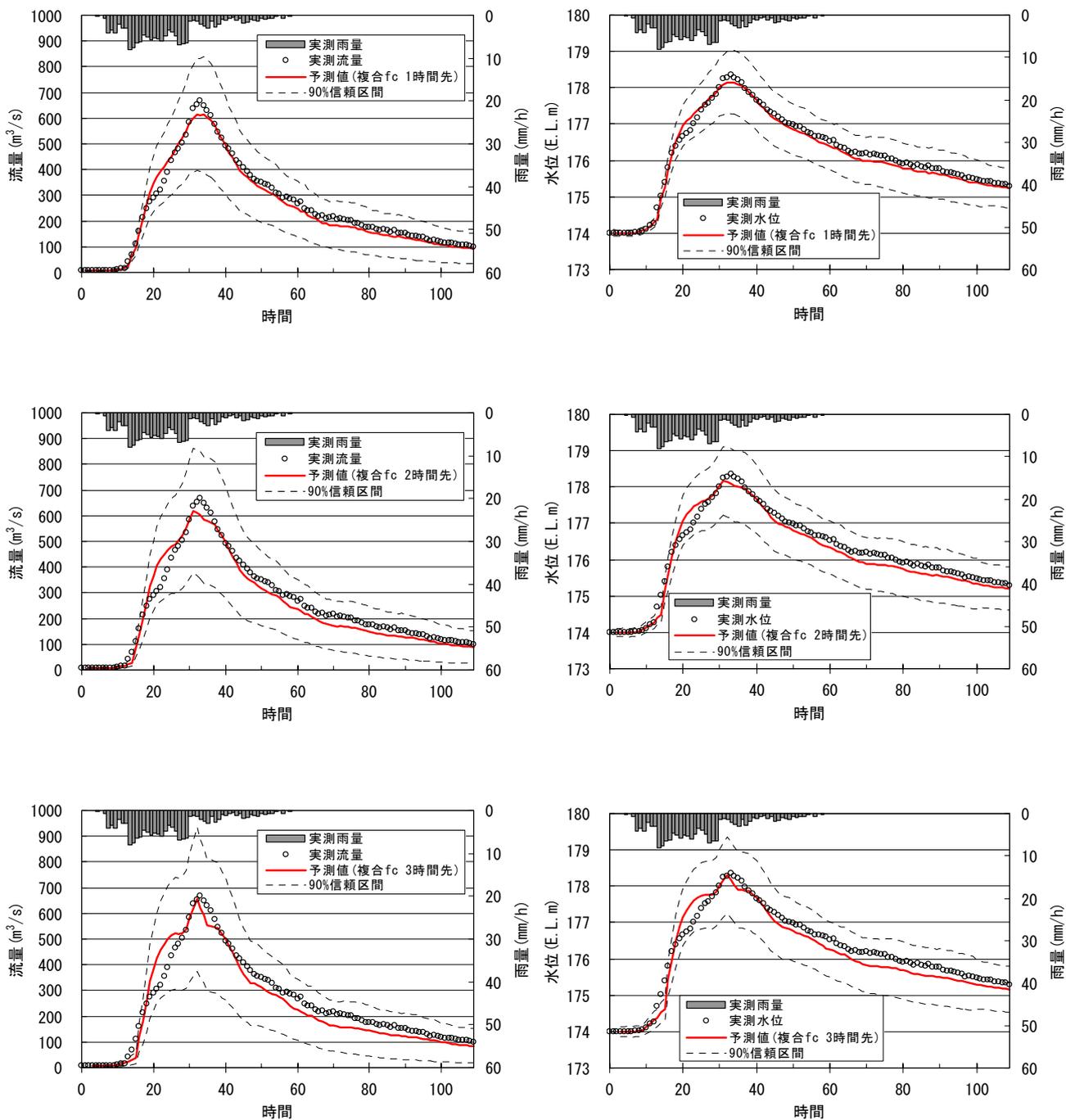


図-7.2(1) 有効雨量を用いた貯留関数法による予測流量(左)及び予測水位(右)

(上から1時間先、2時間先、3時間先予測結果)

(複合流域解析 過去3時間移動平均雨量法 前年度H~Q曲線使用)

[湧別川・丸瀬布地点 平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

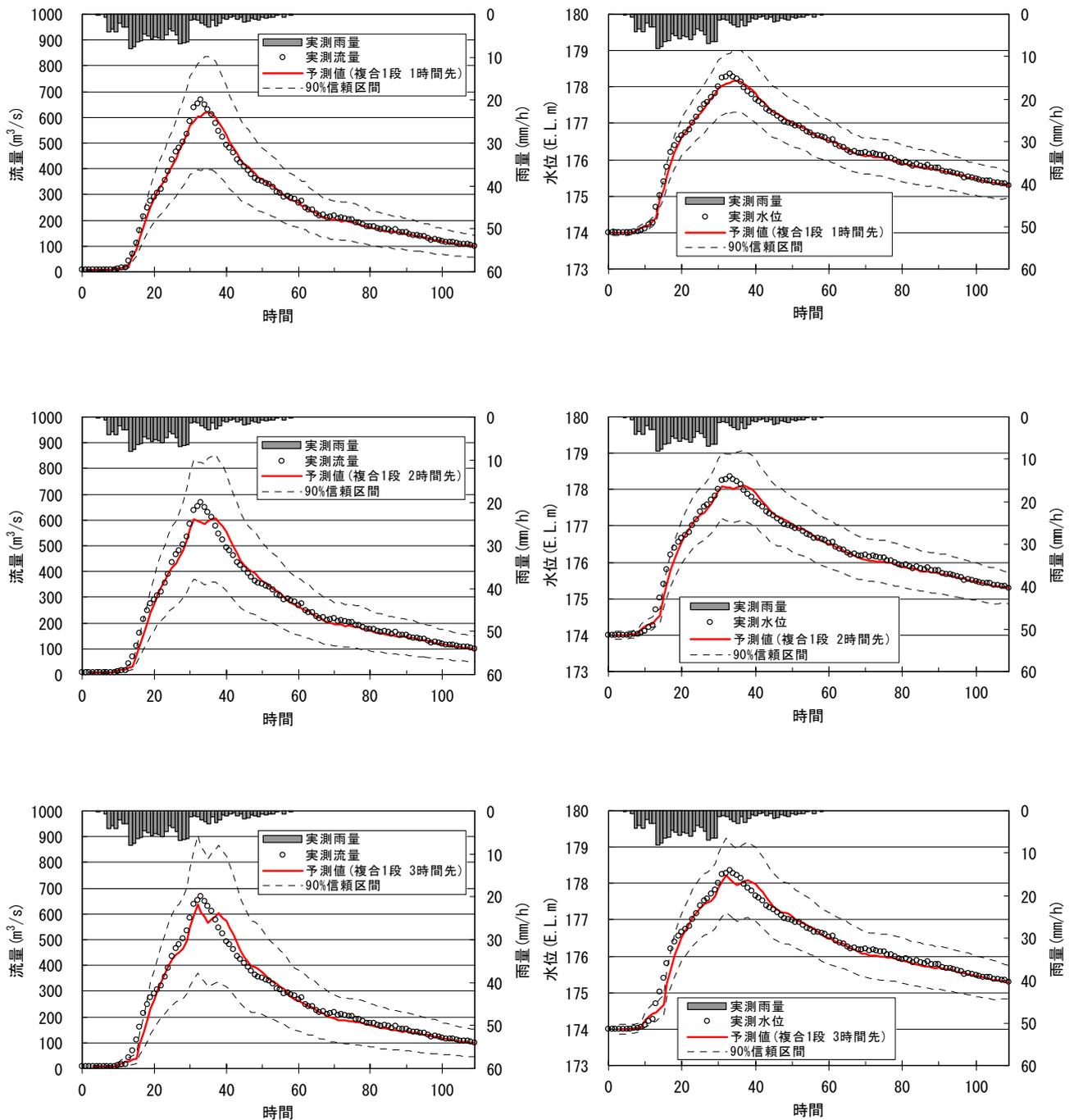


図-7.2(2) 損失項を含む貯留関数法による予測流量(左)及び予測水位(右)
(上から1時間先、2時間先、3時間先予測結果)

(複合流域解析 過去3時間移動平均雨量法 前年度H~Q曲線使用)

[湧別川・丸瀬布地点 平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

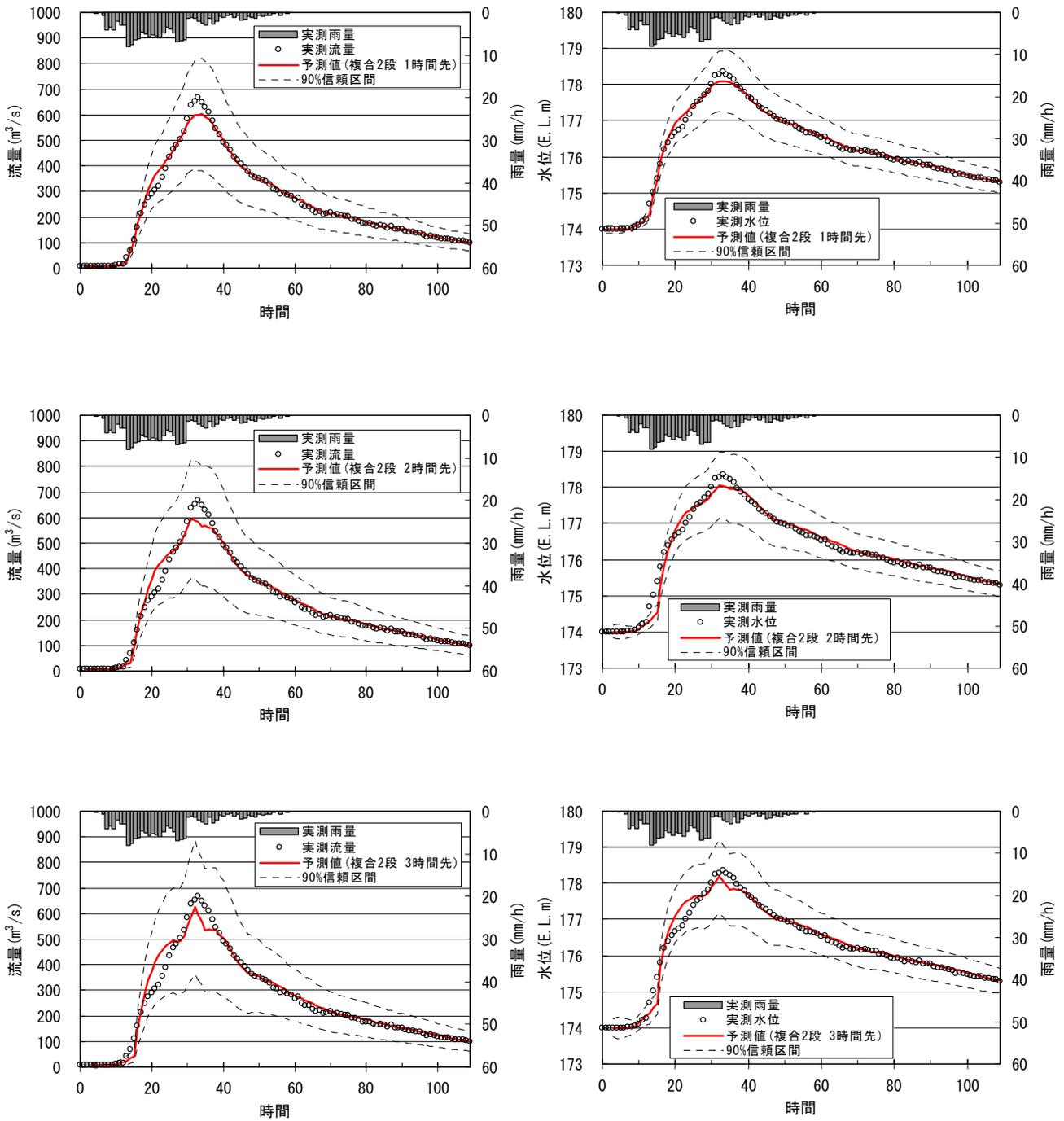


図-7.2(3) 地下水流出成分を含む貯留関数法による予測流量(左)及び予測水位(右)
(上から1時間先、2時間先、3時間先予測結果)

(複合流域解析 過去3時間移動平均雨量法 前年度H~Q曲線使用)

[湧別川・丸瀬布地点 平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

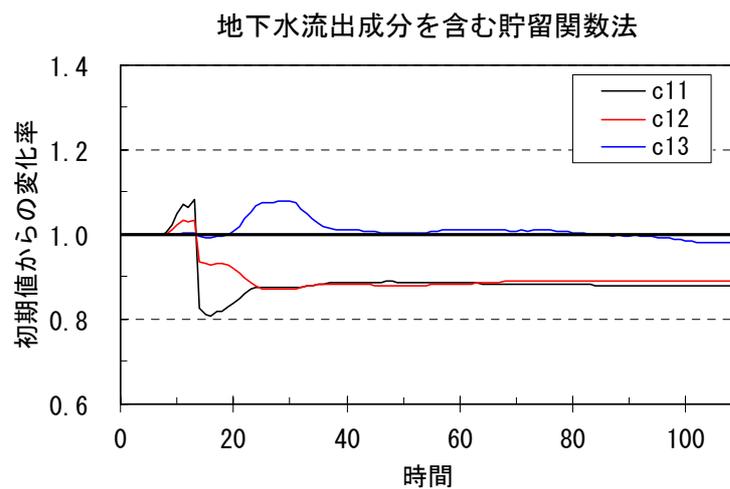
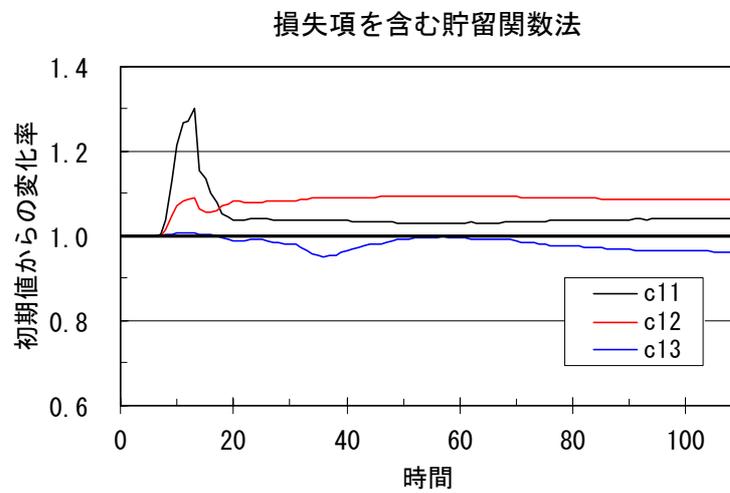
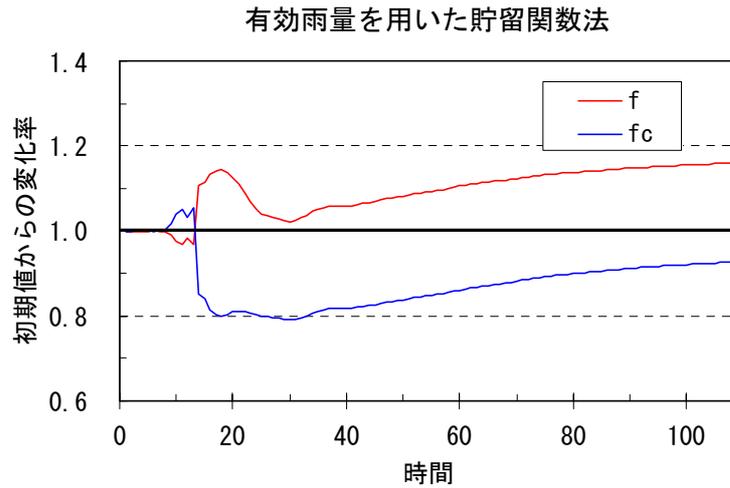


図-7.3 モデル定数の初期値からの変化
 (複合流域解析 過去3時間移動平均雨量法 前年度H~Q曲線使用)
 [湧別川・丸瀬布地点 平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

7.2 開盛地点における3種の貯留関数法による洪水予測計算例

(丸瀬布地点の流出量を上流端の境界条件とした場合)

前節と同様に、複合流域貯留関数モデルとカルマン・フィルター理論を用いて、湧別川・開盛における1～3時間先の流量と水位の予測計算を行う。ただし、「7.1 丸瀬布地点における3種の貯留関数法による洪水予測計算例」において計算された予測流量を、丸瀬布の上流端流入量として入力する。洪水予測計算の計算条件を表-7.5に整理した。

湧別川・開盛における1～3時間先の洪水流量及び水位予測結果を図-7.4に示す。赤の実線は上流端境界条件として丸瀬布の予測流量を与えたときの予測値であり、青の実線は上流端境界条件がない場合、すなわち、最上流から開盛地点までの14流域・7河道を対象とした予測結果である。破線で図示されているのは、予測値の90%信頼区間である。

表-7.5 計算条件(湧別川・開盛；丸瀬布地点の流出量を上流端の境界条件とした場合)

初期値	流域の状態変量	$x_{1,i} = q_0^{p_2}, x_{2,i} = 0$ $x_{3,i} = 0, x_{4,i} = 0$	q_0 : 開盛における初期流出高 $x_{3,i}, x_{4,i}$ は、「地下水流出成分を含む貯留関数法」においてのみ必要
	河道の状態変量	$y_{1,j} = q_0^{p_{4,j}}, y_{2,j} = 0$	q_0 : 開盛における初期流出高
	モデル定数の状態変量	有効雨量を用いた貯留関数法	$f = 0.60, f_c = 2.46$
		損失項を含む貯留関数法	$c_{11} = 19.39, c_{12} = 0.06$ $c_{13} = 1.26$
地下水流出成分を含む貯留関数法		$c_{11} = 13.86, c_{12} = 0.22$ $c_{13} = 1.92$	
誤差分散	システム誤差定数	$\alpha_1 = 0.1$	$Q = (\alpha_1 X_{1及び2})^2$: 初期値はゼロ
	観測誤差定数	$\alpha_2 = 0.1$	$R = (\alpha_2 h(X))^2$
	モデル定数誤差定数	$\alpha_3 = 0.2$	$U = (\alpha_3 X_3)^2$
	予測雨量の誤差	$a = 1.135, b = 0.88$	$s^2 = a^2 \ell r_\ell^{2b}$
減衰係数	$\lambda = 0.019$		「損失項を含む貯留関数法」
	$\delta = 2.1$		「地下水流出成分を含む貯留関数法」
分離時定数	$T_c = 61.7$		「地下水流出成分を含む貯留関数法」
予測雨量	過去3時間移動平均雨量法(流域毎)		$r_\ell < 0.1$ のとき、 $r_\ell = 0.1$ とする
H~Q 曲線 (開盛 H12 年度)	$Q = 252.88(H - 51.19)^2$		洪水発生当時の値(旧測地系)で表示
	$Q = 56.88(H - 50.23)^2$		
平均有効雨量強度	「有効雨量を用いた貯留関数法」		$\bar{r}_e = 3.0\text{mm/h}$
	「損失項を含む貯留関数法」		$\bar{r} = 5.0\text{mm/h}$
	「地下水流出成分を含む貯留関数法」		
河道上流端の平均流入量	\bar{q}_0 は比流量の概算値で $0.5\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$		すべての河道上流端境界条件
計算時間分割数	$nl = 12$		1時間の分割数
上流端予測流量	「7.1 丸瀬布地点における3種の貯留関数法による洪水予測計算例」において計算された予測流量		

上流端境界条件がない場合でも、実測値を捉えた予測が可能であるが、**図-7.4** から、上流端境界条件がある場合はない場合に比べて、洪水上昇部からピーク近傍の急激な流量あるいは水位の変化に応じた予測を行っていることがわかる。したがって、河川計画・管理上、上流地点で実績流量及び予測流量が得られる場合には、それを上流端境界条件として下流基準点の流出予測計算を行えば、予測精度の向上が期待できる。

また、いずれの洪水初期における予測水位が極端に大きいのは、 $H\sim Q$ 曲線が実際とは大きく異なっていたものと考えられる。このことについては後述の 7.3 で解説する。

図-7.5 に、各モデル定数の初期値からの変化を 1 時間ごとに示した。時間ごとに入手される実測流量の急激な変化に対応できるように、カルマン・フィルター理論によってモデル定数が同定されていることが確認できる。

表-7.6 には、各予測モデルについて $RMSE$ 及び $N-S$ 指標をリードタイム毎に整理した。両指標からも 1 時間先予測の精度が 3 時間先に比べれば良いことが明らかであるが、3 種のモデルに大差はない。

ただし、ピーク流量時およびピーク流量(水位)に注目すると、地下水流出成分を含む貯留関数法の場合が最も精度が高く予測できているようである。

表-7.6 予測誤差の精度
(湧別川・開盛；丸瀬布地点の流出量を上流端の境界条件とした場合)
(前年度 $H\sim Q$ 曲線使用)

リード タイム ℓ	有効雨量を用いた 貯留関数法		損失項を含む 貯留関数法		地下水流出成分を含む 貯留関数法	
	$RMSE$	$N-S$ 指標	$RMSE$	$N-S$ 指標	$RMSE$	$N-S$ 指標
1hr	0.18198	0.95583	0.17589	0.95874	0.18469	0.95451
2hr	0.19097	0.95018	0.17883	0.95632	0.19245	0.94941
3hr	0.20492	0.94112	0.17390	0.95760	0.19662	0.94580

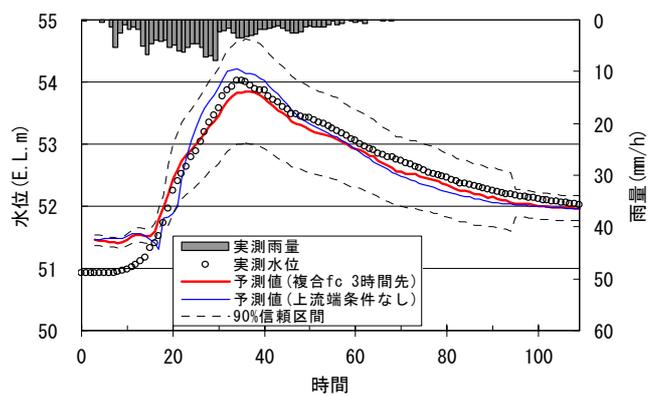
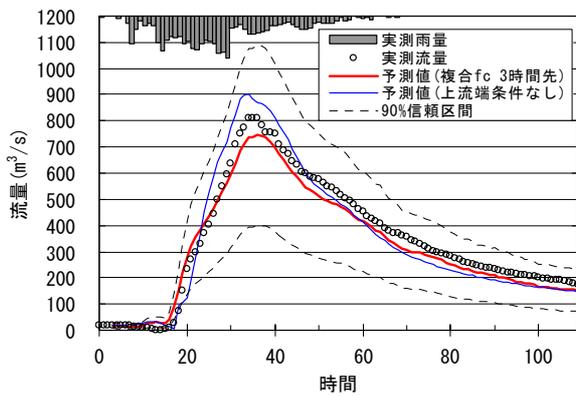
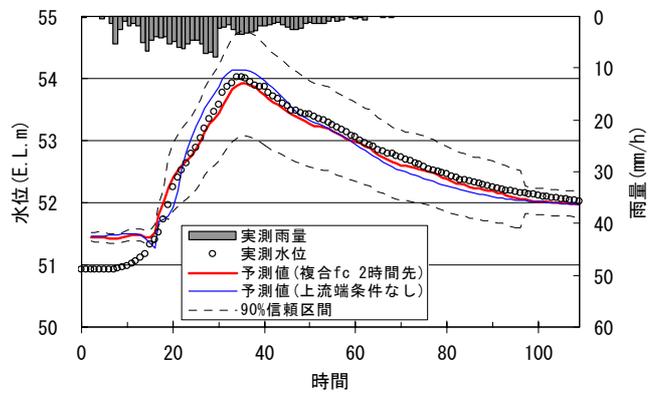
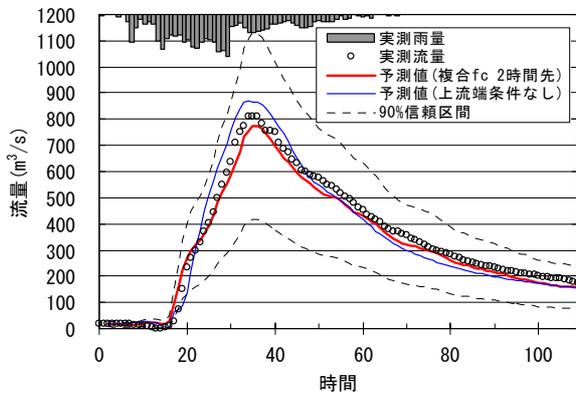
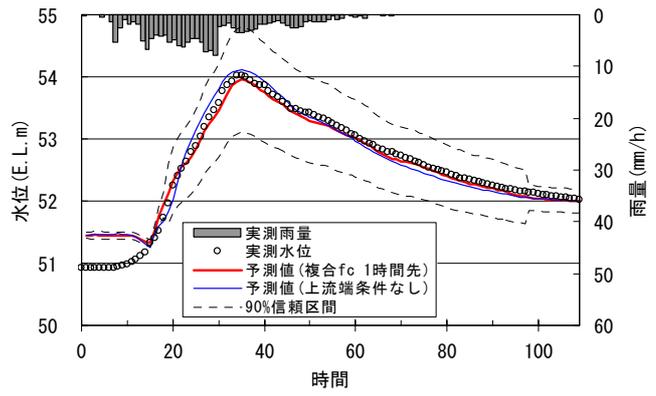
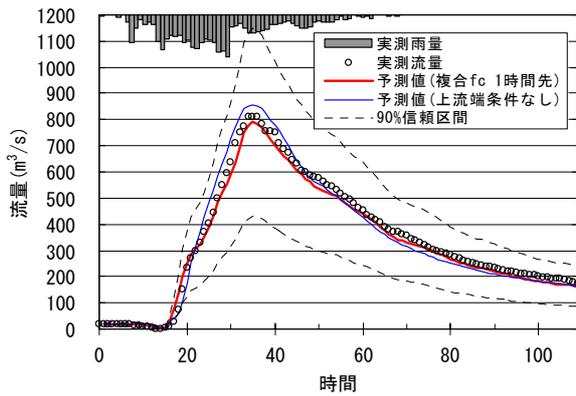


図-7.4(1) 有効雨量を用いた貯留関数法による予測流量(左)及び予測水位(右)
 (上から1時間先、2時間先、3時間先予測結果)
 (複合流域解析 過去3時間移動平均雨量法 前年度H~Q曲線使用)
 [湧別川・開盛地点 (丸瀬布地点の流出量を上流端の境界条件とした場合)]
 [平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

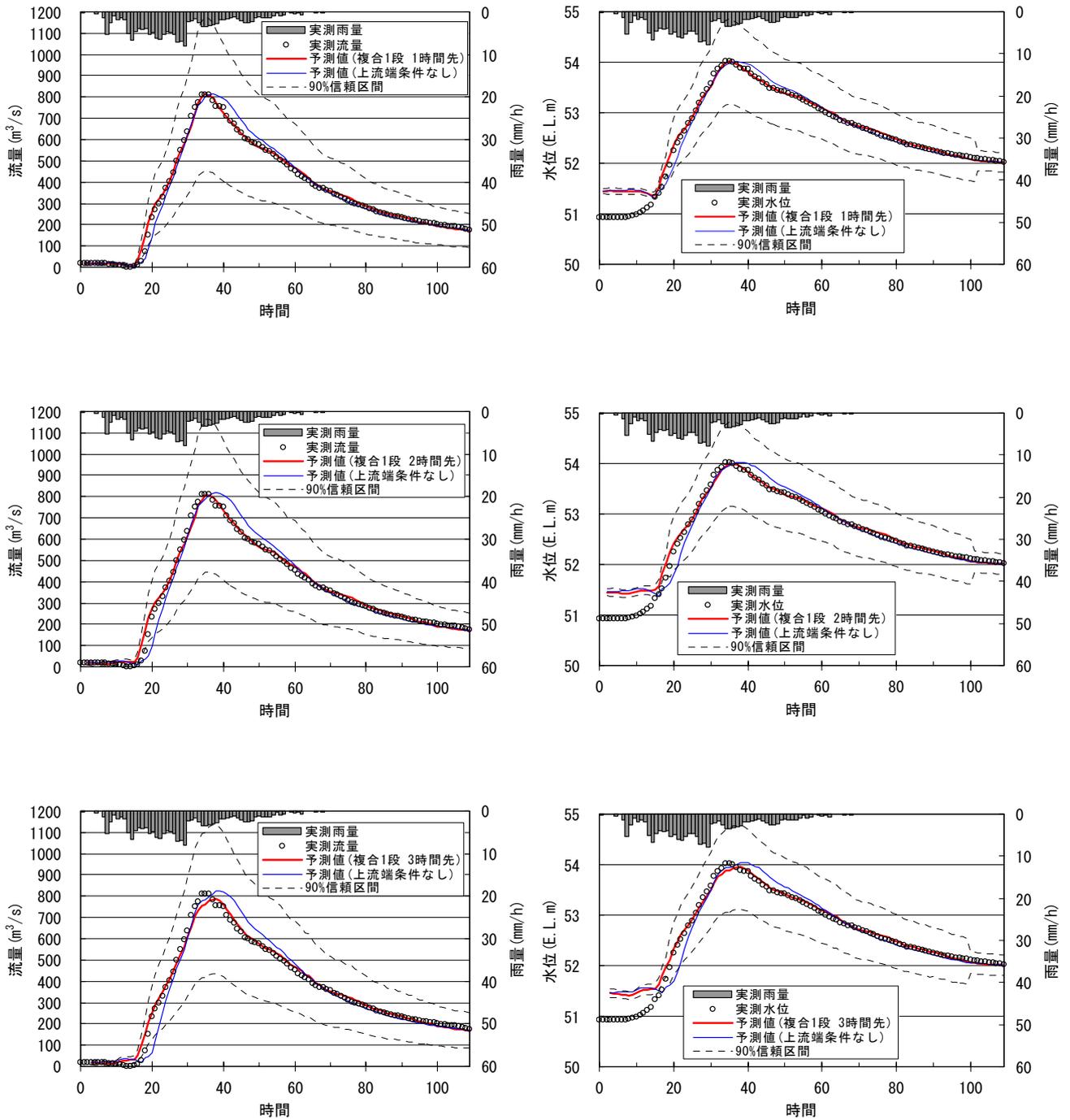


図-7.4(2) 損失項を含む貯留関数法による予測流量(左)及び予測水位(右)
 (上から1時間先、2時間先、3時間先予測結果)
 (複合流域解析 過去3時間移動平均雨量法 前年度H~Q曲線使用)
 [湧別川・開盛地点 (丸瀬布地点の流出量を上流端の境界条件とした場合)]
 [平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

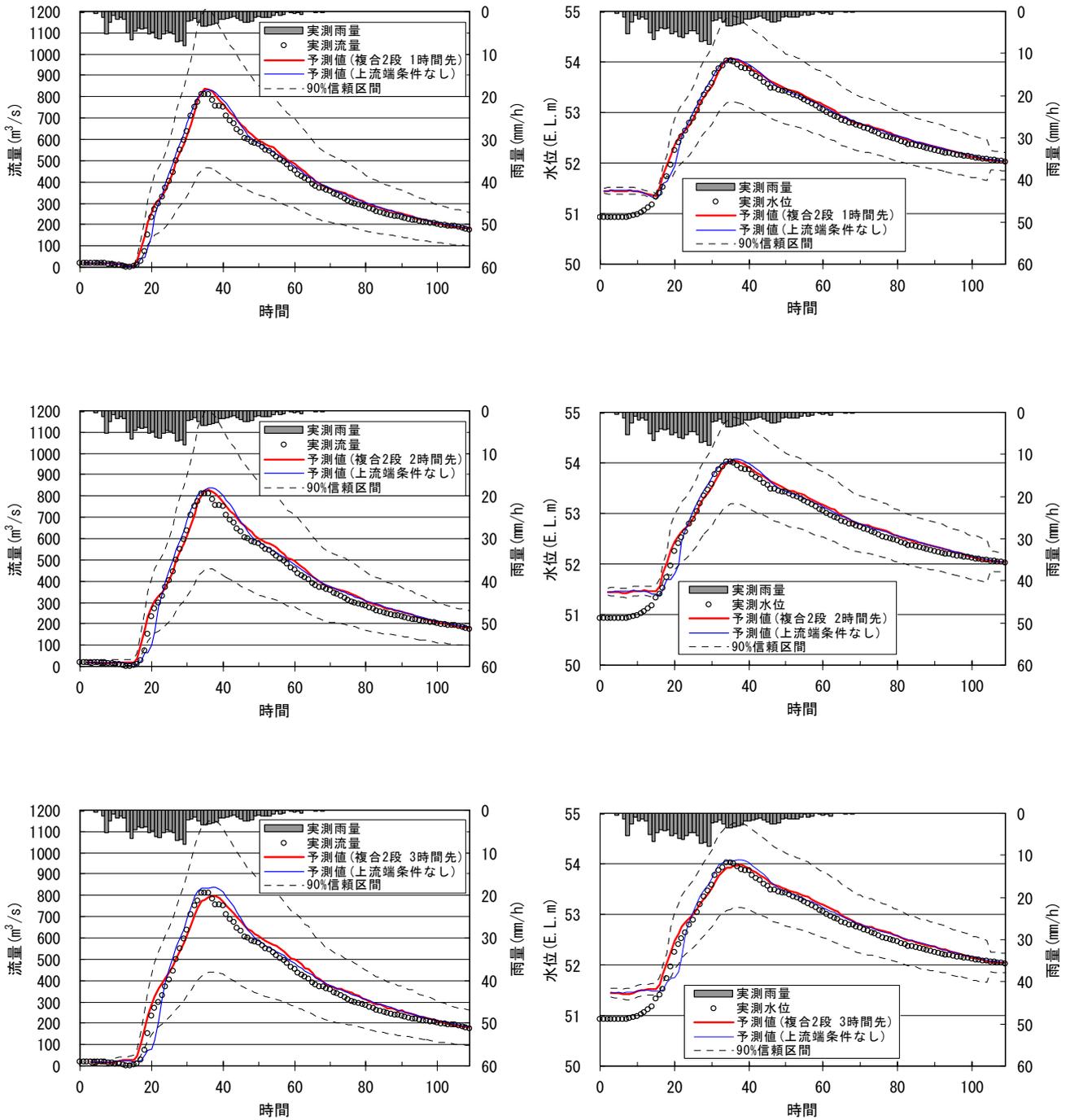


図-7.4(3) 地下水流出成分を含む貯留関数法による予測流量(左)及び予測水位(右)
 (上から1時間先、2時間先、3時間先予測結果)
 (複合流域解析 過去3時間移動平均雨量法 前年度H~Q曲線使用)
 [湧別川・開盛地点 (丸瀬布地点の流出量を上流端の境界条件とした場合)]
 [平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

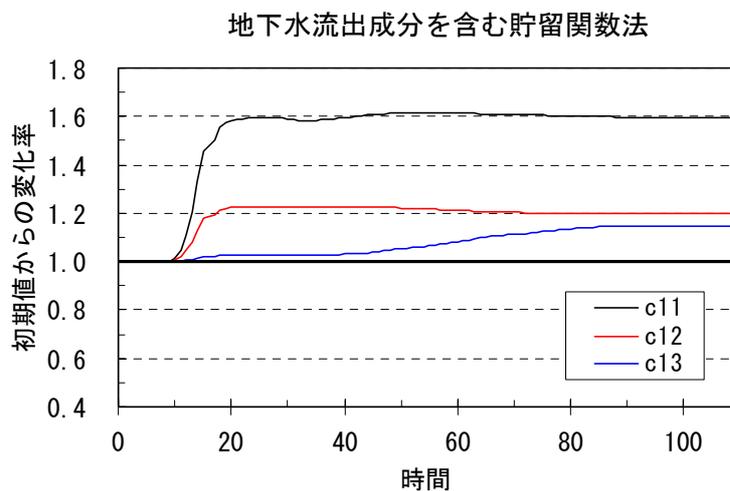
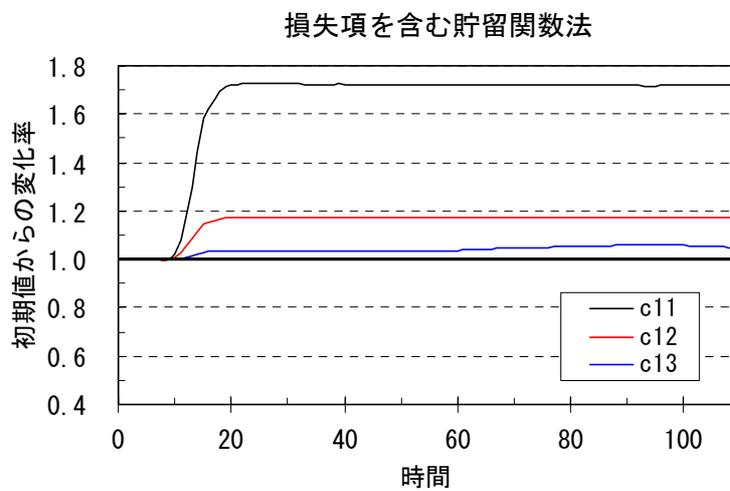
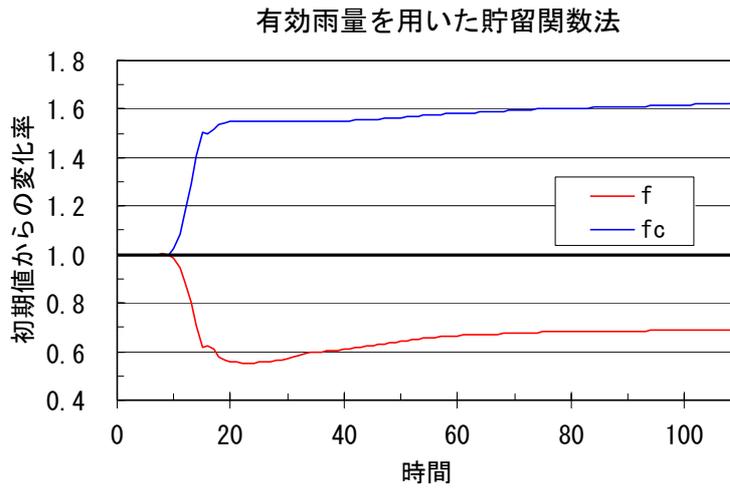


図-7.5 モデル定数の初期値からの変化
 (複合流域解析 過去3時間移動平均雨量法 前年度H~Q曲線使用)
 [湧別川・開盛地点 (丸瀬布地点の流出量を上流端の境界条件とした場合)]
 [平成13年(2001年)9月10日10時~14日23時 110時間]

7.3 水位～流量曲線が予測結果に与える影響

本モデルでは流量を用いて計算しているが、観測されるのは水位であるので、水位～流量曲線 ($H\sim Q$ 曲線) を用いて観測水位を流量に変換し、両者の差にカルマン・ゲインを作用させて状態変量を更新している。したがって、 $H\sim Q$ 曲線が正しくなければ状態変量の更新が正しく行えないことになる。しかしながら、通常、 $H\sim Q$ 曲線は前年度の流量観測結果に基づいて作成された曲線を使用せざるを得ない。

湧別川・開盛地点と丸瀬布地点の洪水前年度(平成12年度)及び当該年度(平成13年度)の $H\sim Q$ 曲線を表-7.7 及び図-7.6 に示す。図-7.6 に示されるように、丸瀬布における $H\sim Q$ 曲線は洪水前後でほとんど差異は認められないが、開盛における $H\sim Q$ 曲線の傾向は明らかに異なっている。図-7.4 で見られたように洪水初期の予測水位が極端に大きく計算されたのは、開盛地点における前年度の $H\sim Q$ 曲線が標高 51.19m 以下は適用範囲外であることが要因である。また、開盛の $H\sim Q$ 曲線では、当該年度の方が同じ水位でも流量が大きく算出される曲線となっている。

表-7.7 計算条件(湧別川・開盛 丸瀬布上流端流入)

	平成12年度	平成13年度
H~Q 曲線 (開盛)	$Q = 252.88(H - 51.19)^2$	$Q = 352.06(H - 50.56)^2$
	$Q = 56.88(H - 50.23)^2$	$Q = 48.78(H - 49.84)^2$
	—	$Q = 76.66(H - 50.30)^2$
H~Q 曲線 (丸瀬布)	$Q = 32.86(H - 173.56)^2$	$Q = 26.11(H - 173.41)^2$
	$Q = 27.06(H - 173.38)^2$	$Q = 27.23(H - 173.48)^2$

※洪水発生当時の値(旧測地系)で表示

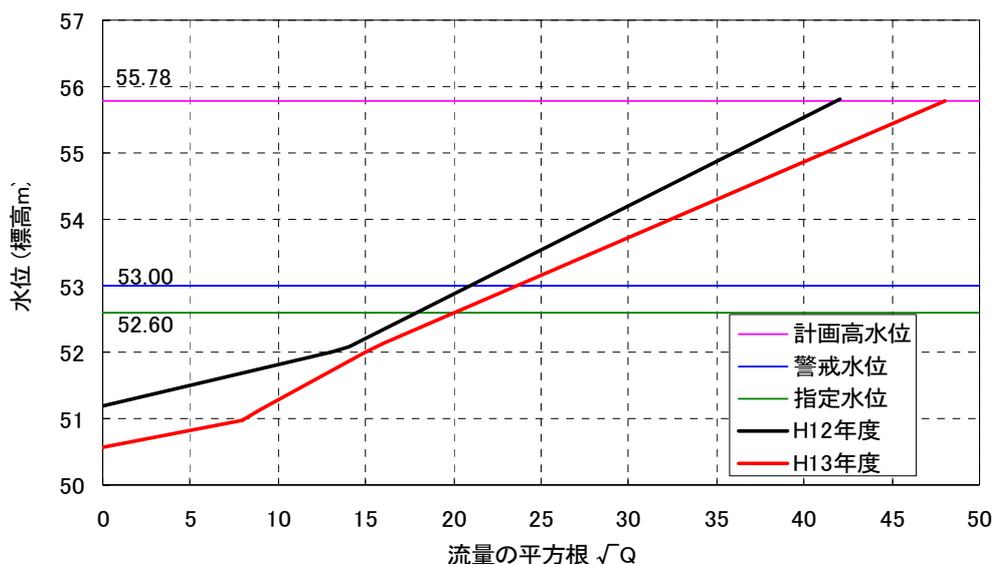


図-7.6(1) 対象洪水前年と当該年の比較 (湧別川・開盛)

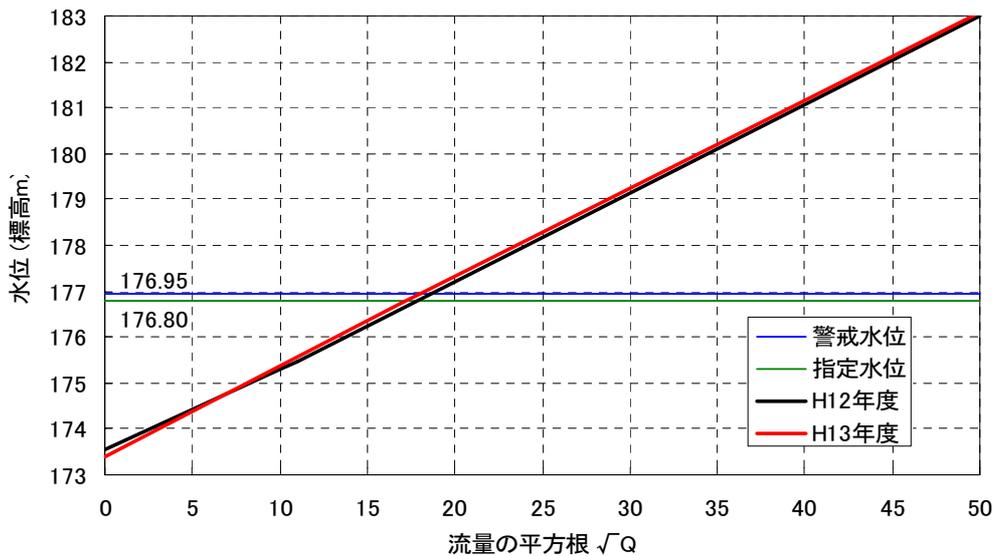


図-7.6(2) 対象洪水前年と当該年の比較 (湧別川・丸瀬布)

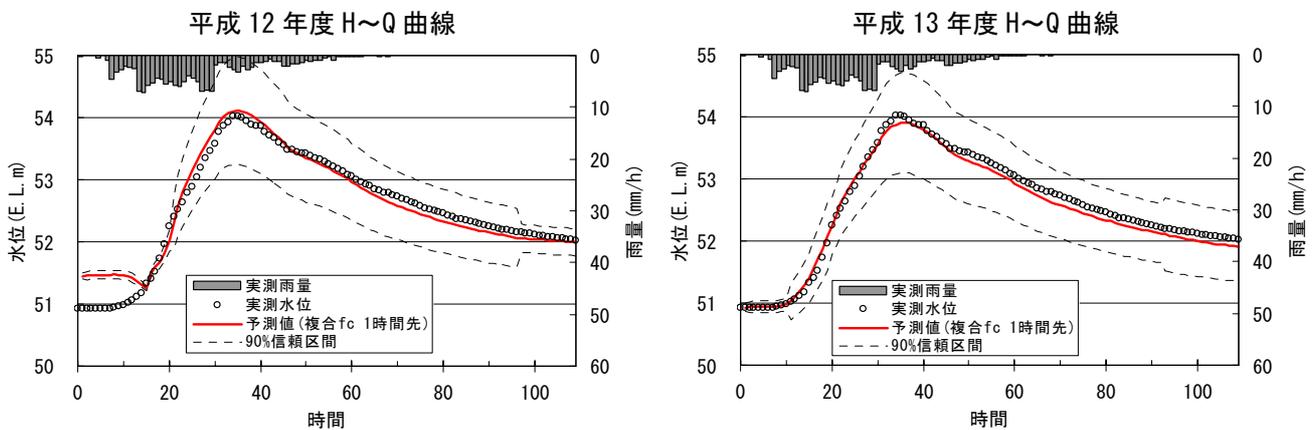


図-7.7(1) H~Q 曲線の違いによる 1 時間先予測水位 (有効雨量を用いた貯留関数法 (複合流域解析 過去 3 時間移動平均雨量法))

[湧別川・開盛地点 (上流端境界条件なし)]

[平成 13 年(2001 年)9 月 10 日 10 時~14 日 23 時 110 時間]

これらの影響がどの程度予測結果に表れるかを知るため、湧別川・開盛地点における前年度と当該年度の $H\sim Q$ 曲線を適用して予測計算を行った結果を図-7.7 に示す。

前年度の $H\sim Q$ 曲線を適用した場合に見られる洪水初期の過大な予測水位は、当該年度の $H\sim Q$ 曲線を用いることにより改善されている。

上記の予測計算事例から、 $H\sim Q$ 曲線の違いが水位予測計算結果に及ぼす影響はピーク付近では小さいと思うかもしれないがそれは大きな間違いである。偶然にも 52m から 54m の範囲の $H\sim Q$ 曲線の差が小さかっただけであり、低水流量から高水流量まで広範囲にわたる質の高い流量資料の収集とデータ処理が必要であることはいうまでもない。

北海道における洪水は、夏期以降に多く発生している。また、融雪出水は毎年確実に起こることであり、融雪時の「高水流観」による資料収集は貴重な情報源と位置づけられる。前年度に収集された流量観測資料と今年度の融雪時流量資料を再整理し、洪水期に向けて $H\sim Q$ 曲線の一本化作業を進めることを、とくに現場において推奨しておきたい。

参考文献

- 1) 中津川 誠・星 清：水位～流量関係から推定される流量の精度について(1)，北海道開発局開発土木研究所月報，No. 443，pp. 2-8，1990.
- 2) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：対話式洪水流出計算マニュアル(第2版)，119p.，2005.

8. 複合流域における洪水予測計算プログラム

これまでに述べた、複合流域における3種の貯留関数法にカルマン・フィルター理論を適用した洪水予測計算のフォートランプログラム及び入力変数名について、解説及び入力データ例を掲載する。

プログラム全体の流れは図-8.1に示される。流域・河道ネットワーク識別データを入力すれば、プログラム中でシステム方程式や観測方程式の係数ベクトルを自動設定できるようになっている。また、プログラム中にはコメント文を加えたので、変数名と計算内容が容易に理解できると考える。

なお、本プログラムにおいて「洪水の短時間予知手法とその実際化に関する研究：昭和57・58年度科学研究費補助金(試験研究(2)研究成果報告書、昭和59年3月、代表研究者 高棹琢馬(京都大学工学部))」の汎用サブルーチンパッケージを改良して利用している。(例えば subroutine risan)

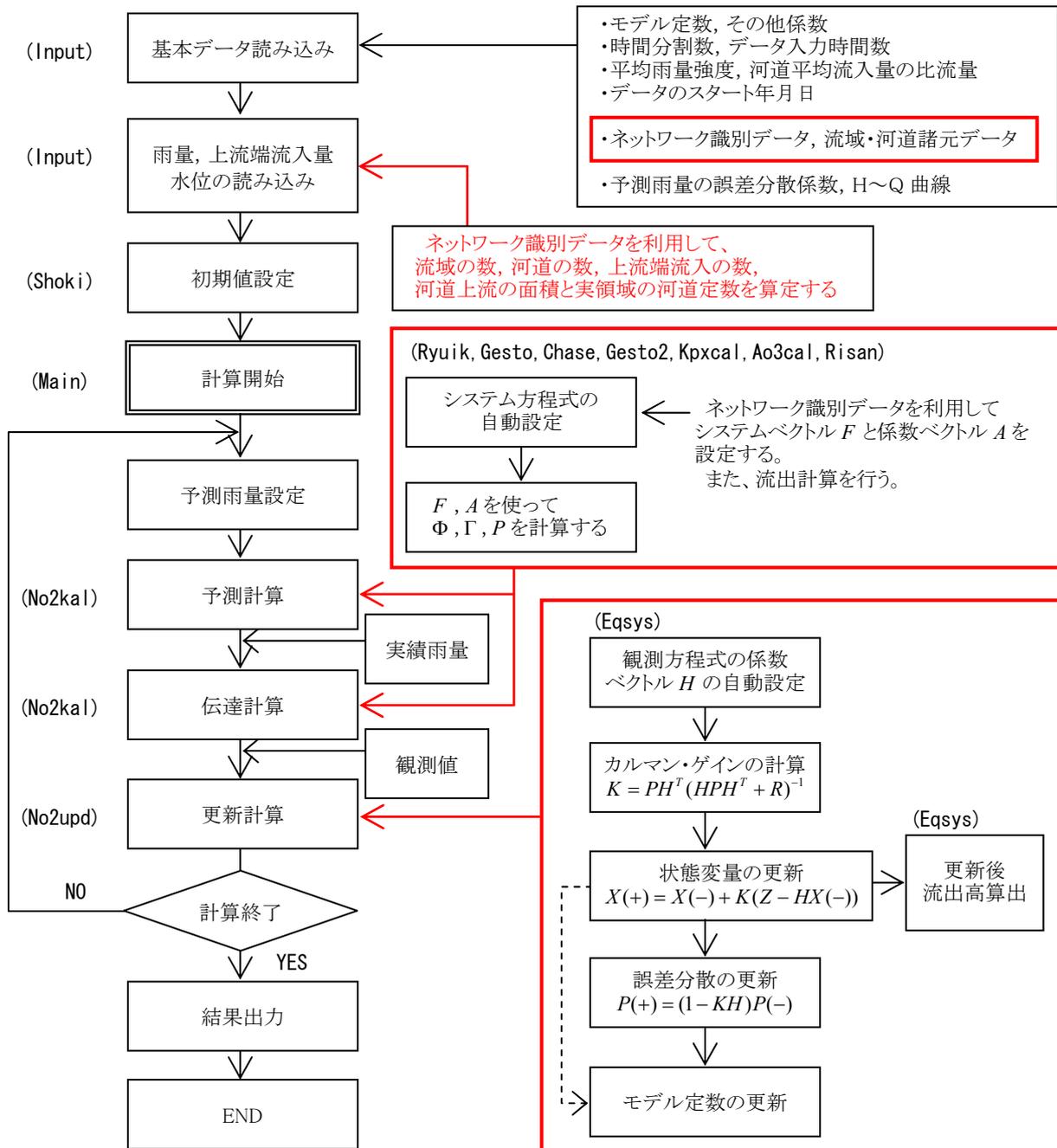


図-8.1 流域・河道系の洪水予測における状態変量伝達方程式と観測方程式の自動設定プログラムのフロー

8.1 Fortran プログラムの機能説明

8.1.1 主プログラムの機能

洪水予測を行うに際し、降雨量と水位の観測値が1時間ごとに得られるものとして、各地点での iyoso 時間先までの水位予測値と標準偏差およびモデルパラメータ更新値を計算する。このとき、新しい流量観測値に基づいて、1時間ごとに状態変量と誤差共分散が更新される。予測を行った後の状態変量と誤差共分散の更新・伝達は、予測の出発点に戻る。このプログラム例では、将来の降雨量予測を行っておらず、過去3時間の移動平均雨量を用いている(任意データを予測値として入力することもできる)。

8.1.2 主なサブプログラムの機能

(a) Subroutine no2kal

式(4.28)の状態変量の伝達方程式を自動設定して、 X_k を計算する。同時に表-4.1の式(7)の推定誤差分散・共分散伝達方程式により、 P_k を計算する。

(b) Subroutine no2upd

1時間ごとに観測値が入手されるとして、表-4.1の式(10)と式(4.52)により状態変量とパラメータの更新値を計算する。このとき、同時に表-4.1の式(12)により状態変量とパラメータの推定誤差分散・共分散を更新する。

(c) Subroutine input

流域・河道ネットワーク識別データ、モデル定数の初期値、雨量、水位及び水位～流量曲線(H～Q曲線)を入力する。また、河道の貯留係数 k_3 、 k_4 及び貯留指数 p_3 、 p_4 をここで設定する。さらに、各種状態変量の誤差分散係数を入力する。

(d) Subroutine shoki

状態変量 X_k の初期値及びその誤差分散・共分散 P_k の初期値を設定する。パラメータ c_{11} 、 c_{12} 及び c_{13} の誤差分散・共分散を指定する。

(e) Subroutine xtoh

予測地点の流出高とその誤差分散を計算する。

(f) Subroutine store

予測流出高と誤差分散から予測水位とその誤差分散を算出し記憶する。

(g) Subroutine qtoh

H～Q曲線により、流量を水位に変換する。

(h) Subroutine eqsys

流域・河道ネットワーク識別データを利用して、計算地点の種類と本・支川の別及び次数を判別し、その地点の地点番号(ihh)、状態変量(xh)、貯留係数(p2h)、流域面積(ah)を抽出する。

8.1.3 主な入力変数の内容

(a) Input data

ck1, ck2, ck3 パラメータ c_{11} 、 c_{12} 及び c_{13} の初期値

xrave	平均雨量強度
hig	河道平均流入量換算値の比流量($\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$)
ram	減衰係数
iy0, im0, id0, ih0	開始年, 月, 日, 時刻
nr, nq	降雨データ数, 水位データ数
nko	流域, 河道, 上流端流入, 合流点などの計算地点数
mmod	流域, 河道等の識別データ
mwr	入力データを記憶させる地点番号
los	入力データを上流の出力データの合計とするとき、合計する地点の数(1 または 2)
lwr (1), (2)	合計する地点番号
a1	流域面積(km^2)
a2	河道延長(m)
a3	河道定数 α
a4	河道定数 m
r (i, j)	雨量データ (i : 流域, j : 時間)
qd (i, j)	上流端流入量
jconl	jconl=0 : モデル定数を更新しない jconl=1 : 更新する
jysr	jysr=0 : 予測雨量を任意入力 jysr=1 : 過去 3 時間移動平均雨量を予測雨量とする(自動計算)
iyoso	予測時間
nkse	状態変数選択ケース数 (≤ 4)
jkase (j)	j=1~nkse, jkase (j)=1 : システム (X_1, X_2) のみを状態変数とする jkase (j)=2 : X_1, X_2 とモデル定数 (X_3) を状態変数とする jkase (j)=3 : X_1, X_2 と雨量 (X_4) を状態変数とする jkase (j)=4 : X_1, X_2, X_3, X_4 を状態変数とする (X_1 : 流域の状態変数, X_2 : 河道の状態変数, X_3 : モデル定数, X_4 : 予測雨量)
alph1	モデル定数の誤差分散係数 ($U_{1,k}$) : $(\alpha_1 X_3)^2$ で分散を与える
alph2	システム誤差分散係数 (Q_k) : $(\alpha_2 X_1)^2$ 及び $(\alpha_2 X_2)^2$ で分散を与える
alph3	観測誤差分散係数 (R_k) : $(\alpha_3 q_k)^2$ で分散を与える
beta	システム誤差分散係数の初期値 : $(\beta X_1)^2$ 及び $(\beta X_2)^2$ で分散を与える
ap, bp	予測雨量の誤差分散係数 a, b : $s(\ell) = a^2 l r_\ell^{2b}$ で分散を与える
nhc, h0	H~Q 曲線の数, 基準面の高さ補正值
ab0, ab1	H~Q 曲線の係数, $Q = ab0(h + ab1)^2$
hh0	実測水位データ
rp (i, j)	予測雨量 (i : 時刻, j : リードタイム) jysr=0 のとき入力する
qdp (i, j, k)	上流端流入量があるとき、その予測値を入力する i : 上流端番号, j : 時刻, k : 予測リードタイム

(b) Main program

wp1	流域のモデル定数 p_1 (=0.6)
zp2	流域のモデル定数 p_2 (=0.4648)
n	システムの変数の数(流域数+河道数)×2
n1	モデル定数の数
n2	雨量の数(=流域の数)
nc	更新する状態変数の数(=n+n1)
nx	全状態変数の数(=n+n1+n2)
i1	モデル定数の行列番号の始まりの値(=n+1)
i2	雨量の行列番号の始まりの値(=i1+n1)
fmx	システム方程式の右辺
amx	システム方程式を線形化したときの係数ベクトル A
ax	状態変量(前ステップ値)
x	状態変量(現ステップ値)
pp	状態変量の推定誤差分散行列
f	Φ
g	Γ
zbkal	更新前水位 (ELm)
zakai	更新後水位 (ELm)
qakal	更新後流出高 (mm/h)
qq	入力した水位から H~Q 式により算出した流量(=観測値とする = Z)
qb	基底流出高
ac1, ac2, ac3	状態変量としてのモデル定数
q	システム誤差分散
re	雨量または予測雨量
ypr, yva	予測流出高とその分散
wr	各地点の値(雨量または流量)

(c) Subroutine input

areak	各計算地点の上流域面積
vk3, vk4	河道の貯留係数 k_3, k_4
vp3, zp4	河道の貯留指数 p_3, p_4

(d) Subroutine no2kal

ax(nx, nx)	1 ステップ前の状態変量
amx(nx, nx)	式(4.8)の $A(X^*)$
fmx(nx, nx)	式(4.8)の $F(X)$
k1	流域の状態変量 x_1 の配列番号
k2	流域の状態変量 x_2 の配列番号
wk1	流域の k_1

zk2	流域の k_2
ac1	流出率 f またはモデル定数 c_{11}
ac2	パラメータ f_c またはモデル定数 c_{12}
ac3	モデル定数 c_{13}
l1	河道の状態変量の配列番号
l2	河道の状態変量の配列番号

(e) Subroutine no2upd

qbkal	更新前流出高
zbcak (ll)	更新前水位
err	観測流出高と計算流出高の差。式(4.52)の $Z - HX$ の値
h(nx, nx)	式(4.50)の観測方程式の係数ベクトル H
xh	抽出された流域または河道の状態変量(「地下水流出成分を含む貯留関数法」では
xh1, xh2)	
p2h	抽出された流域または河道の貯留指数
ah	抽出された流域または河道の流域面積
ihh	抽出された流域または河道の行列番号
rq	観測誤差分散
gain	カルマン・ゲイン

(f) Subroutine xtoh

y	流出高の期待値(予測流出高)
py	予測流出高の誤差分散

(g) Subroutine store

sdh	予測水位の標準誤差 σ
hf	予測水位
hu	予測水位 + 1.645 σ (90%信頼区間)
hl	予測水位 - 1.645 σ (90%信頼区間)

8.1.4 出力ファイルの主な内容

(a) kalman.out

各地点の雨量と流量

(b) fort. 21

予測水位、予測水位の 90%信頼区間及び誤差評価

(c) fort. 22

予測流量、予測流量の 90%信頼区間

(d) fort. 77

モデル定数の時間変化

8.2 Fortran プログラム

複合流域における「有効雨量を用いた貯留関数法」、「損失項を含む貯留関数法」及び「地下水流出成分を含む貯留関数法」にカルマン・フィルター理論を適用した洪水予測計算フォートランプログラム、共通 COMMON 文及びインプットデータを掲載する。

なお、入力データ例は以下の 2 種類を掲載した。

湧別川・丸瀬布における洪水流出予測計算

丸瀬布流出量を上流端流入量とした場合の湧別川・開盛における洪水流出予測計算

8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法

プログラム(フォートラン)

```
c *****
c kalmanfc.for
c 複合流域におけるカルマン・フィルター理論を用いた実時間流出予測
c 有効雨量を用いた一般化貯留関数法+カルマンフィルター
c
c 作成者 貞本 均      作成日 2006.4.27
c *****
c
c *   流域・河道ネットワーク識別データによる自動マトリックス作成
c *   水位～流量曲線は複数設定で、交点を求めて使う
c *   予測雨量は流域毎の値とする
c *   河道流入量 qo を前時刻の x であらわす
c *   k2 を fc の関数とした場合
c -----
c       main program ( kalmanfc )
c       s = k1*q**p1+k2*d(q**p2)/dt
c       ds/dt = f*r-q
c       k1=2.8235*fc*a^0.24
c       k2=0.2835*k1^2*reave^-0.2648
c *****
c * n; number of state variables *
c * n1; number of parameters (runoff model) *
c * n2; number of predicted rainfall *
c * nl; delt t control delt t =1./nl *
c * iyoso; lead time of forecast *
c * 状態量の選択 *
c *   kase=1: x *
c *   kase=2: x,c *
c *   kase=3: x,r *
c *   kase=4: x,c,r *
c * 更新する状態量の選択 *
c *   jconl=0: x のみ更新 *
c *   jconl=1: x とモデル定数更新 *
c *****
c
c       character*80 title
c 共通 common 文を別ファイルから自動的に取り込む
c       include 'yosokufcj.cmn'
c
c       character snam(350)*8
c       dimension x(253),re(50)
c       dimension xex(253),ppex(253,253),mdays(12)
c
c       open(10,file='inputfc.dat',status='old')
c       open(6,file='kalmanfc.out',status='unknown')
c
c       data mdays /31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31/
c
c       read(10,'(a80)') title
c       write(0,*) title
c -----
c       call input(snam)
c -----
c
c       wp1=0.6          ! p1
c       zp2=0.4648      ! p2
c       wp2=1.0/zp2
c       xn1=float(nl)
c       hx=dt/3600.0/xn1
c       h2=hx**2.
c       h3=h2*hx
c       h4=h3*hx
c
c       do 1200 ikse=1,nkse
c       ac1=ck1
c       ac2=ck2
```

```

kase=jkase(ikse)
write(0,*) ' case=', kase
n=(nryu+nkad)*2
n1=0
n2=0
nc=n
go to ( 1, 2, 3, 4 ), kase ! 状態量の選択
4 n2=nryu ! x+c+r
2 n1=2 ! x+c
go to 1
3 n2=nryu ! x+r
1 continue ! x
nx=n+n1+n2
go to ( 7, 8, 7, 8 ), kase
8 if(jconl.eq.1) then ! モデル定数更新
nc=n+n1
end if
write(77,2124) title
ll=1
write(77,7831) kase, ll, ac1, ac2
2124 format(a80/1x, 'case time f fc')
7 continue
i1=n+1
i2=i1+n1
write(21,2122) title, kase, jconl, nx
write(22,2123) title
2122 format(/13x, a80/16x, 'case=', i2, 2x, ' jconl=', i2, 4x, ' nx=', i3)
2123 format(a80)
c* ゼロクリアー
do 7010 i=1, 253 ! (流域数+河道数)*2=<50
do 7010 j=1, 253
fmx(i, j)=0.0
amx(i, j)=0.0
ax(i, j)=0.0
pp(i, j)=0.0
f(i, j)=0.0
g(i, j)=0.0
7010 continue
c
iy=iy0
im=im0
id=id0
ih=ih0
ih=ih-1
if(mod(iy, 4).eq.0) mdays(2)=29
iy=iy-1900
c
c ##### main program start #####
c
c* 初期値誤差の設定
call shoki(qq(1), x) ! qqはmm/hr
c
zskal(1)=hh0(1)
zakai(1)=hh0(1)
c
===== forecasting =====
do 3000 ll=1, nq
write(0,*) ' ll=', ll
c
if(ll.eq.1) go to 7839 !初期値の状態から予測を始める
c
do 212 i=1, nryu
212 re(i)=r(i, ll)
z=qq(ll) ! mm/h hq 変換された流出高を観測値とする
c
..... xk+1(-) <== xk(+) .....
lt=0
do 200 k=1, n1
c ..... extrapolation equation of kalman filtering .....
c* 状態量と誤差の推移計算 実測降雨誤差無し
if(n2.gt.0) then
do 201 i=i2, nx
pp(i, i)=0.0
201 continue
end if
c -----
call no2kal(ll, lt, k, re, x)
c -----
call wrcal(ll, k, x)
c -----
200 continue
c
c ..... update equation of kalman filtering .....
c* 観測値によるフィルタリング
c* system error add
do 205 i=1, n
q(i, i)=(x(i)*alph2)**2. ! システム誤差分散
pp(i, i)=pp(i, i)+q(i, i)
205 continue

```

```

c -----
c      call no2upd(11, z, x)
c -----
c* f, fc の更新値 print
   if(kase.eq.1 .or. kase.eq.3) go to 7839
   if(jconl.ge.1) then
   write(77, 7831) kase, 11, ac1, ac2
   end if
7831 format(2i5, 3f10.5)
7839 continue
c      ..... store statistics on t=k .....
   do 210 i=1, nc
210  xex(i)=x(i)
   do 215 i=1, nx
   do 215 j=1, nx
215  ppex(i, j)=pp(i, j)
   xc1=ac1
   xc2=ac2
c
c      ..... iyoso-hour ahead prediction .....
   do 250 lt=1, iyoso
c 予測雨量は流域毎の値とする
   do 213 j=1, nryu
   re(j)=rp(j, 11, lt)
   if(n2.gt.0) then
   i=12+j-1
c* 予測雨量がゼロのとき 0.1mm 相当の誤差分散を与えておく。
   pp(i, i)=ap*ap*float(lt)*0.1**(2.*bp)
   if(re(j).gt.0.1) pp(i, i)=ap*ap*float(lt)*re(j)**(2.*bp)
   end if
213 continue
c
   do 260 k=1, n1
c -----
c      call no2kal(11, lt, k, re, x)
c -----
260 continue
c * system error add
   do 270 i=1, n
   q(i, i)=(x(i)*alph2)**2.    ! システム誤差分散
   pp(i, i)=pp(i, i)+q(i, i)
270 continue
c
c* x(1)から水位 h への変換及び誤差伝播 *** 状態量から水位の算定***
c -----
c      call xtoh(y, py, x)
c -----
c      ypr(lt)=y      ! 予測流出高      ! lt: リードタイム
c      yva(lt)=py     ! 予測流出高の分散
250 continue
c
3001 continue
   ih=ih+1
   if(ih.gt.24) then
   ih=1
   id=id+1
   if(id.gt.mdays(im)) then
   id=1
   im=im+1
   if(im.gt.12) then
   im=1
   iy=iy+1
   end if
   end if
   end if
   kkm(11)=im
   kd(11)=id
   kh(11)=ih
c
   do 310 i=1, nc
310  x(i)=xex(i)
   do 315 i=1, nx
   do 315 j=1, nx
315  pp(i, j)=ppex(i, j)
   go to ( 25, 26, 25, 26 ) kase
26  continue
   if(jconl.eq.1) then
   ac1=xc1
   ac2=xc2
   end if
25  continue
c
c * 予測結果を格納する
   call store(11)
c
3000 continue
c
c * 予測結果をファイルに出力する
   call fileo

```

```

c
c * 全地点のアウトプット*
nkp=(nall-1)/14+1
do 3435 k=1, nkp
  kp1=(k-1)*14+1
  kp2=k*14
  if(kp2.gt.nall) kp2=nall
  write(6, 3456) (snam(kp), kp=kp1, kp2)
  do 3434 i=1, nq
    if(k.ne.nkp) write(6, 3457) i, nl, (wr(kp, i, nl), kp=kp1, kp2)
    if(k.eq.nkp) write(6, 3458) i, nl, (wr(kp, i, nl), kp=kp1, kp2)
    , r(nryu+1, i), wr(nall+1, i, nl)
  *
3434 continue
3435 continue
3456 format(2x, 'l', 2x, 'k', 14a8)
3457 format(i4, i3, 14f8.2)
3458 format(i4, i3, 16f8.2)
c
1200 continue
stop
end

c
c*****
subroutine input(snam)
c *** 流域流出解析と河道追跡のためのデータ入力 ***
c nl: 1時間の計算分割数
c dt: データ入力時間間隔なども含む計算の基本時間間隔(標準は3600sec)
c xrave:>0 のとき rave=xrave とする(全流域同一値が使われる)
c hiq: 河道上流端平均流入量の比流量(0.5m3/s/km2を標準値とする)
c ck1, ck2: モデル定数
c nr: 雨量入力時間数 nq: 計算時間数(=水位流量入力時間数)
c nko : 計算地点数
c nryu: 流域数(雨量入力流域) nqin: 上流端流入量入力地点数
c nkad: 追跡計算地点数(河道および直下が河道でない合流点の合計数)
c nall: 全地点数 r: 流域毎時雨量 qd: 上流端毎時流入量
c a1(i): area: 流域面積(km2) --> 上流端流入の流域面積も入力すること
c a2(i): cleg: 河道長(m) a3(i): alph:  $\alpha$  a4(i): cmm: m
c hlm: 実測水位が hlm 以上の期間について RMSE を計算する
c-----
include 'yosokufc.j.cmn'
character snam(350)*8
dimension a1(350), a2(350), a3(350), a4(350)

c
read(10, '(i5, 5x, 3f10.0)') nl, dt, xrave, hiq
read(10, '(8f10.0)') ck1, ck2 ! f0, fc0
read(10, '(4i5)') iy0, im0, id0, ih0
read(10, '(2i5, f10.0)') nr, nq, hlm
read(10, '(4i5)') nko
if(nl .le. 0) nl=10
if(dt .lt. 1.) dt=3600. ! dt=3600sec が基本
if(hiq .le. 0.) hiq=0.5
nrp=nq
if(nr.le.0.or.nq.le.0) stop "nr=0 or nq=0"
if(nko.le.0) stop "nko=0"
nryu=0
nqin=0
nkad=0
ngor=0
nminus=0
sama=0.0 ! 流域のみの合計面積(km2)
suma=0.0 ! 上流端流入の面積も含む全面積(km2)

c
do 10 i=1, nko
read(10, '(4x, 5i4, 10x, 4f10.0)') mmod(i), mwr(i)
* , los(i), lwr(i, 1), lwr(i, 2)
* , a1(i), a2(i), a3(i), a4(i)
nm1=mmod(i)-mmod(i)/10*10
if(nm1.eq.1) go to 11 !<--流域
if(nm1.eq.2) go to 12 !<--上流端
if(nm1.eq.3) go to 13 !<--河道追跡
if(nm1.eq.4) go to 14 !<--合流点
stop
11 nryu=nryu+1
area(nryu)=a1(i)
sama=sama+a1(i)
go to 10
12 nqin=nqin+1
arez(nqin)=a1(i) ! 上流端流入量についても面積を入力する
suma=suma+a1(i)
go to 10
13 nkad=nkad+1
cleg(nkad)=a2(i) ! L
alph(nkad)=a3(i) !  $\alpha$ 
cmm(nkad)=a4(i) ! m
if(los(i).ge.2) go to 10
c* 流域 q と河道 in が同じ場所を探す
if(lwr(i, 1).eq.mwr(i)) then
nminus=nminus+1
end if

```

```

    go to 10
14 continue
    ngor=ngor+1
10 continue
    suma=suma+sama
    nall=nryu*2+nkad*2+ngor+nqin-nminus
c
    if(nryu.le.0) stop '流域数>0 にすること'
c
c* 全地点の名前 read する (右詰めで入力した方がきれいに出力される)
    read(10,'(8(2x,a8))') (snam(i),i=1,nall)
c
c* 雨量データ read
    if(nryu.le.0) go to 7101
    do 29 i=1,nryu+1
    do 29 j=1,nq
    r(i,j)=0.0
29 continue
    read(10,*)
    do 20 j=1,nr
    read(10,'(50f10.0)') (r(i,j),i=1,nryu)
20 continue
c* readした雨量データを wr に格納
    nry=0
    do 21 nks=1,nko
    nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
    if(nm1.ne.1) go to 21
    nry=nry+1
    iw=mwr(nks)
    do 22 j=1,nr
    do 22 k=1,nl
    wr(iw,j,k)=r(nry,j)
22 continue
21 continue
c* 流域平均雨量計算
    do 723 j=1,nr
    r(nryu+1,j)=0.0
723 continue
    do 724 j=1,nr
    do 724 i=1,nryu
    r(nryu+1,j)=r(nryu+1,j)+r(i,j)*area(i)/sama
724 continue
    do 725 i=1,nryu
    rave(i)=0.0
    ir=0
    do 726 j=1,nr
    if(r(i,j).gt.0.) then
    rave(i)=rave(i)+r(i,j)
    ir=ir+1
    end if
726 continue
    rave(i)=rave(i)/float(ir) ! 流域ごとの平均雨量
    if(xrave.gt.0.) rave(i)=xrave ! 予測の時は通常 xrave を与えておく
725 continue
7101 continue
c* 上流端流入量データ read&格納
    if(nqin.le.0) go to 7102
    read(10,*)
    do 30 j=1,nq
    read(10,'(10f10.0)') (qd(i,j),i=1,nqin)
30 continue
    nzy=0
    do 31 nks=1,nko
    nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
    if(nm1.ne.2) go to 31
    nzy=nzy+1
    iw=mwr(nks)
    do 32 j=1,nq
    wr(iw,j,nl)=qd(nzy,j)
    if(j.eq.1) qq=qd(nzy,j)
    if(j.gt.1) qq=qd(nzy,j-1)
    dqz=(qd(nzy,j)-qq)/float(nl)
    do 166 k=1,nl
    wr(iw,j,k)=qq+dqz*float(k)
166 continue
32 continue
31 continue
7102 continue
c 各計算地点の上流全面積を求める areak(nko)
    asum=0.0
    iryu=0
    jqin=0
    icn=0
    ist=1
    do 950 nks=1,nko
    nm10=mmod(nks)/10+1 ! 本川・支川の区別
    nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
    if(nm10.eq.ist) go to 800
    if(nm10.lt.ist) go to 801

```

```

dare(ist)=asum
asum=0.0
ist=ist+1
go to 800
801 continue
asum=asum+dare(ist-1)
ist=ist-1
800 continue
go to ( 821, 822, 823, 824 ) , nm1
821 continue
iryu=iryu+1
asum=asum+area(iryu)
areak(nks)=area(iryu) ! 流域は常に最上流端である
go to 950
822 continue
jqin=jqin+1
asum=asum+arez(jqin)
areak(nks)=arez(jqin) ! 上流端なのだからその上流はない
go to 950
823 continue
icn=icn+1
824 continue
areak(nks)=asum
if(nm1.eq.4) go to 950
c
c 無次元領域で計算した k3, k4 を使って実領域の k3, k4 に換算する
amm=cmm(icn)
call kpxcal( amm, wk01, wk02, wp01, wp02 )
qm=hiq*3.6 ! mm/hr -->q* ハットのこ
c
c k3, k4 を m3, hr 系に換算する
an=areak(nks) ! A
e1=alph(icn)*cleg(icn) ! αL(河道長の単位は[km]では無く[m])
e2=cmm(icn) ! m
e3=an/3.6
e4=1000.*an
e5=e3**e2*e1*qm** (e2-wp01)/e4
e6=e3** (2.*e2-1.)/e4*e1*e1/3600.*qm** (2.*e2-wp02-1.)
vk3(icn)=wk01*e5 ! Kh3
zk4=wk02*e6 ! Kh4
vk4(icn)=1./zk4
vp3(icn)=wp01 ! p3
zp4(icn)=wp02 ! p4
950 continue
c
c*****
cs jysr=1 予測雨量を(現時刻を含む)前3時間平均雨量とし、自動計算する
cs jysr=0 予測雨量を read する (1流域分だけ入力し、全流域同一値とする)
cs jysr=2 予測雨量を read する (流域ごとに入力する)
cs jysr<0 完全予測雨量とする (予測雨量の入力なし)
c* alph1: model parameter error
c* alph2: system noise
c* alph3: 観測誤差 vk (観測誤差分散 rq=(ck*alph3)**2)
c* beta: initial value error
c* ap, bp: predicted rainfall error ap**2+l*rp**2bp
c*****
c
read(10, 104) jcon1, jysr, iyoso,
& nkse, (jkase(j), j=1, nkse)
if(iyoso.le.0) iyoso=6
read(10, 101) alph1, alph2, alph3, beta, ap, bp
if(alph1.gt.900.) read(10, 101) (alpc(i), i=1, 3) ! c11, c12, c13 の標準偏差を与えるとき
write(21, 401) alph1, alph2, alph3, beta, ap, bp, xrave, hiq
write(21, 402) ck1, ck2, (alpc(i), i=1, 3)
100 format(16i5)
101 format(8f10.0)
102 format(a80)
103 format(16f5.0)
104 format(2i2, 6x, 15i5)
108 format(10f8.0)
401 format(18x, 'alph1', alph2, 'alph3', beta,
* 8x, 'ap', 8x, 'bp', 5x, 'xrave', 7x, 'hiq', /13x, 8f10.3)
402 format(21x, 'ff', 8x, 'fc', 6x, 'alc1', 6x, 'alc2',
* , 6x, 'alc3' /13x, 5f10.3)
c
c+++++++ h-q 式とその数 nhc read+++++++
c* h0:H-Q 式の基準標高 q=a0(h+a1)^2 の h が、h0 からの高さを
c* 使うようになっていいるときに入力する
read(10, 105) nhc, h0
105 format(i5, 8f10.0)
write(21, 405) nhc, h0
405 format(13x, 'nhc=', i3, 10x, 'h0=', f9.3, 1x,
* 'q=a(h+b)^2', 10x, 'h=b0+b1*sqrt(q)' /
* 13x, 9x, 'a', 9x, 'b', 8x, 'b0', 8x, 'b1')
do 160 i=1, nhc
read(10, 101) ab0(i), ab1(i) ! q=ab0(i)*(h-h0+ab1(i))^2
bb0(i)=(ab1(i)-h0)
bb1(i)=1./sqrt(ab0(i))
write(21, 403) i, ab0(i), ab1(i), bb0(i), bb1(i)

```

```

403 format(10x, i2, 1x, 4f10. 4)
160 continue
    if(nhc. le. 4) then
    do 161 i=nhc+1, 5
161 write(21, 403) i
    end if
c
cccccccccc hq 式の交点を hc, qc とする ccccccccccccccccccc
    if(nhc. le. 1) go to 176
    do 163 i=1, nhc-1
    hc(i)= bb0(i)+bb1(i)*(bb0(i+1)-bb0(i))/(bb1(i)-bb1(i+1))
163 continue
    do 175 i=1, nhc-1
175 qc(i)=ab0(i)*(hc(i)+ab1(i)-h0)**2. ! m3/s
176 continue
c
c * 実測水位を read して流量変換する
    read(10, 107) ij
107 format(i2)
    if(ij. eq. 0) read(10, 101) (hh0(i), i=1, nq)
    if(ij. eq. 1) read(10, 108) (hh0(i), i=1, nq)
    do 168 i=1, nq
    jj=1
    if(nhc. le. 1) go to 223
    do 222 k=1, nhc-1
    jj=k
    if(hh0(i). lt. hc(k)) go to 223
222 continue
    jj=nhc
223 continue
    qz(i)=(hh0(i)-bb0(jj))/bb1(jj)**2.
    if(qz(i). lt. 0.) then
    write(6, 6771) i, jj, hh0(i), bb0(jj), bb1(jj), qz(i)
6771 format(2i4, 4f10. 3)
    stop "hq 変換後流量が負になる"
    end if
    if(i. eq. 1) qq=qq+qz(i)
    if(i. gt. 1) qq=qq+qz(i-1)
    dqz=(qz(i)-qq)/float(n1)
    do 167 k=1, n1
    wr(na11+1, i, k)=qq+dqz*float(k)
167 continue
168 continue
    do 190 i=1, nq
    qq(i)=qz(i)*3. 6/suma ! mm/h
190 continue
c
c * 予測雨量
    if(jysr. eq. 1) then ! 流域ごとに流域平均雨量の前3時間平均雨量を予測雨量とする
    do 164 i=1, nryu
    do 164 j=1, nrp
    if(j. eq. 1) rp(i, j, 1)=r(i, j)
    if(j. eq. 2) rp(i, j, 1)=(r(i, j-1)+r(i, j))/2.
    if(j. ge. 3) rp(i, j, 1)=(r(i, j-2)+r(i, j-1)+r(i, j))/3.
    do 164 k=2, iyoso
    rp(i, j, k)=rp(i, j, 1)
164 continue
    elseif(jysr. eq. 0) then ! 予測雨量を1ケース入力して全流域同一値にする
    read(10, *)
    do 180 j=1, nrp
    read(10, '(24f8. 0)') (rp(1, j, k), k=1, iyoso)
180 continue
    do 181 i=2, nryu
    do 181 j=1, nrp
    do 181 k=1, iyoso
    rp(i, j, k)=rp(1, j, k)
181 continue
    elseif(jysr. eq. 2) then ! 予測雨量を入力値にする -->流域の数だけ入力する
    do 182 i=1, nryu
    read(10, *)
    do 182 j=1, nrp
    read(10, '(24f8. 0)') (rp(i, j, k), k=1, iyoso)
182 continue
    elseif(jysr. lt. 0) then ! 完全予測雨量にする
    do 183 i=1, nryu
    do 183 j=1, nrp
    do 183 k=j+1, j+iyoso
    rp(i, j, k-j)=r(i, k)
183 continue
    end if
c
c * 予測上流端流入量
    if(nqin. gt. 0) then ! 予測上流端流入量を与える(readする)
    do 189 j=1, nqin
    read(10, *)
    do 189 i=1, nq
    read(10, '(24f10. 0)') (qdp(i, j, k), k=1, iyoso)
189 continue
    end if

```

```

        return
    end
c
c*****
    subroutine xtoh(y, py, x)
c
c    x1=>h and cal. error of predicted water level
c    y: 流出高の期待値
c    py: 流出高の誤差分散
c-----
    include 'yosokufcj.cmn'
    dimension x(253), h(253, 253), aa(253, 253), bb(253, 253)
    dimension ppy(253, 253), kkb(5)
c
    do 110 i=1, nx
    do 110 j=1, nx
110 h(i, j)=0.0
c    H行列の成分を指定
    y=0.0
    ist0=1
    iryu=nryu
    icn=nkad
    kry=0
    kka=0
    kkc=0
    do 301 i=1, 5
301 kkb(i)=0
    iat=ist0
    do 302 nks=nko, 1, -1
    call eqsys(nks, nm1, ist0, iat, iryu, icn, kry,
    * kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh, x)
    if(kkd.ge.1.or.nm1.eq.4) go to 302
    if(nm1.eq.2) then
        iw=mwr(nks)
        p2h=1.0
        ah=areak(nks)
        xh=zc(iw)*3.6/ah ! mm/hr
        go to 304
    end if
    h(1, ihh)=xh**(1./p2h-1.)/p2h*ah/suma
304 continue
    y=y+xh**(1./p2h)*ah/suma ! mm/hr 予測流出高
    if(mod(nks).eq.3) go to 333
302 continue
333 continue
c
    call matmul(1, nx, nx, h, pp, aa)
    call matt(1, nx, h, bb)
    call matmul(1, nx, 1, aa, bb, ppy)
    py=ppy(1, 1) ! 予測流出高の誤差分散(mm/hr)^2
c *
    return
    end
c
c=====
    subroutine store(11)
c *** 予測結果の格納 ***
c
    include 'yosokufcj.cmn'
    do 100 i=1, iyoso
    zqm=suma /3.6*ypr(i) ! m3/s
c
    call qtoh(jj, zqm, zh) ! 流量から水位への変換
c
    qf(11, i)=zqm
    hf(11, i)=zh
    sdh=0.0
    if(yva(i).lt.0.0) go to 110
    sdq=(suma/3.6)*sqrt(yva(i)) ! 予測流量の標準偏差
    sdh=bb1(jj)/2.*suma/3.6*sqrt(yva(i)/zqm) ! 予測水位の標準偏差
110 continue
cx    hl(11, i)=hf(11, i)-sdh !標準偏差
cx    hu(11, i)=hf(11, i)+sdh
    ql(11, i)=qf(11, i)-1.645*sdq !流量の90%信頼区間
    qu(11, i)=qf(11, i)+1.645*sdq
    hl(11, i)=hf(11, i)-1.645*sdh !水位の90%信頼区間
    hu(11, i)=hf(11, i)+1.645*sdh
100 continue
    return
    end
c
c=====
    subroutine fileo
c *** 予測結果ファイル出力 ***
c
    include 'yosokufcj.cmn'
    np=nq
c
    call gosa

```

```

c
  write(21,661) (rmse(j), j=1, 6)
  write(21,664) (qnash(j), j=1, 6)
  write(21,662) (ajre(j), j=1, 3)
  write(21,663) (ajpe(j), j=1, 3)
661 format(49x, 'rmse', 6f10.5)
664 format(49x, 'nash', 6f10.5)
662 format(49x, 'jre', 3f10.5)
663 format(49x, 'jpe', 3f10.5)
c
  write(21,*) '水位予測結果'
  write(21,625)
  write(22,*) '流量予測結果'
  write(22,625)
625 format(56x, 'predict', 25x, '2*1.645σ', 20x, 'm-1.645σ', 21x,
* 'm+1.645σ', 4x, 'm d h', 6x, 'rain', 4x,
* 'observ before after', 4(5x, '1hr', 7x, '2hr', 7x, '3hr', 2x))
  do 100 i=1, np
    write(21,634) i, kkm(i), kd(i), kh(i), r(nryu+1, i), hh0(i), zbkal(i)
* , zakal(i), (hf(i, j), j=1, 3), (hu(i, j)-hf(i, j), j=1, 3)
* , (hl(i, j), j=1, 3), (hu(i, j), j=1, 3)
    write(22,634) i, kkm(i), kd(i), kh(i), r(nryu+1, i), qz(i)
* , qbkal(i)*(suma/3.6), qakal(i)*(suma/3.6), (qf(i, j), j=1, 3)
* , (qu(i, j)-qf(i, j), j=1, 3), (ql(i, j), j=1, 3), (qu(i, j), j=1, 3)
100 continue
634 format(4i3, 1x, f10.2, 3f10.3, 4(3f10.3))
  return
  end
c
c#####
  subroutine no2kal(ll, lt, k, re, x)
c *** 予測・伝達計算 ***
c      nonlinear storage function model
c      s = k1*q**p + k2*dq/dt
c      extrapolation equation of kalman filter
c      linearization of nonlinear vector equation
c      x(k+1) = phi*x(k) + gamma*d(k)
c-----
  include 'yosokufcj.cmn'
  dimension x(253), y(253), re(50)
  dimension dm(253, 253), bb(253, 253), cc(253, 253)
c*
  do 130 i=1, nx
  do 130 j=1, nx
  dm(i, j)=0.0
  ax(i, j)=0.0
  amx(i, j)=0.0
130 fmx(i, j)=0.0
c
  iryu=0
  icn=0
  nzy=0
  do 950 nks=1, nko
  nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
  go to ( 221, 222, 223, 950 ), nm1
221 continue
c* 流域流出計算
  iryu=iryu+1
  rain=re(iryu)
  call ryuik(iryu, rain, x)
  go to 950
222 continue
c* 上流端流入計算
  nzy=nzy+1
  iw=mwr(nks)
  zr(iw)=wr(iw, ll, k)
  if(lt.gt.0) then
    if(lt.eq.1) qqq=qd(nzy, ll)
    if(lt.gt.1) qqq=qdp(ll, nzy, lt-1)
    dqz=(qdp(ll, nzy, lt)-qqq)/float(nl)
    zr(iw)=qqq+dqz*float(k)
  end if
  go to 950
c* 河道追跡&合流計算
223 continue
  icn=icn+1
  call chase(nks, icn, x)
950 continue
c
c* d2 を求める
  call matmul(nx, nx, 1, amx, ax, cc)
  call matsub(nx, 1, fmx, cc, dm)
c
c* 線形方程式の差分化
c* dx/dt=ax+d => x(k+1)=f(k)x(k)+g(k)d(k)
  call risan
c
c      ..... calculation of state variables .....
  do 140 i=1, n

```

```

        y(i)=0.0
        do 145 j=1, nx
145    y(i)=y(i)+f(i, j)*ax(j, 1)
        do 150 j=1, nx
150    y(i)=y(i)+g(i, j)*dm(j, 1)
140    continue
c
        do 160 i=1, n
            x(i)=y(i)
            if(mod(i, 2).eq.1 .and. x(i).lt.0.0) x(i)=0.0
160    continue
c
c      ..... extrapolation equation .....
c      pp(i, j) : extrapolation of covariance matrix
c* 誤差共分散行列の伝達 p(k+1)=Φ(k)p(k)Φt(k)
        call matmul(nx, nx, nx, f, pp, bb)
        call matt(nx, nx, f, cc)
        call matmul(nx, nx, nx, bb, cc, pp)
c
        return
        end
c
c =====
c      subroutine ryuik(iryu, rain, x)
c *** 分割流域における流出計算 ***
c      include 'yosokufcj.cmn'
c      dimension x(253)
c
        k1=(iryu-1)*2+1
        k2=iryu*2
        wk1=2.8235*ac2*area(iryu)**0.24
        zk2=0.2835*wk1*wk1*rave(iryu)**(-0.2648)
        wk2=1./zk2
c
        c1=0.0
        c2=0.0
        c3=0.0
        c4=0.0
        y1=x(k1)
        y2=x(k2)
        if(y1.le.0.0) go to 100
        c1=y1**(wp1*wp2-1.0)
        c2=y1**(wp1*wp2-2.0)
        c3=y1**(wp2-1.0)
        c4=y1**wp2
100    continue
        e1 = wk1*wk2*wp1*wp2
        e2 = wp1*wp2
c* dx/dt=a(x)*x+d(x)
c* f(x)=>fmx, a(x)=>amx, x=>ax
        amx(k1, k2)=1.0
        amx(k2, k1) = -e1*(e2-1.0)*c2*y2-wk2*wp2*c3
        amx(k2, k2) = -e1*c1
        fmx(k1, 1)=y2
        fmx(k2, 1)=-e1*c1*y2-wk2*c4+ac1*rain*wk2
        ax(k1, 1)=y1
        ax(k2, 1)=y2
        go to ( 1, 2, 3, 4 ), kase
2      continue
        amx(k2, i2+iryu-1)=ac1*wk2
        ax(i2+iryu-1, 1)=rain
        x(i2+iryu-1)=rain
        go to 2
3      continue
        amx(k2, i1+iryu-1)=ac1*wk2
        ax(i1+iryu-1, 1)=rain
        x(i1+iryu-1)=rain
        go to 1
2      continue
        amx(k2, i1 )=rain*wk2          ! r/k2=df2/df
c* *** df2/dfc=df2/dk1*dk1/dfc+df2/dk2*dk2/dk1*dk1/dfc
        amx(k2, i1+1)=(e1*c1*y2+2.*wk2*c4-2.*ac1*rain*wk2)/ac2
        ax(i1 , 1)=ac1
        ax(i1+1, 1)=ac2
        x(i1 )=ac1
        x(i1+1)=ac2
1      continue
        return
        end
c
c =====
c      subroutine chase(nks, icn, x)
c *** 河道流入量 qo の設定 ***
c      上流端流入は現ステップ t=k の値を入力する
c
        include 'yosokufcj.cmn'
        dimension x(253), kkb(5)
c
        an=areak(nks)

```

```

l1=nryu*2+icn*2-1
l2=l1+1
wk3=vk3(icn)
wp3=vp3(icn)
wk4=vk4(icn)
wp4=1./zp4(icn)
c
ist0=mmod(nks)/10+1
iryu=0
do i=nks-1,1,-1
nn1=mmod(i)-mmod(i)/10*10
if(nn1.eq.1) then
iryu=iryu+1
end if
end do
rain=0.0
icm=icn-1
kry=0
kka=0
kkc=0
do 309 i=1,5
309 kkb(i)=0
iat=ist0
do 304 i=nks-1,1,-1
call eqsys(i,nn1,ist0,iat,iryu,icm,kry,
* kka,kkb,kkc,kkd,ihh,p2h,ah,xh,x)
if(kkd.eq.2) go to 304
if(kkd.eq.1.or.nn1.eq.4) go to 304
if(nn1.eq.2) then
iw=mwr(i)
p2h=1.0
ah=areak(i)
xh=zr(iw)*3.6/ah ! mm/hr
go to 303
end if
amx(l2,ihh)=wk4/p2h*xh**(1./p2h-1.)*ah/an
303 continue
rain=rain+xh**(1./p2h)*ah/an ! t-1
304 continue
305 continue
c
con=wk3*wk4*wp3*wp4
a=0.0
c=0.0
d=0.0
e=0.0
y1=x(l1) ! t-1 の値
y2=x(l2)
if(y1.gt.0.0) go to 12
if(y1.lt.0.0) y1=0.0
go to 14
12 a=y1**(wp3*wp4-2.)
c=y1**(wp4-1.)
d=y1**(wp3*wp4-1.)
e=y1**wp4
14 continue
a1=-con*(wp3*wp4-1.)*a*y2-wk4*wp4*c
a2=-con*d
amx(l1,l2)=1.0
amx(l2,l1)=a1
amx(l2,l2)=a2
fmx(l1,1)=y2
fmx(l2,1)=-con*d*y2-wk4*e+rain*wk4 ! rainは t-1 の値
ax(l1,1)=y1 ! xt-1
ax(l2,1)=y2
return
end
c
c =====
subroutine kpxcal( amm,ak1,ak2,ap1,ap2 )
c *** 河道追跡貯留関数モデル定数算定の近似式 ***
c
dimension a(0:3),b(0:4,4),c(0:4,4),d(0:4,4),e(0:4,4)
data b / 0.8545, -4.8430, 33.8238, -72.2531, 49.7646
1 , 0.2404, -1.1777, 8.0276, -16.2876, 9.8026
2 , 0.5844, 0.9107, -32.9092, 96.5526, -80.2872
3 , -0.3999, 10.4083, -47.3310, 71.7788, -31.9668 /
data c / 0.5229, 22.7545, -154.6917, 327.8772, -224.9687
1 , 1.0848, 23.9708, -126.7464, 230.5159, -124.7640
2 , -0.9989, -18.7643, 216.3786, -546.4481, 422.4272
3 , 1.3325, -34.6802, 151.6250, -223.8849, 95.8506 /
data d / -0.8426, -39.5757, 249.2689, -512.7692, 345.5463
1 , 0.1929, -19.1466, 90.2282, -157.3522, 79.5772
2 , 2.7263, 53.1813, -427.1458, 976.2463, -713.3760
3 , -0.7202, 24.5035, -98.6764, 138.5036, -52.1388 /
data e / 0.2763, 22.4122, -130.0060, 259.4679, -171.6907
1 , 0.0000, 0.0000, 0.0000, 0.0000, 0.0000
2 , -1.1199, -37.4282, 249.4726, -535.5305, 376.2721
3 , 0.0000, 0.0000, 0.0000, 0.0000, 0.0000 /

```

```

c
tar=0.5
call a03cal ( a(0), b(0,1), c(0,1), d(0,1), e(0,1), tar )      ! K3
ak1 = a(0)+a(1)*amm+a(2)*amm**2.+a(3)*amm**3.
c
call a03cal ( a(0), b(0,2), c(0,2), d(0,2), e(0,2), tar )      ! K4
ak2 = a(0)*exp(a(1)*amm+a(2)*amm**2.)
c
call a03cal ( a(0), b(0,3), c(0,3), d(0,3), e(0,3), tar )      ! p3
ap1 = a(0)+a(1)*amm+a(2)*amm**2.+a(3)*amm**3.
c
call a03cal ( a(0), b(0,4), c(0,4), d(0,4), e(0,4), tar )      ! p4
ap2 = a(0)+a(1)*amm+a(2)*amm**2.
c
return
end
c
=====
c
subroutine a03cal ( a, b, c, d, e, tar )
c *** 河道追跡貯留関数モデル定数算定の近似式 ***
c
dimension a(0:3), b(0:4), c(0:4), d(0:4), e(0:4)
a(0) = b(0)+b(1)*tar+b(2)*tar**2.+b(3)*tar**3.+b(4)*tar**4.
a(1) = c(0)+c(1)*tar+c(2)*tar**2.+c(3)*tar**3.+c(4)*tar**4.
a(2) = d(0)+d(1)*tar+d(2)*tar**2.+d(3)*tar**3.+d(4)*tar**4.
a(3) = e(0)+e(1)*tar+e(2)*tar**2.+e(3)*tar**3.+e(4)*tar**4.
c
return
end
c
=====
c
subroutine risan
c *** 線形方程式の差分法 ***
c
include 'yosokufcj.cmn'
c* dx/dt=ax+b => x(k+1)=f(k)x(k)+g(k)b(k)
dimension um(253,253), at(253,253)
dimension aw(253,253), bw(253,253), cw(253,253)
c
t=hx
c* テイラー展開の項数計算
atmax=0.
do 100 i=1, nx
do 100 j=1, nx
at(i,j)=amx(i,j)*t
ata=abs(at(i,j))
if(ata.gt.atmax) atmax=ata
100 continue
c* matrix 要素の大きさにかかわらず項数一定
rm=4.
km=4
c
c* 単位行列
call mati(nx, um)
c* x(k+1)=f(k)*x(k)+g(k)*b(k) f(k), g(k)の計算
c
if(km.eq.1) then
call matad(nx, nx, um, at, f)
call matc(nx, nx, um, t, g)
else
ao=1./rm
call matc(nx, nx, at, ao, aw)
call matad(nx, nx, aw, um, bw)
if(km.eq.2) go to 130
do 140 j=km-1, 2, -1
bo=1./float(j)
call matc(nx, nx, at, bo, aw)
call matmul(nx, nx, nx, aw, bw, cw)
call matad(nx, nx, cw, um, bw)
140 continue
130 call matmul(nx, nx, nx, at, bw, cw)
call matad(nx, nx, cw, um, f)
call matc(nx, nx, bw, t, g)
endif
return
end
c
=====
c
subroutine no2upd (ll, z, x)
c *** カルマン・フィルターによる更新方程式 ***
c update equation of kalman filter
c
=====
c
include 'yosokufcj.cmn'
dimension x(253), h(253,253)
dimension w1(253,253), w2(253,253), w3(253,253)
dimension gain(253,253), ht(253,253)
dimension kkb(5)
c

```

```

c* 更新前流出高
  zq=wr (na11, 11, n1)          ! m3/s
  qbkal (11)=zq*3.6/suma        ! mm/h
  sqq=sqrt(zq)
c* 計算流量を水位変換するための jj を計算する
  jj=1
  if(nhc.le.1) go to 9
  do 8 i=1, nhc-1
  jj=i
  if(zq.lt.qc(i)) go to 9
  8 continue
  jj=nhc
  9 continue
c
  zcal=bb0(jj)+bb1(jj)*sqq      ! 水位 elm
  zbkal(11)=zcal                ! elm
  err=z-qbkal(11)              ! mm/h
c
c gain : kalman gain
c* 観測方程式の線形化
  do 110 i=1, nx
  do 110 j=1, nx
110 h(i, j)=0.0
c H行列の成分を指定
  ist0=1
  iryu=nryu
  icn=nkad
  kry=0
  kka=0
  kkc=0
  do 309 i=1, 5
309 kkb(i)=0
  iat=ist0
  do 304 nks=nko, 1, -1
  call eqsys(nks, nm1, ist0, iat, iryu, icn, kry,
  * kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh, x)
  if(kkd.ge.1.or.nm1.eq.2.or.nm1.eq.4) go to 304
  h(1, ihh)=xh*(1./p2h-1.)/p2h*ah/suma
  if(mmod(nks).eq.3) go to 305
304 continue
305 continue
c* カルマン・ゲイン行列の計算
  call matmul(1, nx, nx, h, pp, w1)
  call matt(1, nx, h, ht)
  call matmul(1, nx, 1, w1, ht, w3)
c* rq: 観測誤差
  ck=qbkal(11)
  rq=ck*alph3*ck*alph3        ! 観測誤差分散
c
  hphtr=w3(1, 1)+rq
  w2(1, 1)=1./hphtr
c
  call matmul(nx, nx, 1, pp, ht, w1)
  call matmul(nx, 1, 1, w1, w2, gain)
c
c ..... update state variables .....
c* 状態量の更新 x(+)
  do 120 i=1, nc
  x(i)=x(i)+gain(i, 1)*err
  if(i.gt.nc) go to 120
  if(mod(i, 2).eq.1.and.x(i).lt.0.) x(i)=0.0
120 continue
c* 更新後流出高
  qakal(11)=0.0
  ist0=1
  iryu=nryu
  icn=nkad
  kry=0
  kka=0
  kkc=0
  do 306 i=1, 5
306 kkb(i)=0
  iat=ist0
  do 307 nks=nko, 1, -1
  call eqsys(nks, nm1, ist0, iat, iryu, icn, kry,
  * kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh, x)
  if(kkd.ge.1.or.nm1.eq.4) go to 307
  if(nm1.eq.2) then
    iw=mwr(nks)
    p2h=1.0
    ah=areak(nks)
    xh=wr(iw, 11, n1)*3.6/ah      ! mm/hr
  end if
  qakal(11)=qakal(11)+xh*(1./p2h)*ah/suma ! mm/hr
  if(mmod(nks).eq.3) go to 308
307 continue
308 continue
  zq=qakal(11)*suma/3.6        ! m3/s
  sqq=sqrt(zq)

```

```

c* 計算流量を水位変換するための jj を計算する
      jj=1
      if(nhc.le.1) go to 6
      do 7 i=1,nhc-1
        jj=i
        if(zq.lt.qc(i)) go to 6
      7 continue
      jj=nhc
      6 continue
c
      zcal=bb0(jj)+bb1(jj)*sqq
      zakal(11)=zcal
c
c      ..... update parameters .....
c* 誤差分散行列の更新
c* (i-kh)*p
      call mati(nx,w1)
      call matmul(nx,1,nx,gain,h,w2)
      call matsub(nx,nx,w1,w2,w3)
      call matmul(nx,nx,nx,w3,pp,w2)
c* p(+)
      do 111 i=1,nx
        do 111 j=1,nx
          111 pp(i,j)=w2(i,j)
c
c* モデル定数のオンライン更新(jconl=1)
      go to (21,23,21,23),kase
      23 continue
      go to (21,22) jconl+1
      22 continue
      ac1=x(i1)
      ac2=x(i1+1)
c
      21 continue
      return
      end
c
c =====
      subroutine shoki(qinit,x)          ! qinit=qq(1)
c *** 初期値誤差設定 ***
c      initial values for implementing kalman filter
c
      include 'yosokufcj.cmn'
      dimension x(253),ca(3)
c
c      ..... initial values of state variables .....
c      x(1) : initial discharge (input)
      ca(1)=ac1
      ca(2)=ac2
c *
      do 300 i=1,n      !=(nryu+nkad)*2
        x(i)=0.0
        iii=(i-nryu*2-1)/2+1
        gp2=zp2
        if(i.gt.nryu*2) gp2=zp4(iii)
        if(mod(i,2).eq.1) x(i)=qinit**gp2      ! mm/hr 全地点同じ値で問題なし
      300 continue
c
      call wrcal(1,n1,x)      !初期値を wr に代入
c
c* 推定誤差共分散 pp の初期値
      do 400 i=1,nx
        do 400 j=1,nx
          pp(i,j) = 0.0
          if(j.eq.i) then
            if(mod(j,2).eq.1) pp(i,j) = (x(j)*beta)**2.      ! システム
            if(mod(j,2).eq.0) pp(i,j) = pp(i-1,j-1)
          end if
        400 continue
        if(n1.gt.0) then
          k=0
          do i=i1,i1+n1-1
            k=k+1
            pp(i,i)=(alph1*ca(k))**2.      ! モデル
            if(alph1.gt.900.) pp(i,i)=alpc(k)**2.
          end do
        end if
c
c      q(i,j) : system error covariance
c *
      do 420 i=1,n
        do 420 j=1,n
          q(i,j) = 0.0      ! システム誤差分散の初期値
        420 continue
      return
      end
c
c =====
cc      subroutine mati(n,a)
c* 単位行列の作成

```

```

        dimension a(253, 253)
        do 100 i=1, n
        do 100 j=1, n
100 a(i, j)=0.
c
        do 110 i=1, n
110 a(i, i)=1.0
        return
        end
c
c =====
        subroutine matt(m, n, a, b)
c* 転置行列の作成
        dimension a(253, 253), b(253, 253)
        do 10 i=1, m
        do 10 j=1, n
            b(j, i)=a(i, j)
        10 continue
        return
        end
c
c =====
        subroutine matad(m, n, a, b, c)
c* 行列の和
        dimension a(253, 253), b(253, 253), c(253, 253)
        do 100 i=1, m
        do 100 j=1, n
            c(i, j)=a(i, j)+b(i, j)
        100 continue
        return
        end
c
c =====
        subroutine matc(m, n, a, c, b)
c* 行列の定数倍
        dimension a(253, 253), b(253, 253)
        do 100 i=1, m
        do 100 j=1, n
        100 b(i, j)=a(i, j)*c
        return
        end
c
c =====
        subroutine matmul(l, m, n, a, b, c)
c* 行列の積
        dimension a(253, 253), b(253, 253), c(253, 253)
        do 10 i=1, l
        do 20 j=1, n
            c(i, j)=0.
            do 30 k=1, m
                c(i, j)=c(i, j)+a(i, k)*b(k, j)
            30 continue
        20 continue
        10 continue
        return
        end
c
c =====
        subroutine matsub(m, n, a, b, c)
c* 行列の差
        dimension a(253, 253), b(253, 253), c(253, 253)
        do 100 i=1, m
        do 100 j=1, n
            c(i, j)=a(i, j)-b(i, j)
        100 continue
        return
        end
c
c =====
        subroutine gosa
c *** 誤差指標の計算 ***
c
        include 'yosokufc.j.cmn'
        dimension sa(300, 6), sa1(300, 6), u(3), k(3), nrmse(3)
& , h0tot(3), hh01(300), h0tot1(3)
        ko=1
        uo=0.0
        ii=0
        do i=1, 3
            k(i)=1
            u(i)=0.0
            nrmse(i)=0
        end do
        do i=1, 300
            do j=1, 6
                sa(i, j)=0.0
                sa1(i, j)=0.0
            end do
        end do

```

```

c
do 10 i=1,nq
  h0tots=h0tots+hh0(i)
  if(hh0(i).ge.hlm) then
    h0tots1=h0tots1+hh0(i)
    i=i+1
    hh01(i)=hh0(i)
  end if
  if(uo.lt.hh0(i)) then
    uo=hh0(i)
    ko=i
  endif
do 10 j=1,3
  if(u(j).lt.hf(i,j)) then
    u(j)=hf(i,j)
    k(j)=i+j
  endif
10 continue
  h0tot(1)=h0tots-hh0(1)
  h0tot(2)=h0tot(1)-hh0(2)
  h0tot(3)=h0tot(2)-hh0(3)
  h0tot1(1)=h0tots1-hh01(1)
  h0tot1(2)=h0tot1(1)-hh01(2)
  h0tot1(3)=h0tot1(2)-hh01(3)
do 11 j=1,3
do 11 i=j+1,nq
  sa(i,j)=hh0(i)-hf(i-j,j)
  sa1(i,j)=hh0(i)-(h0tot(j)/float(nq-j))
  if(hh0(i).ge.hlm) then ! hh0>hlm の範囲で rmse と N-S 指標を算定する
    sa(i,j+3)=hh0(i)-hf(i-j,j)
    sa1(i,j+3)=hh0(i)-(h0tot1(j)/float(ii-j))
    nrmse(j)=nrmse(j)+1
  endif
11 continue
c
do 22 j=1,3
  s1=0.0
  s2=0.0
  s3=0.0
  s4=0.0
  s5=0.0
do 20 i=j+1,nq
  s1=s1+sa(i,j)**2.
  s2=s2+abs(sa(i,j)/hh0(i))
  s3=s3+sa(i,j+3)**2.
  s4=s4+sa1(i,j)**2.
  s5=s5+sa1(i,j+3)**2.
20 continue
  rmse(j)=sqrt(s1/float(nq-j)) !RMSE
  rmse(j+3)=sqrt(s3/float(nrmse(j)))
  qnash(j)=1.0-(s1/s4) !N-S 指標
  qnash(j+3)=1.0-(s3/s5)
  ajre(j)=s2/float(nq-j) !Jre (ハイドログラフ相対誤差)
  ajpe(j)=(u(j)-uo)/uo !Jpe (ピーク相対誤差)
  jtpe(j)=k(j)-ko !予測値と観測値のピーク生起時間の差
22 continue
return
end

c
c =====
c subroutine qtoh(jj,zq,zh)
c *** H-Q 式により Q を H に変換 ***
c
include 'yosokufc.j.cmn'
jj=1
if(nhc.le.1) go to 263
do 262 i=1,nhc-1
  jj=i
  if(zq.lt.qc(i)) go to 263
262 continue
jj=nhc
263 continue
zh=bb0(jj)+bb1(jj)*sqrt(zq)
return
end

c
c =====
c subroutine eqsys(nks,nm1,ist0,ist,iryu,icn,kry,
* kka,kkb,kkc,kkd,ihh,p2h,ah,xh,x)
c *** 各地点の合流定式化と予測地点の観測方程式定式化 ***
c
include 'yosokufc.j.cmn'
dimension x(253),kkb(5)
c
kkd=0
nm10=mmod(nks)/10+1
nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
if(nm10.eq.ist) go to 200
if(nm10.lt.ist) go to 201

```

```

cx 次の次数の支川に移る。
  kkb(ist)=kka
  ist=ist+1
  go to 200
cx 前の次数の支川に戻る。
201 continue
  if(nm10.lt.ist0) go to 202
  kkb(ist)=kka
  ist=ist-1
  kka=kkb(ist)
  go to 200
202 continue
  kkd=2
  go to 300
200 continue
  go to ( 221,222,223,300 ) ,nm1
221 continue ! 流域
  kry=kry+1
  if(kka.gt.0) go to 298
  kry=iryu-kry+1
  p2h=zp2
  ah=area(kryu)
  ihh=2*kryu-1
  xh=x(ihh)
  go to 300
222 continue ! 上流端流入量
  if(kka.gt.0) go to 298
  go to 300
223 continue ! 河道追跡&合流計算
  kkc=kkc+1
  if(kka.gt.0) go to 298
  kkad=icn-kkc+1
  kka=kka+1
  p2h=zp4(kkad)
  ah=areak(nks)
  ihh=2*(nryu+kkad)-1
  xh=x(ihh)
  go to 300
298 continue
  kkd=1
300 continue
  return
  end

c
c =====
c      subroutine wrcal(l1,k,x)
c *** 全地点の流出量を計算し、wrに記憶する ***
c
c      include 'yosokufcj.cmn'
c      dimension x(253)
c      iryu=0
c      icn=0
c      do 940 nks=1,nko
c      na1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
c      go to ( 221,940,223,223 ) , na1
221 continue ! 流域
  iw=mwr(nks)+1
  iryu=iryu+1
  k1=2*iryu-1
  wr(iw,l1,k)=x(k1)**wp2*area(iryu)/3.6
  go to 940
223 continue ! 直下流が河道でない合流点または河道
  iw=mwr(nks)
  s=0.0
  do 941 i=1,los(nks)
  jw=lwr(nks,i)
  s=s+wr(jw,l1,k)
941 continue
  wr(iw,l1,k)=s
  if( na1.eq.4 ) go to 940
  iw=mwr(nks)+1
  icn=icn+1
  k1=2*nryu+2*icn-1
  wr(iw,l1,k)=x(k1)**(1./zp4(icn))*areak(nks)/3.6
940 continue
  return
  end

```

▼共通 COMMON 文(フォートラン)

```

c** yosokufcj.cmn **
common /var1/ n,n1,n2,nx,nc,i1,i2,i3
common /var2/ kase,jcon1,nkse,jysr,iyoso,jkase(4)
common /st1/ wp1,wp2,zp2,ac1,ac2,ac3
common /st2/ hx,h2,h3,h4
common /st3/ alph1,alph2,alph3,beta,beta2,alpc(3),ap,bp

```

```

common /st5/ ab0(8), ab1(8), bb0(8), bb1(8)
common /st6/ hc(8), qc(8), nhc, h0
common /st7/ pp(253, 253), q(253, 253), ypr(24), yva(24)
common /st4/ fmx(253, 253), amx(253, 253), ax(253, 253)
common /st8/ f(253, 253), g(253, 253)
common /st9/ hlm, rmse(6), ajre(3), ajpe(3), jtpe(3), qnash(6)
common /outp/ hh0(300), hf(300, 24), hu(300, 24), hl(300, 24)
*
, zbkal(300), zakal(300), qq(300)
common /outpq/ qf(300, 24), qu(300, 24), ql(300, 24), qbkal(300)
*
, qakal(300)
common /time/ kkm(300), kd(300), kh(300)
common /date/ iy0, im0, id0, ih0, nr, nq, nl
common /data2/ suma, area(50), arez(50), areak(350), dare(5)
common /discha/ r(51, 300), qz(300), wr(350, 300, 20), rave(50), qb
common /mod1/ nko, nryu, nqin, nkad, ngor, nall
common /mod2/ mmod(160), mwr(160), los(160), lwr(160, 2)
common /st10/ ck1, ck2, cc3, ramd, xrave, hiq, dt
common /st11/ cleg(50), alph(50), cmm(50)
common /st13/ vk3(50), vk4(50), vp3(50), zp4(50)
common /st14/ qd(10, 300), qdp(300, 10, 24), zr(350), rp(50, 300, 24)

```

▼入力データ例① 湧別川・丸瀬布における洪水流出予測計算)

H. 13. 9. 10	湧別川	丸瀬布	FC	複合流域	H. 12HQ				
12	3600	3.0	0.5		<--nl, DT, xrave, hiq				
0.6000	2.9200				<--F0(CK1), Fc0(CK2)				
2001 09 10 10					<--iy, im, id, ih				
110 110					<--nr, nq				
12					<--nko				
1 1 1 0 0 0	1-Ryu	130.17	0.	0.	0.				
2 1 3 0 0 0	2-Ryu	143.80	0.	0.	0.				
3 3 5 2 2 4	A-Kado	0.0	20500.	1.3834	0.6765				
4 1 7 0 0 0	3-Ryu	82.94	0.	0.	0.				
5 4 9 2 6 8	1-Gou	0.0	0.	0.	0.				
6 11 10 0 0 0	4-Ryu	280.31	0.	0.	0.				
7 13 11 1 11 0	B-Kado	0.0	7300.	1.5532	0.6642				
8 11 13 0 0 0	5-Ryu	44.18	0.	0.	0.				
9 14 15 2 12 14	2-Gou	0.0	0.	0.	0.				
10 4 16 2 9 15	3-Gou	0.0	0.	0.	0.				
11 1 17 0 0 0	6-Ryu	120.60	0.	0.	0.				
12 4 19 2 16 18	4-Gou	0.0	0.	0.0	0.0				
1-R	1-Q	2-R	2-Q	A-IN	A-OT	3-R	3-Q		
1-Gou	4-R	B-IN	B-OT	5-R	5-Q	2-Gou	3-Gou		
6-R	6-Q	丸瀬布							
1-リュウイ	2-リュウイ	3-リュウイ	4-リュウイ	5-リュウイ	6-リュウイ				
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00				
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00				
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00				
0.00	0.00	0.30	0.00	0.60	0.21				
0.00	0.00	0.18	0.50	0.47	0.79				
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00				
0.56	0.14	1.00	0.66	1.00	1.00				
4.00	4.00	4.05	4.00	4.07	4.39				
4.56	4.14	3.97	2.64	2.26	3.40				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮				
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00				
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00				
1 1	3 1	4 0	0 0	<--jcon1, jysr, iyoso, nkse, (jkase(j), j=1, nkse)	1.135	0.88	<--alpha1, alpha2, alpha3, beta, ap, bp		
0.20	0.10	0.10	0.10						
2	0	<--NHC H12のH-Q式							
32.86	-173.56	曲線 I							
27.06	-173.38	曲線 II							
1	<--format(1:10F8.0, 0:8F10.0)	H13.09.10 10:00 110hr	丸瀬布実績水位						
174.00	174.00	174.00	173.99	173.99	174.00	174.00	174.01	174.02	174.05
174.10	174.20	174.26	174.70	175.01	175.39	175.80	176.20	176.40	176.56
176.66	176.73	176.83	177.00	177.18	177.39	177.52	177.59	177.70	177.83
...
...
175.77	175.70	175.66	175.67	175.63	175.62	175.58	175.50	175.54	175.50
175.47	175.44	175.42	175.42	175.41	175.38	175.37	175.35	175.33	175.30

▼入力データ例② 丸瀬布流出量を上流端流入量とした場合の、湧別川・開盛における洪水流出予測計算)

H. 13. 9. 10		湧別川		開盛(丸瀬布上流端流入)		Fc	複合流域		H. 12HQ	
12	0.6000	3600	2.4600	3.0	0.5		<--nl, DT, xrave, hiq			
2001 09	10 10						<--F0(CK1), Fc0(CK2)			
110 110							<--iy, im, id, ih			
19							<--nr, nq			
							<--nko			
1	2	1	0	0	0	Maru 上流	802.00	0. 0. 0.		
2	3	1	1	1	0	C-Kado	0.00	10400. 1.6246 0.7030		
3	1	3	0	0	0	7-Ryu	71.50	0. 0. 0.		
4	4	5	2	2	4	4-Gou	0.00	0. 0. 0.		
5	1	6	0	0	0	8-Ryu	47.40	0. 0. 0.		
6	3	8	2	5	7	D-Kado	0.00	10000. 1.7880 0.7457		
7	1	10	0	0	0	9-Ryu	37.20	0. 0. 0.		
8	3	12	2	9	11	E-Kado	0.00	2700. 2.5811 0.7057		
9	1	14	0	0	0	10-Ryu	10.40	0. 0. 0.		
10	4	16	2	13	15	5-Gou	0.00	0. 0. 0.		
11	11	17	0	0	0	11-Ryu	169.60	0. 0. 0.		
12	13	18	1	18	0	F-Kado	0.00	18200. 0.6202 0.8894		
13	11	20	0	0	0	12-Ryu	110.80	0. 0. 0.		
14	14	22	2	19	21	6-Gou	0.00	0. 0. 0.		
15	3	23	2	16	22	G-Kado	0.00	3800. 1.5965 0.8186		
16	1	25	0	0	0	13-Ryu	13.80	0. 0. 0.		
17	4	27	2	24	26	7-Gou	0.00	0. 0. 0.		
18	1	28	0	0	0	14-Ryu	72.10	0. 0. 0.		
19	4	30	2	27	29	開盛	0.00	0. 0. 0.		
	C-IN	C-OT		7-R	7-Q	4-Gou		8-R	8-Q	D-IN
	D-OT	9-R		9-Q	E-IN	E-OT		10-R	10-Q	5-Gou
	11-R	F-IN		F-OT	12-R	12-Q		6-Gou	G-IN	G-OT
	13-R	13-Q		7-Gou	14-R	14-Q		開盛		
	7-リュウイキ	8-リュウイキ		9-リュウイキ	10-リュウイキ	11-リュウイキ		12-リュウイキ	13-リュウイキ	14-リュウイキ
	0.01	0.10		0.94	1.00	0.00		0.53	1.00	0.71
	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00
	0.00	0.42		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00
	1.98	0.50		0.12	0.00	0.17		0.00	0.00	0.59
	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00
	1.00	1.13		1.00	1.00	1.83		1.47	1.00	1.00
	4.99	4.53		4.06	4.00	6.50		5.41	4.00	4.29
	2.02	2.42		3.88	4.00	1.83		3.06	4.00	3.41
	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮
	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00
	丸瀬布実績流量									
	6.362									
	6.362									
	6.362									
	6.076									
	⋮									
	105.017									
	102.896									
	99.487									
1	1	3	1	4	0	0	0	<--jcon1, jysr, iyoso, nkse, (jkase(j), j=1, nkse)		
	0.20	0.10		0.10	0.10	1.135	0.88	<--alph1, alph2, alph3, beta, ap, bp		
2	0.000	<--NHC		H12のH-Q式						
	252.88	-51.19		曲線 I						
	56.88	-50.23		曲線 II						
0	<--format(1:10F8.0, 0:8F10.0)			H13.09.10	10:00	110hr	開盛実績水位			
	50.93	50.93	50.92	50.92	50.92	50.92	50.92	50.92	50.92	
	50.94	50.96	50.98	51.01	51.06	51.11	51.18	51.33		
	51.40	51.52	51.73	51.96	52.25	52.41	52.52	52.64		
		
		
	52.28	52.27	52.25	52.23	52.22	52.20	52.19	52.17		
	52.16	52.15	52.14	52.13	52.11	52.10	52.09	52.07		
	52.07	52.06	52.05	52.04	52.03	52.02				
	丸瀬布予測流量 1hr 2hr 3hr									
	6.359	6.351	6.336							
	6.353	6.338	6.315							
	6.345	6.322	6.291							
	6.107	6.129	6.159							
	⋮	⋮	⋮							
	94.053	88.276	83.228							
	92.374	86.743	81.818							
	90.042	84.643	79.869							

8.2.2 損失項を含む貯留関数法

以下のプログラムは、「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」と同一部分を省略して掲載している。省略に関するサブプログラムは以下のとおりである。

「有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同一であるサブプログラム名	kpxcal, a03cal, mati, matt, matad, matc, matmul, matsub
共通 COMMON 文を『yosokufcj.cmn → yosoku1j.cmn』に変更すると、「有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同一となるサブプログラム名	xtoh, store, fileo, no2kal, chase, risan, gosa, qtoh, eqsys, wrcal

また、「有効雨量を用いた貯留関数法」の場合よりもモデル定数の個数が1つ増え3つとなったため、サブプログラム名 no2upd 及び shoki では、変数 ac3(=c₁₃)が追加されていることに注意する。

▼プログラム(フォートラン)

```

C *****
C kalman1dan.for
C 複合流域におけるカルマン・フィルター理論を用いた実時間流出予測
C 損失項を含む貯留関数法+カルマンフィルター
C
C 作成者 貞本 均          作成日 2006.4.27
C *****
C
C * 流域・河道ネットワーク識別データによる自動マトリックス作成
C * 水位～流量曲線は複数設定で、交点を求めて使う
C * 予測雨量は流域毎の値とする
C * 河道流入量 qo を前時刻の x であらず
C -----
C      main program ( kalmn1dan )
C      s = k1*q**p1+k2*d(q**p2)/dt
C      ds/dt = r-q-p+q0
C      p=(c3-1)*q
C      q0=q0*exp(-λ t)
C      k1=c1*a^0.24
C      k2=c2*k1^2*rave^-0.2648
C *****
C * n: number of state variables          *
C * n1: number of parameter (runoff model) *
C * n2: number of predicted rainfall      *
C * n1: delt t control delt t =1./n1     *
C * iyoso: lead time of forecast          *
C * 状態量の選択                          *
C * kase=1: x                              *
C * kase=2: x, c                          *
C * kase=3: x, r                          *
C * kase=4: x, c, r                      *
C * 更新する状態量の選択                  *
C * jconl=0: x のみ更新                   *
C * jconl=1: x とモデル定数更新          *
C *****
C
C      character*80 title
C 共通 common 文を別ファイルから自動的に取り込む
C      include 'yosoku1j.cmn'
C
C      character snam(350)*8
C      dimension x(253), re(50), qbqb(324)
C      dimension xex(253), ppex(253, 253), mdays(12)
C
C      open(10, file='input1kal.dat', status='old')
C      open(6, file='kalman1dan.out', status='unknown')
C
C      data mdays /31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31/
C
C      read(10, '(a80)') title
C      write(0, *) title
C -----
C      call input(snam)
C -----
C      wp1=0.6          ! p1
C      zp2=0.4648      ! p2
C      wp2=1.0/zp2

```

```

        xnl=float(nl)
        hx=dt/3600.0/xnl
        h2=hx**2.
        h3=h2*hx
        h4=h3*hx
c
        do 1200 ikse=1, nkse
        ac1=ck1
        ac2=ck2
        ac3=cc3
        kase=jkase(ikse)
        write(0,*) 'case=', kase
        n=(nrju+nkad)*2
        n1=0
        n2=0
        nc=n
        go to ( 1, 2, 3, 4 ), kase      ! 状態量の選択
2124 n2=nrju      ! x+c+r
2125 n1=3        ! x+c
        go to 1
2126 n2=nrju      ! x+r
2127 continue    ! x
        nx=n+n1+n2
        go to ( 7, 8, 7, 8 ), kase
2128 if(jconl.eq.1) then      ! モデル定数更新
        nc=n+n1
        end if
        write(77,2124) title
        ll=1
        write(77,7831) kase, ll, ac1, ac2, ac3
2124 format(a80/1x, 'case time      c11      c12      c13')
2125 continue
        i1=n+1
        i2=i1+n1
        write(21,2122) title, kase, jconl, nx
        write(22,2123) title
2122 format(/13x, a80/16x, 'case=', i2, 2x, ' jconl=', i2, 4x, ' nx=', i3)
2123 format(a80)
c* ゼロクリアー
        do 7010 i=1, 253 ! (流域数+河道数)*2=<=50
        do 7010 j=1, 253
        fmx(i, j)=0.0
        amx(i, j)=0.0
        ax(i, j)=0.0
        pp(i, j)=0.0
        f(i, j)=0.0
        g(i, j)=0.0
2124 continue
c
        iy=iy0
        im=im0
        id=id0
        ih=ih0
        ih=ih-1
        if(mod(iy, 4).eq.0) mdays(2)=29
        iy=iy-1900
c
c ##### main program start #####
c
c* 初期値誤差の設定
        call shoki(qq(1), x)      ! qq は mm/hr
c
        zbkal(1)=hh0(1)
        zakal(1)=hh0(1)
c
c* qb の設定
        q01=qq(1)
        do ll=1, nq+iyoso
        q02=qq(1)*exp(-r amd*float(ll))
        qbqb(ll)=(q01+q02)*0.5      ! mm/hr
        q01=q02
        end do
c
c ===== forecasting =====
c
        do 3000 ll=1, nq
        write(0,*) 'll=', ll
c
        qb=qbqb(ll)
c
        if(ll.eq.1) go to 7839 !初期値の状態から予測を始める
c
        do 212 i=1, nrju
212 re(i)=r(i, ll)
        z=qq(ll)      ! mm/h hq 変換された流出高を観測値とする
c
        ..... xk+1(-) <=== xk(+) .....
        lt=0
        do 200 k=1, nl
c
        ..... extrapolation equation of kalman filtering .....

```

```

c* 状態量と誤差の推移計算 実測降雨誤差無し
      if(n2.gt.0) then
        do 201 i=i2,nx
          pp(i,i)=0.0
201    continue
        end if
c -----
c      call no2kal(l1,lt,k, re, x)
c -----
c      call wrcal(l1,k, x)
c -----
200  continue
c
c ..... update equation of kalman filtering .....
c* 観測値によるフィルタリング
c* system error add
      do 205 i=1,n
        q(i,i)=(x(i)*alph2)**2. ! システム誤差分散
        pp(i,i)=pp(i,i)+q(i,i)
205  continue
c -----
c      call no2upd(l1,z, x)
c -----
c* c1, c2, c3 の更新値 print
      if(kase.eq.1.or.kase.eq.3) go to 7839
      if(jconl.ge.1) then
        write(77,7831) kase,l1,ac1,ac2,ac3
      end if
7831 format(2i5,3f10.5)
7839 continue
c ..... store statistics on t=k .....
210  do 210 i=1,nc
      xex(i)=x(i)
      do 215 i=1,nx
        do 215 j=1,nx
215  ppex(i,j)=pp(i,j)
      xc1=ac1
      xc2=ac2
      xc3=ac3
c
c ..... iyoso-hour ahead prediction .....
c      do 250 lt=1,iyoso
      qb=qbbq(l1+lt)
c 予測雨量は流域毎の値とする
      do 213 j=1,nryu
        re(j)=rp(j,l1,lt)
        if(n2.gt.0) then
          i=i2+j-1
c* 予測雨量がゼロのとき 0.1mm 相当の誤差分散を与えておく。
          pp(i,i)=ap*ap*float(lt)*0.1**(2.*bp)
          if(re(j).gt.0.1) pp(i,i)=ap*ap*float(lt)*re(j)**(2.*bp)
        end if
213  continue
c
c      do 260 k=1,n1
c -----
c      call no2kal(l1,lt,k, re, x)
c -----
260  continue
c * system error add
      do 270 i=1,n
        q(i,i)=(x(i)*alph2)**2. ! システム誤差分散
        pp(i,i)=pp(i,i)+q(i,i)
270  continue
c
c* x(1)から水位 h への変換及び誤差伝播 *** 状態量から水位の算定***
c -----
c      call xtoh(y,py, x)
c -----
c      ypr(lt)=y ! 予測流出高 ! lt: リードタイム
c      yva(lt)=py ! 予測流出高の分散
250  continue
c
3001 continue
      ih=ih+1
      if(ih.gt.24) then
        ih=1
        id=id+1
        if(id.gt.mdays(im)) then
          id=1
          im=im+1
          if(im.gt.12) then
            im=1
            iy=iy+1
          end if
        end if
      end if
      end if
      kkm(l1)=im
      kd(l1)=id

```

```

        kh(11)=ih
c
do 310 i=1, nc
310 x(i)=xex(i)
do 315 i=1, nx
do 315 j=1, nx
315 pp(i, j)=ppex(i, j)
go to ( 25, 26, 25, 26 ) kase
26 continue
if(jcon1.eq.1) then
ac1=xc1
ac2=xc2
ac3=xc3
end if
25 continue
c
c * 予測結果を格納する
call store(11)
c
3000 continue
c
c * 予測結果をファイルに出力する
call fileo
c
c * 全地点のアウトプット*
nkp=(nall-1)/14+1
do 3435 k=1, nkp
kp1=(k-1)*14+1
kp2=k*14
if(kp2.gt.nall) kp2=nall
write(6, 3456) (snam(kp), kp=kp1, kp2)
do 3434 i=1, nq
if(k.ne.nkp) write(6, 3457) i, nl, (wr(kp, i, nl), kp=kp1, kp2)
if(k.eq.nkp) write(6, 3458) i, nl, (wr(kp, i, nl), kp=kp1, kp2)
* , r(nryu+1, i), wr(nall+1, i, nl)
3434 continue
3435 continue
3456 format(2x, '11', 2x, 'k', 14a8)
3457 format(i4, i3, 14f8.2)
3458 format(i4, i3, 16f8.2)
c
1200 continue
stop
end
c
C*****
subroutine input(snam)
c *** 流域流出解析と河道追跡のためのデータ入力 ***
c nl: 1時間の計算分割数
c dt: データ入力時間間隔なども含む計算の基本時間間隔(標準は3600sec)
c xrave:>0 のとき rave=xrave とする(全流域同一値が使われる)
c hiq: 河道上流端平均流入量の比流量(0.5m3/s/km2を標準値とする)
c ck1, ck2, cc3: モデル定数, ramd: 減衰係数λ
c nr: 雨量入力時間数 nq: 計算時間数(=水位流量入力時間数)
c nko: 計算地点数
c nryu: 流域数(雨量入力流域) nqin: 上流端流入量入力地点数
c nkad: 追跡計算地点数(河道および直下が河道でない合流点の合計数)
c nall: 全地点数 r: 流域毎時雨量 qd: 上流端毎時流入量
c a1(i): area: 流域面積(km2) --> 上流端流入の流域面積も入力すること
c a2(i): cleg: 河道長(m) a3(i): alph: α a4(i): cmm: m
c hlm: 実測水位が hlm 以上の期間について RMSE を計算する
c -----
include 'yosoku1j.cmn'
character snam(350)*8
dimension a1(350), a2(350), a3(350), a4(350)
c
read(10, '(i5, 5x, 3f10.0)') nl, dt, xrave, hiq
read(10, '(8f10.0)') ck1, ck2, cc3, ramd ! c11, c12, c13, λ
read(10, '(4i5)') iy0, im0, id0, ih0
read(10, '(2i5, f10.0)') nr, nq, hlm
read(10, '(4i5)') nko
if(nl .le. 0) nl=10
if(dt .lt. 1.) dt=3600. ! dt=3600sec が基本
if(ramd .le. 0. .or. ramd.gt.1.0) ramd=0.019
if(hiq .le. 0.) hiq=0.5
nqp=nq
if(nr.le.0.or.nq.le.0) stop "nr=0 or nq=0"
if(nko.le.0) stop "nko=0"
nryu=0
nqin=0
nkad=0
ngor=0
nminus=0
sama=0.0 ! 流域のみの合計面積(km2)
suma=0.0 ! 上流端流入の面積も含む全面積(km2)
c
do 10 i=1, nko
read(10, '(4x, 5i4, 10x, 4f10.0)') mmod(i), mwr(i)
* , los(i), lwr(i, 1), lwr(i, 2)

```

```

*      , a1(i), a2(i), a3(i), a4(i)
nm1=mmod(i)-mmod(i)/10*10
if(nm1.eq.1) go to 11 !<--流域
if(nm1.eq.2) go to 12 !<--上流端
if(nm1.eq.3) go to 13 !<--河道追跡
if(nm1.eq.4) go to 14 !<--合流点
stop
11 nryu=nryu+1
area(nryu)=a1(i)
sama=sama+a1(i)
go to 10
12 nqin=nqin+1
arez(nqin)=a1(i) ! 上流端流入量についても面積を入力する
suma=suma+a1(i)
go to 10
13 nkad=nkad+1
cleg(nkad)=a2(i) ! L
alph(nkad)=a3(i) ! α
cmm(nkad)=a4(i) ! m
if(los(i).ge.2) go to 10
c* 流域 q と河道 in が同じ場所を探す
if(lwr(i,1).eq.mwr(i)) then
nminus=nminus+1
end if
go to 10
14 continue
ngor=ngor+1
10 continue
suma=suma+sama
nall=nryu*2+nkad*2+ngor+nqin-nminus
c
if(nryu.le.0) stop '流域数>0 にすること'
c
c* 全地点の名前 read する。(右詰めで入力した方がきれいに出力される)
read(10, '(8(2x, a8))') (snam(i), i=1, nall)
c
c* 雨量データ read
if(nryu.le.0) go to 7101
do 29 i=1, nryu+1
do 29 j=1, nq
r(i, j)=0.0
29 continue
read(10, *)
do 20 j=1, nr
read(10, '(50f10.0)') (r(i, j), i=1, nryu)
20 continue
c* readした雨量データを wr に格納
nry=0
do 21 nks=1, nko
nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
if(nm1.ne.1) go to 21
nry=nry+1
iw=mwr(nks)
do 22 j=1, nr
do 22 k=1, nl
wr(iw, j, k)=r(nry, j)
22 continue
21 continue
c* 流域平均雨量計算
do 723 j=1, nr
r(nryu+1, j)=0.0
723 continue
do 724 j=1, nr
do 724 i=1, nryu
r(nryu+1, j)=r(nryu+1, j)+r(i, j)*area(i)/sama
724 continue
do 725 i=1, nryu
rave(i)=0.0
ir=0
do 726 j=1, nr
if(r(i, j).gt.0.) then
rave(i)=rave(i)+r(i, j)
ir=ir+1
end if
726 continue
rave(i)=rave(i)/float(ir) ! 流域ごとの平均雨量
if(xrave.gt.0.) rave(i)=xrave ! 予測の時は通常 xrave を与えておく
725 continue
7101 continue
c* 上流端流入量データ read&格納
if(nqin.le.0) go to 7102
read(10, *)
do 30 j=1, nq
read(10, '(10f10.0)') (qd(i, j), i=1, nqin)
30 continue
nzy=0
do 31 nks=1, nko
nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
if(nm1.ne.2) go to 31

```

```

nzy=nzy+1
iw=mwr (nks)
do 32 j=1, nq
wr (iw, j, nl)=qd (nzy, j)
if (j. eq. 1) qqq=qd (nzy, j)
if (j. gt. 1) qqq=qd (nzy, j-1)
dqz=(qd (nzy, j)-qqq)/float (nl)
do 166 k=1, nl
wr (iw, j, k)=qqq+dqz*float (k)
166 continue
32 continue
31 continue
7102 continue
c 各計算地点の上流全面積を求める areak (nko)
asum=0.0
iryu=0
jqin=0
icn=0
ist=1
do 950 nks=1, nko
nm10=mmod (nks)/10+1 ! 本川・支川の区別
nm1=mmod (nks)-mmod (nks)/10*10
if (nm10. eq. ist) go to 800
if (nm10. lt. ist) go to 801
dare (ist)=asum
asum=0.0
ist=ist+1
go to 800
801 continue
asum=asum+dare (ist-1)
ist=ist-1
800 continue
go to ( 821, 822, 823, 824 ) , nm1
821 continue
iryu=iryu+1
asum=asum+area (iryu)
areak (nks)=area (iryu) ! 流域は常に最上流端である
go to 950
822 continue
jqin=jqin+1
asum=asum+arez (jqin)
areak (nks)=arez (jqin) ! 上流端なのだからその上流はない
go to 950
823 continue
icn=icn+1
824 continue
areak (nks)=asum
if (nm1. eq. 4) go to 950
c
c 無次元領域で計算した k3, k4 を使って実領域の k3, k4 に換算する
amm=cmm (icn)
call kpxcal ( amm, wk01, wk02, wp01, wp02 )
qm=hiq*3.6 ! mm/hr ---->q* ハットのこ
c
c k3, k4 を m3, hr 系に換算する
an=areak (nks) ! A
e1=alph (icn)*cleg (icn) ! αL(河道長の単位は[km]では無く[m])
e2=cmm (icn) ! m
e3=an/3.6
e4=1000.*an
e5=e3**e2*e1*qm** (e2-wp01)/e4
e6=e3** (2.*e2-1.)/e4*e1*e1/3600.*qm** (2.*e2-wp02-1.)
vk3 (icn)=wk01*e5 ! Kh3
zk4=wk02*e6 ! Kh4
vk4 (icn)=1./zk4
vp3 (icn)=wp01 ! p3
zp4 (icn)=wp02 ! p4
950 continue
c
c*****
cs jysr=1 予測雨量を(現時刻を含む)前3時間平均雨量とし、自動計算する
cs jysr=0 予測雨量を read する (1流域分だけ入力し、全流域同一値とする)
cs jysr=2 予測雨量を read する (流域ごとに入力する)
cs jysr<0 完全予測雨量とする (予測雨量の入力なし)
c* alph1: model parameter error
c* alph2: system noise
c* alph3: 観測誤差 vk (観測誤差分散 rq=(ck*alph3)**2)
c* beta: initial value error
c* ap, bp: predictor rainfall error ap**2+l*rp**2bp
c*****
c
read (10, 104) jcon1, jysr, iyoso,
& nkse, (jkase (j), j=1, nkse)
if (iyoso. le. 0) iyoso=6
read (10, 101) alph1, alph2, alph3, beta, ap, bp
if (alph1. gt. 900.) read (10, 101) (alpc (i), i=1, 3) ! c11, c12, c13 の標準偏差を与えるとき
write (21, 401) alph1, alph2, alph3, beta, ap, bp, xrave, hiq
write (21, 402) ck1, ck2, cc3, ramd, (alpc (i), i=1, 3)
100 format (16i5)

```

```

101 format(8f10.0)
102 format(a80)
103 format(16f5.0)
104 format(2i2,6x,15i5)
108 format(10f8.0)
401 format(18x,'alph1      alph2      alph3      beta'
* 8x,'ap',8x,'bp',5x,'xrave',7x,'hiq',/13x,8f10.3)
402 format(21x,'c1',8x,'c2',8x,'c3',7x,'ram',6x,'alc1',6x'alc2'
*      ,6x,'alc3',/13x,8f10.5)
c
c+++++++ h-q 式とその数 nhc read+++++++
c* h0:H-Q 式の基準標高 q=a0(h+a1)^2 の h が、h0からの高さを
c*   使うようになっているときに入力する
  read(10,105) nhc,h0
105 format(i5,8f10.0)
  write(21,405) nhc,h0
405 format(13x,'nhc=',i3,10x,'h0=',f9.3,1x,
*      ,q=a(h+b)^2',10x,'h=b0+b1*sqrt(q)' /
*      13x,9x,'a',9x,'b',8x,'b0',8x,'b1')
  do 160 i=1,nhc
  read(10,101) ab0(i),ab1(i) ! q=ab0(i)*(h-h0+ab1(i))^2
  bb0(i)=(ab1(i)-h0)
  bb1(i)=1./sqrt(ab0(i))
  write(21,403) i,ab0(i),ab1(i),bb0(i),bb1(i)
403 format(10x,i2,1x,4f10.4)
160 continue
  if(nhc.le.4) then
  do 161 i=nhc+1,5
161 write(21,403) i
  end if
c
cccccccccc hq 式の交点を hc,qc とする ccccccccccccccccccc
  if(nhc.le.1) go to 176
  do 163 i=1,nhc-1
  hc(i)=bb0(i)+bb1(i)*(bb0(i+1)-bb0(i))/(bb1(i)-bb1(i+1))
163 continue
  do 175 i=1,nhc-1
175 qc(i)=ab0(i)*(hc(i)+ab1(i)-h0)**2. ! m3/s
176 continue
c
c * 実測水位を read して流量変換する
  read(10,107) ij
107 format(i2)
  if(ij.eq.0) read(10,101) (hh0(i),i=1,nq)
  if(ij.eq.1) read(10,108) (hh0(i),i=1,nq)
  do 168 i=1,nq
  jj=1
  if(nhc.le.1) go to 223
  do 222 k=1,nhc-1
  jj=k
  if(hh0(i).lt.hc(k)) go to 223
222 continue
  jj=nhc
223 continue
  qz(i)=(hh0(i)-bb0(jj))/bb1(jj)**2.
  if(qz(i).lt.0.) then
  write(6,6771) i,jj,hh0(i),bb0(jj),bb1(jj),qz(i)
6771 format(2i4,4f10.3)
  stop "hq 変換後流量が負になる"
  end if
  if(i.eq.1) qq=qqz(i)
  if(i.gt.1) qq=qqz(i-1)
  dqz=(qz(i)-qq)/float(nl)
  do 167 k=1,nl
  wr(nal1+1,i,k)=qq+dqz*float(k)
167 continue
168 continue
  do 190 i=1,nq
  qq(i)=qz(i)*3.6/suma ! mm/h
190 continue
c
c * 予測雨量
  if(jysr.eq.1) then ! 流域ごとに流域平均雨量の前3時間平均雨量を予測雨量とする
  do 164 i=1,nryu
  do 164 j=1,nrp
  if(j.eq.1) rp(i,j,1)=r(i,j)
  if(j.eq.2) rp(i,j,1)=(r(i,j-1)+r(i,j))/2.
  if(j.ge.3) rp(i,j,1)=(r(i,j-2)+r(i,j-1)+r(i,j))/3.
  do 164 k=2,iyoso
  rp(i,j,k)=rp(i,j,1)
164 continue
  elseif(jysr.eq.0) then ! 予測雨量を1ケース入力して全流域同一値にする
  read(10,*)
  do 180 j=1,nrp
  read(10,'(24f8.0)') (rp(1,j,k),k=1,iyoso)
180 continue
  do 181 i=2,nryu
  do 181 j=1,nrp
  do 181 k=1,iyoso

```

```

      rp(i, j, k)=rp(1, j, k)
181 continue
      elseif(jysr.eq.2) then ! 予測雨量を入力値にする -->流域の数だけ入力する
      do 182 i=1, nryu
      read(10, *)
      do 182 j=1, nrp
      read(10, '(24f8.0)') (rp(i, j, k), k=1, iyoso)
182 continue
      elseif(jysr.lt.0) then ! 完全予測雨量にする
      do 183 i=1, nryu
      do 183 j=1, nrp
      do 183 k=j+1, j+iyoso
      rp(i, j, k-j)=r(i, k)
183 continue
      end if
c
c * 予測上流端流入量
      if(nqin.gt.0) then ! 予測上流端流入量を与える(readする)
      do 189 j=1, nqin
      read(10, *)
      do 189 i=1, nq
      read(10, '(24f10.0)') (qdp(i, j, k), k=1, iyoso)
189 continue
      end if
      return
      end
c
c*****
      subroutine xtoh(y, py, x)

c x1=>h and cal. error of predicted water level
c y:流出高の期待値
c py:流出高の誤差分散
c -----
      include 'yosoku1j.cmn'

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end
c
c =====
      subroutine store(l1)
c *** 予測結果の格納 ***
c
      include 'yosoku1j.cmn'

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end
c
c =====
      subroutine fileo
c *** 予測結果ファイル出力 ***
c
      include 'yosoku1j.cmn'

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end
c
c#####
      subroutine no2kal(l1, lt, k, re, x)
c *** 予測・伝達計算 ***
c nonlinear storage function model
c s = k1*q**p + k2*dq/dt
c extrapolation equation of kalman filter
c linearization of nonlinear vector equation
c x(k+1) = phi*x(k) + gamma*d(k)
c -----
      include 'yosoku1j.cmn'
      dimension x(253), y(253), re(50)
      dimension dm(253, 253), bb(253, 253), cc(253, 253)
c*

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end
c
c =====
      subroutine ryuik(iryu, rain, x)
c *** 分割流域における流出計算 ***
      include 'yosoku1j.cmn'
      dimension x(253)
c

```

```

k1=(iryu-1)*2+1
k2=iryu*2
wk1=ac1*area(iryu)**0.24
zk2=ac2*wk1*wk1*rave(iryu)**(-0.2648)
wk2=1./zk2
c
c **** 分割流域における amx の設定
c1=0.0
c2=0.0
c3=0.0
c4=0.0
y1=x(k1)
y2=x(k2)
if(y1.le.0.0) go to 100
c1=y1**(wp1*wp2-1.0)
c2=y1**(wp1*wp2-2.0)
c3=y1**(wp2-1.0)
c4=y1**wp2
100 continue
e1 = wk1*wk2*wp1*wp2
e2 = wp1*wp2
c* dx/dt=a(x)*x+d(x)
c* f(x)=>fmx, a(x)=>amx, x=>ax
amx(k1,k2)=1.0
amx(k2,k1) = -e1*(e2-1.0)*c2*y2-ac3*wk2*wp2*c3
amx(k2,k2) = -e1*c1
fmx(k1,1)=y2
fmx(k2,1)=-e1*c1*y2-ac3*wk2*c4+(rain+qb)*wk2
ax(k1,1)=y1
ax(k2,1)=y2
go to (1,2,3,4),kase
4 continue
amx(k2,i2+iryu-1)=wk2
ax(i2+iryu-1,1)=rain
x(i2+iryu-1)=rain
go to 2
3 continue
amx(k2,i1+iryu-1)=wk2
ax(i1+iryu-1,1)=rain
x(i1+iryu-1)=rain
go to 1
2 continue
amx(k2,i1) = (e1*c1*y2+2.*ac3*wk2*c4-2.*wk2*(rain+qb))/ac1
amx(k2,i1+1) = (e1*c1*y2+ac3*wk2*c4-(rain+qb)*wk2)/ac2
amx(k2,i1+2) = -wk2*c4
ax(i1,1)=ac1
ax(i1+1,1)=ac2
ax(i1+2,1)=ac3
x(i1)=ac1
x(i1+1)=ac2
x(i1+2)=ac3
1 continue
return
end

c
c =====
c subroutine chase(nks,icn,x)
c *** 河道流入量 go の設定 ***
c 上流端流入は現ステップ t=k の値を入力する
c
c include 'yosoku1j.cmn'
c dimension x(253),kkb(5)
c
c ...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略
c
c return
c end

c
c =====
c subroutine kpxcal( amm,ak1,ak2,ap1,ap2 )
c *** 河道追跡貯留関数モデル定数算定の近似式 ***
c
c ...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略
c
c return
c end

c
c =====
c subroutine a03cal( a,b,c,d,e,tar )
c *** 河道追跡貯留関数モデル定数算定の近似式 ***
c
c ...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略
c
c return
c end

```

```

c
c =====
c      subroutine risan
c *** 線形方程式の差分化 ***
c
c      include 'yosoku1j.cmn'
c* dx/dt=ax+b => x(k+1)=f(k)x(k)+g(k)b(k)
dimension um(253, 253), at(253, 253)
dimension aw(253, 253), bw(253, 253), cw(253, 253)
c
...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end
c
c =====
c      subroutine no2upd(l1, z, x)
c *** カルマン・フィルタによる更新方程式 ***
c      update equation of kalman filter
c =====
c      include 'yosoku1j.cmn'
dimension x(253), h(253, 253)
dimension w1(253, 253), w2(253, 253), w3(253, 253)
dimension gain(253, 253), ht(253, 253)
dimension kkb(5)
c
c* 更新前流出高
zq=wr(nall, l1, n1)          ! m3/s
qbkal(l1)=zq*3.6/suma       ! mm/h
sqq=sqrt(zq)
c* 計算流量を水位変換するための jj を計算する
jj=1
if(nhc.le.1) go to 9
do 8 i=1, nhc-1
jj=i
if(zq.lt.qc(i)) go to 9
8 continue
jj=nhc
9 continue
c
zcal=bb0(jj)+bb1(jj)*sqq    ! 水位 elm
zbkal(l1)=zcal             ! elm
err=z-qbkal(l1)           ! mm/h
c
c      gain : kalman gain
c* 観測方程式の線形化
do 110 i=1, nx
do 110 j=1, nx
110 h(i, j)=0.0
c      H行列の成分を指定
ist0=1
iryu=nryu
icn=nkad
kry=0
kka=0
kkc=0
do 309 i=1, 5
309 kkb(i)=0
iat=ist0
do 304 nks=nko, 1, -1
call eqsys(nks, nm1, ist0, iat, iryu, icn, kry,
* kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh, x)
if(kkd.ge.1.or.nm1.eq.2.or.nm1.eq.4) go to 304
h(1, ihh)=xh*(1./p2h-1.)/p2h*ah/suma
if(mmod(nks).eq.3) go to 305
304 continue
305 continue
c* カルマン・ゲイン行列の計算
call matmul(1, nx, nx, h, pp, w1)
call matt(1, nx, h, ht)
call matmul(1, nx, 1, w1, ht, w3)
c* rq: 観測誤差
ck=qbkal(l1)
rq=ck*alph3*ck*alph3      ! 観測誤差分散
c
hphtr=w3(1, 1)+rq
w2(1, 1)=1./hphtr
c
call matmul(nx, nx, 1, pp, ht, w1)
call matmul(nx, 1, 1, w1, w2, gain)
c
c      .... update state variables ....
c* 状態量の更新 x(+)
do 120 i=1, nc
x(i)=x(i)+gain(i, 1)*err
if(i.gt.n) go to 120
if(mod(i, 2).eq.1.and.x(i).lt.0.) x(i)=0.0
120 continue

```

```

c* 更新後流出高
qakal(11)=0.0
ist0=1
iryu=nryu
icn=nkad
kry=0
kka=0
kkc=0
do 306 i=1, 5
306 kkb(i)=0
iat=ist0
do 307 nks=nko, 1, -1
call eqsys(nks, nm1, ist0, iat, iryu, icn, kry,
* kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh, x)
if(kkd.ge.1.or.nm1.eq.4) go to 307
if(nm1.eq.2) then
iw=mwr(nks)
p2h=1.0
ah=areak(nks)
xh=wr(iw, 11, n1)*3.6/ah ! mm/hr
end if
qakal(11)=qakal(11)+xh**(1./p2h)*ah/suma ! mm/hr
if(mmod(nks).eq.3) go to 308
307 continue
308 continue
zq=qakal(11)*suma/3.6 ! m3/s
sqq=sqrt(zq)
c* 計算流量を水位変換するための jj を計算する
jj=1
if(nhc.le.1) go to 6
do 7 i=1, nhc-1
jj=i
if(zq.lt.qc(i)) go to 6
7 continue
jj=nhc
6 continue

c
zcal=bb0(jj)+bb1(jj)*sqq
zakal(11)=zcal

c
c ..... update parameters .....
c* 誤差分散行列の更新
c* (i-kh)*p
call mati(nx, w1)
call matmul(nx, 1, nx, gain, h, w2)
call matsub(nx, nx, w1, w2, w3)
call matmul(nx, nx, nx, w3, pp, w2)
c* p(+)
do 111 i=1, nx
do 111 j=1, nx
111 pp(i, j)=w2(i, j)

c
c* モデル定数のオンライン更新(jconl=1)
go to ( 21, 23, 21, 23 ), kase
23 continue
go to ( 21, 22 ) jconl+1
22 continue
ac1=x(i1)
ac2=x(i1+1)
ac3=x(i1+2)

c
21 continue
return
end

c
c =====
c subroutine shoki(qinit, x) ! qinit=qq(1)
c *** 初期値誤差設定 ***
c initial values for implementing kalman filter
c
c include 'yosoku1j.cmn'
c dimension x(253), ca(3)
c
c ..... initial values of state variables .....
c x(1) : initial discharge (input)
ca(1)=ac1
ca(2)=ac2
ca(3)=ac3
c *
do 300 i=1, n ! =(nryu+nkad)*2
x(i)=0.0
iii=(i-nryu*2-1)/2+1
gp2=zp2
if(i.gt.nryu*2) gp2=zp4(iii)
if(mod(i, 2).eq.1) x(i)=qinit**gp2 ! mm/hr 全地点同じ値で問題なし
300 continue

c
call wrcal(1, n1, x) !初期値を wr に代入
c *

```

```

c* 推定誤差共分散 pp の初期値
c システム誤差分散の対角要素はゼロにしない
  do 400 i=1, n      ! システム変量の更新分のみ
  do 400 j=1, n
    pp(i, j) = 0.0
    if(j .eq. i) then
      if(x(j) .gt. 0.) pp(i, j) = (x(j)*beta)**2.
      if(x(j) .le. 0.) pp(i, j) = pp(i-1, j-1)
    end if
  400 continue
  if(n1 .gt. 0) then ! モデル定数の更新があるとき
    k=0
    do i=i1, i1+n1-1
      k=k+1
      pp(i, i)=(alph1*ca(k))**2.
      if(alph1 .gt. 900.) pp(i, i)=alpc(k)**2.
    end do
  end if
c
c *      q(i, j) : system error covariance
  do 420 i=1, n
  do 420 j=1, n
    q(i, j) = 0.0      ! システム誤差分散の初期値
  420 continue
  return
  end
c
c =====
  subroutine mati(n, a)
c* 単位行列の作成
  dimension a(253, 253)

  ...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

  return
  end
c
c =====
  subroutine matt(m, n, a, b)
c* 転置行列の作成
  dimension a(253, 253), b(253, 253)

  ...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

  return
  end
c
c =====
  subroutine matad(m, n, a, b, c)
c* 行列の和
  dimension a(253, 253), b(253, 253), c(253, 253)

  ...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

  return
  end
c
c =====
  subroutine matc(m, n, a, c, b)
c* 行列の定数倍
  dimension a(253, 253), b(253, 253)

  ...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

  return
  end
c
c =====
  subroutine matmul(l, m, n, a, b, c)
c* 行列の積
  dimension a(253, 253), b(253, 253), c(253, 253)

  ...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

  return
  end
c
c =====
  subroutine matsub(m, n, a, b, c)
c* 行列の差
  dimension a(253, 253), b(253, 253), c(253, 253)

  ...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

  return
  end
c
c =====

```

```

subroutine gosa
c *** 誤差指標の計算 ***
c
include 'yosoku1j.cmn'
dimension sa(300, 6), sa1(300, 6), u(3), k(3), nrmse(3)
& , h0tot(3), hh01(300), h0tot1(3)

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

return
end

c
c =====
subroutine qtoh(jj, zq, zh)
c *** H-Q 式により Q を H に変換 ***
c
include 'yosoku1j.cmn'

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

return
end

c
c =====
subroutine eqsys(nks, nm1, ist0, ist, iryu, icn, kry,
* kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh, x)
c *** 各地点の合流定式化と予測地点の観測方程式定式化 ***
c 係数ベクトルHを作成するためのルーチン
c
include 'yosoku1j.cmn'
dimension x(253), kkb(5)

c

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

return
end

c
c =====
subroutine wrcal(l1, k, x)
c *** 全地点の流出量を計算し、wr に記憶する ***
c
include 'yosoku1j.cmn'
dimension x(253)

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

return
end

```

▼共通 COMMON 文(フォートラン)

```

c** yosoku1j.cmn **
common /var1/ n, n1, n2, nx, nc, i1, i2, i3
common /var2/ kase, jcon1, nkse, jysr, iyoso, jkase(4)
common /st1/ wp1, wp2, zp2, ac1, ac2, ac3
common /st2/ hx, h2, h3, h4
common /st3/ alph1, alph2, alph3, beta, beta2, alpc(3), ap, bp
common /st4/ fmx(253, 253), amx(253, 253), ax(253, 253)
common /st5/ ab0(8), ab1(8), bb0(8), bb1(8)
common /st6/ hc(8), qc(8), nhc, h0
common /st7/ pp(253, 253), q(253, 253), ypr(24), yva(24)
common /st8/ f(253, 253), g(253, 253)
common /st9/ hlm, rmse(6), ajre(3), ajpe(3), jtpe(3), qnash(6)
common /outp/ hh0(300), hf(300, 24), hu(300, 24), hl(300, 24)
* , zbkal(300), zakal(300), qq(300)
common /outpq/ qf(300, 24), qu(300, 24), ql(300, 24), qbkal(300)
* , qakal(300)
common /time/ kkm(300), kd(300), kh(300)
common /date/ iy0, im0, id0, ih0, nr, nq, nl
common /data2/ suma, area(50), arez(50), areak(350), dare(5)
common /discha/ r(51, 300), qz(300), wr(350, 300, 20), rave(50), qb
common /mod1/ nko, nryu, nqin, nkad, ngor, nall
common /mod2/ mmod(160), mwr(160), los(160), lwr(160, 2)
common /st10/ ck1, ck2, cc3, ramd, xrave, hiq, dt
common /st11/ cleg(50), alph(50), cmm(50)
common /st13/ vk3(50), vk4(50), vp3(50), zp4(50)
common /st14/ qd(10, 300), qdp(300, 10, 24), zr(350), rp(50, 300, 24)

```

▼入力データ例① 湧別川・丸瀬布における洪水流出予測計算)

```

H. 13. 9. 10   湧別川   丸瀬布   1dan   複合流域   H. 12HQ
      12         3600     5.0     0.5         <--nl, DT, xrave, hiq
      16. 6100   0.0400   1.1800   0.0190     <--c1, c2, c3, ramd
      2001  9    10    10         <--iy, im, id, ih
      110  110         <--nr, nq
      12                     <--nko
  
```

…以降は、「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」の入力データ①と同じ

▼入力データ例② 丸瀬布流出量を上流端流入量とした場合の、
湧別川・開盛における洪水流出予測計算)

```

H. 13. 9. 10   湧別川   開盛(丸瀬布上流端流入) 1dan   複合流域   H. 12HQ
      12         3600     5.0     0.5         <--nl, DT, xrave, hiq
      19. 3900   0.0600   1.2600   0.0190     <--c1, c2, c3, ramd
      2001  09   10    10         <--iy, im, id, ih
      110  110         <--nr, nq
      19                     <--nko
  
```

…以降は、「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」の入力データ②と同じ
ただし、丸瀬布予測流量は、「8.2.2 損失項を含む貯留関数法」の予測結果を入力する

8.2.3 地下水流出成分を含む貯留関数法

以下のプログラムは、「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」と同一部分を省略して掲載している。
省略に係するサブプログラムは以下のとおりである。

「有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同一であるサブプログラム名	kpxcal, a03cal
共通 COMMON 文を『yosokufcj.cmn → yosoku1j.cmn』に変更すると、「有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同一となるサブプログラム名	store, fileo, gosa, qtoh, eqsys, wrcal
共通 COMMON 文を『yosokufcj.cmn → yosoku1j.cmn』に変更し、dimension の大きさを『253 → 353』とすると、「有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同一となるサブプログラム名	no2kal, risan, mati, matt, matad, matc, matmul, matsub

また、「有効雨量を用いた貯留関数法」の場合よりもモデル定数の個数が1つ増え3つとなったため、サブプログラム名 no2upd 及び shoki では、変数 ac3(=c₃)が追加される。さらに、地下水流出成分を表す2段目タンクに関する変数の追加や、流域の状態変数数が2つ増えて4つとなることに注意する。

▼プログラム(フォートラン)

```

C *****
C kalman2dan.for
C   複合流域におけるカルマン・フィルター理論を用いた実時間流出予測
C   地下水流出成分を含む貯留関数法+カルマンフィルター
C
C   作成者  貞本 均           作成日 2006.4.27
C *****
C
C *   流域・河道ネットワーク識別データによる自動マトリックス作成
C *   水位～流量曲線は複数設定で、交点を求めて使う
C *   予測雨量は流域毎の値とする
C *   河道流入量 qo と2段目タンクへの浸透量 b を前時刻の x であらわす
C *   k12 を c11 の関数とした場合
C -----
C
C   main program ( kalmn2dan )
C   extended kalman filtering technique
C   nonlinear storage function model
  
```

```

c      s1= k1*q1**p1+k2*d(q1**p2)/dt
c      ds1/dt = r-q1-p
c      p=k3*q1
c      s2= k4*q2+k5*dq2/dt
c      ds2/dt = p-q2
c      k1=c1*a^0.24
c      k2=c2*k1^2*rave^-0.2648
c      k3=c3-1
c      k4=(c3-1)*tc
c      k5=(c3-1)*(tc/δ)**2
c *****
c * n: number of state variables *
c * n1: number of parameter (runoff model) *
c * n2: number of predicted rainfall *
c * n1: delt t control delt t =1./n1 *
c * iyoso: lead time of forecast *
c * improved kalman filter ; *
c * 状態量の選択 (state variables) *
c * kase=1: x=(x) *
c * kase=2: x=(x, c) *
c * kase=3: x=(x, r) *
c * kase=4: x=(x, c, r) *
c * rave は固定 *
c * 下段タンクで p を r と同じ扱いとする *
c * 更新する状態量の選択 *
c * jconl=0 とすれば x のみ更新 *
c * jconl=1 とすれば x とモデル定数更新 *
c *****

character*80 title
c 共通 common 文を別ファイルから自動的に取り込む
include 'yosoku2j.cmn'

c
character snam(350)*8
dimension x(353), re(50)
dimension xex(353), ppex(353, 353), mdays(12)

open(10, file='input2kal.dat', status='old')
open(6, file='kalman2dan.out', status='unknown')

c
data mdays /31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31/

c
read(10, '(a80)') title
write(0, *) title

c -----
call input(snam)
c -----

wp1=0.6 ! p1
zp2=0.4648 ! p2
wp2=1.0/zp2
xn1=float(n1)
hx=dt/3600.0/xn1
h2=hx**2.
h3=h2*hx
h4=h3*hx

c
do 1200 ikse=1, nkse
ac1=ck1
ac2=ck2
ac3=cc3
kase=jkase(ikse)
write(0, *) 'case=', kase
n=(nryu*2+nkad)*2
n1=0
n2=0
nc=n
go to (1, 2, 3, 4), kase ! 状態量の選択
4 n2=nryu ! x+c+r
2 n1=3 ! x+c
go to 1
3 n2=nryu ! x+r
1 continue ! x
nx=n+n1+n2
go to (7, 8, 7, 8), kase
8 if(jconl.eq.1) then ! モデル定数更新
nc=n+n1
end if
write(77, 2124) title
ll=1
write(77, 7831) kase, ll, ac1, ac2, ac3
2124 format(a80/1x, 'case time c11 c12 c13')
7 continue
il=n+1
i2=i1+n1
write(21, 2122) title, kase, jconl, nx
write(22, 2123) title
2122 format(/13x, a80/16x, 'case=', i2, 2x, 'jconl=', i2, 4x, 'nx=', i3)
2123 format(a80)
c* ゼロクリアー

```

```

do 7010 i=1,353 ! (流域数+河道数)*2=<50
do 7010 j=1,353
fmx(i,j)=0.0
amx(i,j)=0.0
ax(i,j)=0.0
pp(i,j)=0.0
f(i,j)=0.0
g(i,j)=0.0
7010 continue
c
iy=iy0
im=im0
id=id0
ih=ih0
ih=ih-1
if(mod(iy,4).eq.0) mdays(2)=29
iy=iy-1900
c
c ##### main program start #####
c
c* 初期値誤差の設定
call shoki(qq(1),x) ! qqはmm/hr
c
zbkal(1)=hh0(1)
zakai(1)=hh0(1)
c
c ===== forecasting =====
do 3000 ll=1,nq
write(0,*) 'll=',ll
c
if(ll.eq.1) go to 7839 !初期値の状態から予測を始める
c
do 212 i=1,nryu
re(i)=r(i,ll)
212 z=qq(ll) ! mm/h hq変換された流出高を観測値とする
c
..... xk+1(-) <== xk(+) .....
lt=0
do 200 k=1,nl
c ..... extrapolation equation of kalman filtering .....
c* 状態量と誤差の推移計算 実測降雨誤差無し
if(n2.gt.0) then
do 201 i=i2,nx
pp(i,i)=0.0
201 continue
end if
c -----
call no2kal(ll,lt,k,re,x)
c -----
call wrcal(ll,k,x)
c -----
200 continue
c
c ..... update equation of kalman filtering .....
c* 観測値によるフィルタリング
c* system error add
do 205 i=1,n
q(i,i)=(x(i)*alph2)**2. ! システム誤差分散
pp(i,i)=pp(i,i)+q(i,i)
205 continue
c -----
call no2upd(ll,z,x)
c -----
c* c1,c2,c3の更新値 print
if(kase.eq.1.or.kase.eq.3) go to 7839
if(jconl.ge.1) then
write(77,7831) kase,ll,ac1,ac2,ac3
end if
7831 format(2i5,3f10.5)
7839 continue
c ..... store statistics on t=k .....
do 210 i=1,nc
210 xex(i)=x(i)
do 215 i=1,nx
do 215 j=1,nx
215 ppex(i,j)=pp(i,j)
xc1=ac1
xc2=ac2
xc3=ac3
c
c ..... iyoso-hour ahead prediction .....
do 250 lt=1,iyoso
c 予測雨量は流域毎の値とする
do 213 j=1,nryu
re(j)=rp(j,ll,lt)
if(n2.gt.0) then
i=i2+j-1
c* 予測雨量がゼロのとき0.1mm相当の誤差分散を与えておく。
pp(i,i)=ap*ap*float(lt)*0.1**(2.*bp)

```

```

        if(re(j).gt.0.1) pp(i,i)=ap*ap*float(lt)*re(j)**(2.*bp)
        end if
213 continue
c
    do 260 k=1,nl
c -----
        call no2kal(l1,lt,k,re,x)
c -----
260 continue
c * system error add
    do 270 i=1,n
        q(i,i)=(x(i)*alph2)**2.    ! システム誤差分散
        pp(i,i)=pp(i,i)+q(i,i)
270 continue
c
c* x(1)から水位 h への変換及び誤差伝播 *** 状態量から水位の算定***
c -----
    call xtoh(y,py,x)
c -----
        ypr(lt)=y    ! 予測流出高    ! lt: リードタイム
        yva(lt)=py   ! 予測流出高の分散
250 continue
c
3001 continue
    ih=ih+1
    if(ih.gt.24) then
        ih=1
        id=id+1
        if(id.gt.mdays(im)) then
            id=1
            im=im+1
            if(im.gt.12) then
                im=1
                iy=iy+1
            end if
        end if
    end if
    kkm(l1)=im
    kd(l1)=id
    kh(l1)=ih
c
    do 310 i=1,nc
310 x(i)=xex(i)
    do 315 i=1,nx
    do 315 j=1,nx
315 pp(i,j)=ppex(i,j)
    go to ( 25,26,25,26 ) kase
26 continue
    if(jconl.eq.1) then
        ac1=xc1
        ac2=xc2
        ac3=xc3
    end if
25 continue
c
c * 予測結果を格納する
    call store(l1)
c
3000 continue
c
c * 予測結果をファイルに出力する
    call fileo
c
c * 全地点のアウトプット*
    nkp=(nall-1)/14+1
    do 3435 k=1,nkp
        kp1=(k-1)*14+1
        kp2=k*14
        if(kp2.gt.nall) kp2=nall
        write(6,3456) (snam(kp),kp=kp1,kp2)
        do 3434 i=1,nq
            if(k.ne.nkp) write(6,3457) i,nl,(wr(kp,i,nl),kp=kp1,kp2)
            if(k.eq.nkp) write(6,3458) i,nl,(wr(kp,i,nl),kp=kp1,kp2)
            * ,r(nryu+1,i),wr(nall+1,i,nl)
3434 continue
3435 continue
3456 format(2x,'l1',2x,'k',14a8)
3457 format(i4,i3,14f8.2)
3458 format(i4,i3,16f8.2)
c
1200 continue
    stop
    end
c
c*****
subroutine input(snam)
c *** 流域流出解析と河道追跡のためのデータ入力 ***
c nl: 1時間の計算分割数
c dt: データ入力時間間隔なども含む計算の基本時間間隔(標準は3600sec)

```

```

c   xrave:>0 のとき rave=xrave とする(全流域同一値が使われる)
c   hiq:河道上流端平均流入量の比流量(0.5m3/s/km2 を標準値とする)
c   ck1, ck2, cc3:モデル定数
c   tc:地下水成分分離時定数   δ : 減衰係数(=2.1)
c   nr:雨量入力時間数   nq:計算時間数(=水位流量入力時間数)
c   nko :計算地点数
c   nryu:流域数(雨量入力流域)   nqin:上流端流入量入力地点数
c   nkad:追跡計算地点数(河道および直下が河道でない合流点の合計数)
c   nall:全地点数   r:流域毎時雨量   qd:上流端毎時流入量
c   a1(i):area:流域面積(km2) -->上流端流入の流域面積も入力すること
c   a2(i):cleg:河道長(m)   a3(i):alph:α   a4(i):cmm:m
c   hlm:実測水位が hlm 以上の期間について RMSE を計算する
c-----
c   include 'yosoku2j.cmn'
c   character snam(350)*8
c   dimension a1(350), a2(350), a3(350), a4(350)

c   read(10, '(i5, 5x, 3f10.0)') nl, dt, xrave, hiq
c   read(10, '(8f10.0)') ck1, ck2, cc3, tc, delt   ! c11, c12, c13, Tc, δ
c   read(10, '(4i5)') iy0, im0, id0, ih0
c   read(10, '(2i5, f10.0)') nr, nq, hlm
c   read(10, '(4i5)') nko
c   if(nl .le. 0) nl=10
c   if(dt .lt. 1) dt=3600.   ! dt=3600sec が基本
c   if(hiq .le. 0) hiq=0.5
c   if(tc .le. 1) tc=52.6   ! =1/λ=1/0.019
c   if(delt .le. 2) delt=2.1
c   nrp=nq
c   if(nr.le.0 .or. nq.le.0) stop "nr=0 or nq=0"
c   if(nko.le.0) stop "nko=0"
c   nryu=0
c   nqin=0
c   nkad=0
c   ngor=0
c   nminus=0
c   sama=0.0   ! 流域のみの合計面積(km2)
c   suma=0.0   ! 上流端流入の面積も含む全面積(km2)
c
c   do 10 i=1, nko
c   read(10, '(4x, 5i4, 10x, 4f10.0)') mmod(i), mwr(i)
c   *   , los(i), lwr(i, 1), lwr(i, 2)
c   *   , a1(i), a2(i), a3(i), a4(i)
c   nm1=mmod(i)-mmod(i)/10*10
c   if(nm1.eq.1) go to 11 !<--流域
c   if(nm1.eq.2) go to 12 !<--上流端
c   if(nm1.eq.3) go to 13 !<--河道追跡
c   if(nm1.eq.4) go to 14 !<--合流点
c   stop
c 11 nryu=nryu+1
c   area(nryu)=a1(i)
c   sama=sama+a1(i)
c   go to 10
c 12 nqin=nqin+1
c   arez(nqin)=a1(i)   ! 上流端流入量についても面積を入力する
c   suma=suma+a1(i)
c   go to 10
c 13 nkad=nkad+1
c   cleg(nkad)=a2(i)   ! L
c   alph(nkad)=a3(i)   ! α
c   cmm(nkad)=a4(i)   ! m
c   if(los(i).ge.2) go to 10
c* 流域 q と河道 in が同じ場所を探す
c   if(lwr(i, 1).eq.mwr(i)) then
c     nminus=nminus+1
c   end if
c   go to 10
c 14 continue
c   ngor=ngor+1
c 10 continue
c   suma=suma+sama
c   nall=nryu*2+nkad*2+ngor+nqin-nminus
c
c   if(nryu.le.0) stop '流域数>0 にすること'
c
c* 全地点の名前 read する(右詰めで入力した方がきれいに出力される)
c   read(10, '(8(2x, a8)') (snam(i), i=1, nall)
c
c* 雨量データ read
c   if(nryu.le.0) go to 7101
c   do 29 i=1, nryu+1
c   do 29 j=1, nq
c   r(i, j)=0.0
c 29 continue
c   read(10, *)
c   do 20 j=1, nr
c   read(10, '(50f10.0)') (r(i, j), i=1, nryu)
c 20 continue
c* readした雨量データを wr に格納
c   nry=0

```

```

do 21 nks=1, nko
nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
if(nm1.ne.1) go to 21
nry=nry+1
iw=mwr(nks)
do 22 j=1, nr
do 22 k=1, nl
wr(iw, j, k)=r(nry, j)
22 continue
21 continue
c* 流域平均雨量計算
do 723 j=1, nr
r(nryu+1, j)=0.0
723 continue
do 724 j=1, nr
do 724 i=1, nryu
r(nryu+1, j)=r(nryu+1, j)+r(i, j)*area(i)/sama
724 continue
do 725 i=1, nryu
rave(i)=0.0
ir=0
do 726 j=1, nr
if(r(i, j).gt.0.) then
rave(i)=rave(i)+r(i, j)
ir=ir+1
end if
726 continue
rave(i)=rave(i)/float(ir) ! 流域ごとの平均雨量
if(xrave.gt.0.) rave(i)=xrave ! 予測の時は通常 xrave を与えておく
725 continue
7101 continue
c* 上流端流入量データ read&格納
if(nqin.le.0) go to 7102
read(10, *)
do 30 j=1, nq
read(10, '(10f10.0)') (qd(i, j), i=1, nqin)
30 continue
nzy=0
do 31 nks=1, nko
nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
if(nm1.ne.2) go to 31
nzy=nzy+1
iw=mwr(nks)
do 32 j=1, nq
wr(iw, j, nl)=qd(nzy, j)
if(j.eq.1) qq=qd(nzy, j)
if(j.gt.1) qq=qd(nzy, j-1)
dqz=(qd(nzy, j)-qq)/float(nl)
do 166 k=1, nl
wr(iw, j, k)=qq+dqz*float(k)
166 continue
32 continue
31 continue
7102 continue
c 各計算地点の上流全面積を求める areak(nko)
asum=0.0
iryu=0
jqin=0
icn=0
ist=1
do 950 nks=1, nko
nm10=mmod(nks)/10+1 ! 本川・支川の区別
nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
if(nm10.eq.ist) go to 800
if(nm10.lt.ist) go to 801
dare(ist)=asum
asum=0.0
ist=ist+1
go to 800
801 continue
asum=asum+dare(ist-1)
ist=ist-1
800 continue
go to ( 821, 822, 823, 824 ), nm1
821 continue
iryu=iryu+1
asum=asum+area(iryu)
areak(nks)=area(iryu) ! 流域は常に最上流端である
go to 950
822 continue
jqin=jqin+1
asum=asum+arez(jqin)
areak(nks)=arez(jqin) ! 上流端なのだからその上流はない
go to 950
823 continue
icn=icn+1
824 continue
areak(nks)=asum
if(nm1.eq.4) go to 950

```

```

c
c  無次元領域で計算した k3, k4 を使って実領域の k3, k4 に換算する
amm=cmm(icn)
call kpxcal( amm, wk01, wk02, wp01, wp02 )
qm=hiq*3.6 ! mm/hr -->q* ハットのこ

c
c  k3, k4 を m3, hr 系に換算する
an=areak(nks) ! A
e1=alph(icn)*cleg(icn) ! αL(河道長の単位は[km]では無く[m])
e2=cmm(icn) ! m
e3=an/3.6
e4=1000.*an
e5=e3**e2*e1*qm** (e2-wp01)/e4
e6=e3** (2.*e2-1.)/e4*e1*e1/3600.*qm** (2.*e2-wp02-1.)
vk3(icn)=wk01*e5 ! Kh3
zk4=wk02*e6 ! Kh4
vk4(icn)=1./zk4
vp3(icn)=wp01 ! p3
zp4(icn)=wp02 ! p4
950 continue

c
c*****
cs jysr=1 予測雨量を(現時刻を含む)前3時間平均雨量とし、自動計算する
cs jysr=0 予測雨量を read する (1流域分だけ入力し、全流域同一値とする)
cs jysr=2 予測雨量を read する (流域ごとに入力する)
cs jysr<0 完全予測雨量とする (予測雨量の入力なし)
c* alph1: model parameter error
c* alph2: system noise
c* alph3: 観測誤差 vk (観測誤差分散 rq=(ck*alph3)**2)
c* beta: initial value error
c* ap, bp: predictor rainfall error ap**2*1*rp**2bp
c*****
c
  read(10, '(2i2, 6x, 15i5)') jcon1, jysr, iyoso,
  * nkse, (jkase(j), j=1, nkse)
  if(iyoso.le.0) iyoso=6
  read(10, '(8f10.0)') alph1, alph2, alph3, beta, ap, bp
  beta2=beta
  if(beta.ge.1.) beta2=beta*10.
  if(alph1.gt.900.) read(10, '(8f10.0)') (alpc(i), i=1,3) ! c11, c12, c13 の標準偏差を与えるとき
  write(21, 401) alph1, alph2, alph3, beta, ap, bp, xrave, hiq
  write(21, 402) ck1, ck2, cc3, tc, delt, (alpc(i), i=1,3)
401 format(18x, 'alph1', alph2, alph3, beta', 8x, 'ap',
  * 8x, 'bp', 6x, 'rave', 7x, 'hiq' /13x, 8f10.3)
402 format(21x, 'c1', 8x, 'c2', 8x, 'c3', 8x, 'tc', 8x, 'δ', 6x, 'alc1',
  * 6x, 'alc2', 6x, 'alc3' /13x, 3f10.5, f10.3, f10.2, 3f10.3)

c
c+++++++ h-q 式とその数 nhc read+++++++
c* h0:H-Q 式の基準標高 q=a0(h+a1)^2 の h が、h0 からの高さを
c* 使うようになっているときに入力する
  read(10, '(i5, 8f10.0)') nhc, h0
405 format(16x, 'nhc=', i3, 7x, 'h0=', f10.3, 5x, 'sama=', f10.2,
  * 5x, 'suma=', f10.2/13x, 9x, 'a', 9x, 'b', 8x, 'b0', 8x, 'b1')
  do 160 i=1, nhc
  read(10, '(8f10.0)') ab0(i), ab1(i) ! q=ab0(i)*(h-h0+ab1(i))^2
  bb0(i)=-(ab1(i)-h0)
  bb1(i)=1./sqrt(ab0(i))
  write(21, 403) i, ab0(i), ab1(i), bb0(i), bb1(i)
403 format(10x, i2, 1x, 4f10.4)
160 continue
  if(nhc.le.4) then
  do 161 i=nhc+1, 5
161 write(21, 403) i
  end if

c
cccccccccc hq 式の交点を hc, qc とする ccccccccccccccccccc
  if(nhc.le.1) go to 176
  do 163 i=1, nhc-1
  hc(i)= bb0(i)+bb1(i)*(bb0(i+1)-bb0(i))/(bb1(i)-bb1(i+1))
163 continue
  do 175 i=1, nhc-1
175 qc(i)=ab0(i)*(hc(i)+ab1(i)-h0)**2. ! m3/s
176 continue

c
c * 実測水位を read して流量変換する
  read(10, '(i2)') ij
  if(ij.eq.0) read(10, '(8f10.0)') (hh0(i), i=1, nq)
  if(ij.eq.1) read(10, '(10f8.0)') (hh0(i), i=1, nq)
  do 168 i=1, nq
  jj=1
  if(nhc.le.1) go to 223
  do 222 k=1, nhc-1
  jj=k
  if(hh0(i).lt.hc(k)) go to 223
222 continue
  jj=nhc
223 continue
  qz(i)=(hh0(i)-bb0(jj))/bb1(jj)**2.
  if(qz(i).lt.0.) then

```

```

        write(6,6771) i, jj, hh0(i), bb0(jj), bb1(jj), qz(i)
6771 format(2i4,4f10.3)
        stop "hq 変換後流量が負になる"
    end if
        if(i.eq.1) qqz=qz(i)
        if(i.gt.1) qqz=qz(i-1)
        dqz=(qz(i)-qqz)/float(nl)
        do 167 k=1,nl
            wr(nall+1,i,k)=qqz+dqz*float(k)
167 continue
168 continue
        do 190 i=1,nq
            qq(i)=qz(i)*3.6/suma ! mm/h
190 continue
c
c * 予測雨量
        if(jysr.eq.1) then ! 流域ごとに流域平均雨量の前3時間平均雨量を予測雨量とする
            do 164 i=1,nryu
                do 164 j=1,nrp
                    if(j.eq.1) rp(i,j,1)=r(i,j)
                    if(j.eq.2) rp(i,j,1)=(r(i,j-1)+r(i,j))/2.
                    if(j.ge.3) rp(i,j,1)=(r(i,j-2)+r(i,j-1)+r(i,j))/3.
                    do 164 k=2,iyoso
                        rp(i,j,k)=rp(i,j,1)
164 continue
                    elseif(jysr.eq.0) then ! 予測雨量を1ケース入力して全流域同一値にする
                        read(10,*)
                        do 180 j=1,nrp
                            read(10,'(24f8.0)') (rp(1,j,k),k=1,iyoso)
180 continue
                        do 181 i=2,nryu
                            do 181 j=1,nrp
                                do 181 k=1,iyoso
                                    rp(i,j,k)=rp(1,j,k)
181 continue
                        elseif(jysr.eq.2) then ! 予測雨量を入力値にする -->流域の数だけ入力する
                            do 182 i=1,nryu
                                read(10,*)
                                do 182 j=1,nrp
                                    read(10,'(24f8.0)') (rp(i,j,k),k=1,iyoso)
182 continue
                        elseif(jysr.lt.0) then ! 完全予測雨量にする
                            do 183 i=1,nryu
                                do 183 j=1,nrp
                                    do 183 k=j+1,j+iyoso
                                        rp(i,j,k-j)=r(i,k)
183 continue
                            end if
c
c * 予測上流端流入量
        if(nqin.gt.0) then ! 予測上流端流入量を与える(readする)
            do 189 j=1,nqin
                read(10,*)
                do 189 i=1,nq
                    read(10,'(24f10.0)') (qdp(i,j,k),k=1,iyoso)
189 continue
            end if
            return
        end
c
c*****
        subroutine xtoh(y,py,x)
c
c x1=>h and cal. error of predicted water level
c y: 流出高の期待値
c py: 流出高の誤差分散
c-----
        include 'yosoku2j.cmn'
        dimension x(353),h(353,353),aa(353,353),bb(353,353)
        dimension ppy(353,353),kkb(5)
c*
        do 110 i=1,nx
            do 110 j=1,nx
110 h(i,j)=0.0
c H行列の成分を指定
        y=0.0
        ist0=1
        iryu=nryu
        icn=nkad
        kry=0
        kka=0
        kkc=0
        do 301 i=1,5
301 kkb(i)=0
            iat=ist0
            do 302 nks=nko,1,-1
                call eqsys(nks,nm1,ist0,iat,iryu,icn,kry,
                    * kka,kkb,kkc,kkd,ihh,p2h,ah,xh1,xh2,x)
                if(kkd.ge.1.or.nm1.eq.4) go to 302

```

```

        if (nm1.eq.2) then
            iw=mwr (nks)
            p2h=1.0
            ah=areak (nks)
            xh1=zr (iw)*3.6/ah          ! mm/hr
            xh2=0.0
            go to 304
        end if
        h(1,ihh)=xh1**(1./p2h-1.)/p2h*ah/suma
        if (nm1.eq.1) h(1,ihh+2)=ah/suma ! 2 段目
304    continue
        y=y+(xh1**(1./p2h)+xh2)*ah/suma ! mm/hr 予測流出高
        if (mmod(nks).eq.3) go to 303
302    continue
303    continue
C
C    call matmul (1, nx, nx, h, pp, aa)
C    call matt (1, nx, h, bb)
C    call matmul (1, nx, 1, aa, bb, ppy)
C    py=ppy(1,1) ! 予測流出高の誤差分散 (mm/hr)^2
C *
C    return
C    end
C
C =====
C    subroutine store(11)
C *** 予測結果の格納 ***
C
C    include 'yosoku2j.cmn'
...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略
C
C    return
C    end
C
C =====
C    subroutine fileo
C *** 予測結果ファイル出力 ***
C
C    include 'yosoku2j.cmn'
...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略
C
C    return
C    end
C
C #####
C    subroutine no2kal (11, lt, k, re, x)
C *** 予測・伝達計算 ***
C    nonlinear storage function model
C    s = k1*q**p + k2*dq/dt
C    extrapolation equation of kalman filter
C    linearization of nonlinear vector equation
C    x(k+1) = phi*x(k) + gamma*d(k)
C -----
C    include 'yosoku2j.cmn'
C    dimension x(353), y(353), re(50)
C    dimension dm(353, 353), bb(353, 353), cc(353, 353)
C*
...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略
C
C    return
C    end
C
C =====
C    subroutine ryuik(iryu, rain, x)
C *** 分割流域における流出計算 ***
C    include 'yosoku2j.cmn'
C    dimension x(353)
C
C    k1=iryu*4-3
C    k2=k1+1
C    k3=k2+1
C    k4=k3+1
C    wk1=ac1*area(iryu)**0.24
C    zk2=ac2*wk1*wk1*rave(iryu)**(-0.2648)
C    wk2=1./zk2
C    wc0=(delt/tc)**2.
C    wc1=delt**2./tc
C
C
C ***** 分割流域における amx の設定
C    c1=0.0
C    c2=0.0
C    c3=0.0
C    c4=0.0
C    y1=x(k1)
C    y2=x(k2)

```

```

y3=x(k3)
y4=x(k4)
if(y1.le.0.0) go to 100
c1=y1**(wp1*wp2-1.0)
c2=y1**(wp1*wp2-2.0)
c3=y1**(wp2-1.0)
c4=y1**wp2
100 continue
e1 = wk1*wk2*wp1*wp2
e2 = wp1*wp2
c* dx/dt=a(x)*x+d(x)
c* f(x)=>fmx, a(x)=>amx, x=>ax, d(x)=>dm
amx(k1,k2)=1.0
amx(k2,k1)=-e1*(e2-1.0)*c2*y2-ac3*wk2*wp2*c3
amx(k2,k2)=-e1*c1
amx(k3,k4)=1.0
amx(k4,k1)=wc0*wp2*c3
amx(k4,k3)=-wc0/(ac3-1.)
amx(k4,k4)=-wc1
fmx(k1,1)=y2
fmx(k2,1)=-e1*c1*y2-ac3*wk2*c4+rain*wk2
fmx(k3,1)=y4
fmx(k4,1)=-wc0/(ac3-1.)*y3-wc1*y4+wc0*c4
ax(k1,1)=y1
ax(k2,1)=y2
ax(k3,1)=y3
ax(k4,1)=y4
go to (1,2,3,4),kase
4 continue
amx(k2,i2+iryu-1)=wk2
ax(i2+iryu-1,1)=rain
x(i2+iryu-1)=rain
go to 2
3 continue
amx(k2,i1+iryu-1)=wk2
ax(i1+iryu-1,1)=rain
x(i1+iryu-1)=rain
go to 1
2 continue
amx(k2,i1)=(e1*c1*y2+2.*ac3*wk2*c4-2.*rain*wk2)/ac1
amx(k2,i1+1)=(e1*c1*y2+ac3*wk2*c4-rain*wk2)/ac2
amx(k2,i1+2)=-wk2*c4
amx(k4,i1+2)=wc0/(ac3-1.)*2.*y3
ax(i1,1)=ac1
ax(i1+1,1)=ac2
ax(i1+2,1)=ac3
x(i1)=ac1
x(i1+1)=ac2
x(i1+2)=ac3
1 continue
return
end

c
c =====
c subroutine chase(nks, icn, x)
c *** 河道流入量 qo の設定 ***
c 上流端流入は現ステップ t=k の値を入力する
c
include 'yosoku2j.cmn'
dimension x(353), kkb(5)
c
an=areak(nks)
l1=nryu*4+icn*2-1
l2=l1+1
wk3=vk3(icn)
wp3=vp3(icn)
wk4=vk4(icn)
wp4=1./zp4(icn)
c
ist0=mmod(nks)/10+1
iryu=0
do i=nks-1,1,-1
nn1=mmod(i)-mmod(i)/10*10
if(nn1.eq.1) then
iryu=iryu+1
end if
end do
rain=0.0
icm=icn-1
kry=0
kka=0
kkc=0
do 309 i=1,5
309 kkb(i)=0
iat=ist0
do 304 i=nks-1,1,-1
call eqsys(i,nn1,ist0,iat,iryu,icm,kry,
* kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh1, xh2, x)
if(kkd.eq.2) go to 305

```

```

        if(kkd.eq.1 .or. nn1.eq.4) go to 304
        if(nn1.eq.2) then
            iw=mwr(i)
            p2h=1.0
            ah=areak(i)
            xh1=zr(iw)*3.6/ah          ! mm/hr
            xh2=0.0
            go to 303
        end if
        amx(12,ihh)=wk4/p2h*xh1**(1./p2h-1.)*ah/an
        if(nn1.eq.1) amx(12,ihh+2)=wk4*ah/an
303    continue
        rain=rain+(xh1**(1./p2h)+xh2)*ah/an    ! t-1
304    continue
305    continue
c
    con=wk3*wk4*wp3*wp4
    a=0.0
    c=0.0
    d=0.0
    e=0.0
    y1=x(11)          ! t-1 の値
    y2=x(12)
    if(y1.gt.0.0) go to 12
    if(y1.lt.0.0) y1=0.0
    go to 14
12    a=y1**(wp3*wp4-2.)
        c=y1**(wp4-1.)
        d=y1**(wp3*wp4-1.)
        e=y1**wp4
14    continue
        a1=-con*(wp3*wp4-1.)*a*y2-wk4*wp4*c
        a2=-con*d
        amx(11,11)=0.0
        amx(11,12)=1.0
        amx(12,11)=a1
        amx(12,12)=a2
        fmx(11,1)=y2
        fmx(12,1)=-con*d*y2-wk4*e+rain*wk4    ! rainは t-1 の値
        ax(11,1)=y1          ! xt-1
        ax(12,1)=y2
        return
    end
c
c =====
c      subroutine kpxcal( amm, ak1, ak2, ap1, ap2 )
c ***  河道追跡貯留関数モデル定数算定の近似式 ***
c
...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

        return
    end
c
c =====
c      subroutine a03cal( a, b, c, d, e, tar )
c ***  河道追跡貯留関数モデル定数算定の近似式 ***
c
...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

        return
    end
c
c =====
c      subroutine risan
c ***  線形方程式の差分法 ***
c
    include 'yosoku2j.cmn'
c* dx/dt=ax+b => x(k+1)=f(k)x(k)+g(k)b(k)
    dimension um(353,353), at(353,353)
    dimension aw(353,353), bw(353,353), cw(353,353)
c
...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

        return
    end
c
c =====
c      subroutine no2upd(11, z, x)
c ***  カルマン・フィルターによる更新方程式 ***
c      update equation of kalman filter
c =====
    include 'yosoku2j.cmn'
    dimension x(353), h(353,353)
    dimension w1(353,353), w2(353,353), w3(353,353)
    dimension gain(353,353), ht(353,353)

```

```

        dimension kkb(5)
c
c* 更新前流出高
      zq=wr (nall, ll, nl)          ! m3/s
      qbkal (ll)=zq*3.6/suma        ! mm/h
      sqq=sqrt (zq)
c* 計算流量を水位変換するための jj を計算する
      jj=1
      if (nhc .le. 1) go to 9
      do 8 i=1, nhc-1
        jj=i
        if (zq .lt. qc(i)) go to 9
      8 continue
      jj=nhc
      9 continue
c
      zcal=bb0 (jj)+bb1 (jj)*sqq    ! 水位 elm
      zbkal (ll)=zcal                ! elm
      err=z-qbkal (ll)              ! mm/h
c
c  gain : kalman gain
c* 観測方程式の線形化
      do 110 i=1, nx
        do 110 j=1, nx
          110 h(i, j)=0.0
c  H行列の成分を指定
      ist0=1
      iryu=nryu
      icn=nkad
      kry=0
      kka=0
      kkc=0
      do 309 i=1, 5
        309 kkb(i)=0
        iat=ist0
        do 304 nks=nko, 1, -1
          call eqsys (nks, nm1, ist0, iat, iryu, icn, kry,
*                kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh1, xh2, x)
          if (kkd .ge. 1 .or. nm1 .eq. 2 .or. nm1 .eq. 4) go to 304
          h(1, ihh)=xh1** (1. /p2h-1.) /p2h*ah/suma
          if (nm1 .eq. 1) h(1, ihh+2)=ah/suma
          if (mmod (nks) .eq. 3) go to 305
        304 continue
      305 continue
c* カルマン・ゲイン行列の計算
      call matmul (1, nx, nx, h, pp, w1)
      call matt (1, nx, h, ht)
      call matmul (1, nx, 1, w1, ht, w3)
c* rq: 観測誤差
      ck=qbkal (ll)
      rq=ck*alph3*ck*alph3          ! 観測誤差分散
c
      hphtr=w3 (1, 1)+rq
      w2 (1, 1)=1. /hphtr
c
      call matmul (nx, nx, 1, pp, ht, w1)
      call matmul (nx, 1, 1, w1, w2, gain)
c
c  .... update state variables .....
c* 状態量の更新 x(+)
      do 120 i=1, nc
        x(i)=x(i)+gain (i, 1)*err
        if (i .gt. n) go to 120
        if (mod (i, 2) .eq. 1 .and. x(i) .lt. 0.) x(i)=0.0
      120 continue
c* 更新後流出高
      qakal (ll)=0.0
      ist0=1
      iryu=nryu
      icn=nkad
      kry=0
      kka=0
      kkc=0
      do 306 i=1, 5
        306 kkb(i)=0
        iat=ist0
        do 307 nks=nko, 1, -1
          call eqsys (nks, nm1, ist0, iat, iryu, icn, kry,
*                kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh1, xh2, x)
          if (kkd .ge. 1 .or. nm1 .eq. 4) go to 307
          if (nm1 .eq. 2) then
            iw=mwr (nks)
            p2h=1.0
            ah=areak (nks)
            xh1=zr (iw)*3.6/ah          ! mm/hr
            xh2=0.0
          end if
          qakal (ll)=qakal (ll)+(xh1** (1. /p2h)+xh2)*ah/suma ! mm/hr
          if (mmod (nks) .eq. 3) go to 308

```

```

307 continue
308 continue
    zq=qakal(11)*suma /3.6          ! m3/s
    sqq=sqrt(zq)
cx 計算流量を水位変換するための jj を計算する
    jj=1
    if(nhc.le.1) go to 6
    do 7 i=1,nhc-1
        jj=i
    if(zq.lt.qc(i)) go to 6
    7 continue
    jj=nhc
    6 continue
c
    zcal=bb0(jj)+bb1(jj)*sqq
    zakal(11)=zcal
c
c ... update parameters ...
c* 誤差分散行列の更新
c* (i-kh)*p
    call mati(nx,w1)
    call matmul(nx,1,nx,gain,h,w2)
    call matsub(nx,nx,w1,w2,w3)
    call matmul(nx,nx,nx,w3,pp,w2)
c* p(+)
    do 111 i=1,nx
    do 111 j=1,nx
111 pp(i,j)=w2(i,j)
c
c* モデル定数のオンライン更新(jcon1=1)
    go to (21,23,21,23),kase
    23 continue
    go to (21,22) jcon1+1
    22 continue
    ac1=x(i1)
    ac2=x(i1+1)
    ac3=x(i1+2)
c
    21 continue
    return
    end
c
c =====
c subroutine shoki(qinit,x) ! qinit=qq(1)
c *** 初期値誤差設定 ***
c initial values for implementing kalman filter
c
c include 'yosoku2j.cmn'
c dimension x(353),ca(3)
c
c ..... initial values of state variables .....
c x(1) : initial discharge (input)
c
c ca(1)=ac1
c ca(2)=ac2
c ca(3)=ac3
c *
c do 300 i=1,n !=(nryu*2+nkad)*2
c x(i)=0.0
c i1=(i-nryu*4-1)/2+1
c if(i.le.nryu*4) go to 301
c gp2=zp4(i1) ! 河道のとき
c if(mod(i,2).eq.1) x(i)=qinit**gp2 ! mm/hr 全地点同じ値で問題なし
c go to 300
c 301 continue ! 流域のとき表面流出だけ初期値を与える
c gp2=zp2
c if(mod(i,4).eq.1) x(i)=qinit**gp2 ! mm/hr 全地点同じ値で問題なし
c 300 continue
c
c call wrcal(1,n1,x) !初期値を wr に代入
c *
c* 推定誤差共分散 pp の初期値
c システム誤差分散の対角要素はゼロにしない
c do 400 i=1,n ! システム変量の更新分のみ
c do 400 j=1,n
c pp(i,j) = 0.0
c if(j.eq.i) then
c if(x(j).gt.0.) pp(i,j) = (x(j)*beta)**2.
c if(x(j).le.0.) pp(i,j) = pp(i-1,j-1)
c end if
c 400 continue
c if(n1.gt.0) then ! モデル定数の更新があるとき
c k=0
c do i=1,i1+n1-1
c k=k+1
c pp(i,i)=(alph1*ca(k))**2.
c if(alph1.gt.900.) pp(i,i)=alpc(k)**2.
c end do
c end if
c

```

```

c *      q(i, j) : system error covariance
      do 420 i=1, n
      do 420 j=1, n
      q(i, j) = 0.0      ! システム誤差分散の初期値
420 continue
      return
      end

c
c =====
c      subroutine mati (n, a)
c* 単位行列の作成
      dimension a (353, 353)

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end

c
c =====
c      subroutine matt (m, n, a, b)
c* 転置行列の作成
      dimension a (353, 353), b (353, 353)

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end

c
c =====
c      subroutine matad (m, n, a, b, c)
c* 行列の和
      dimension a (353, 353), b (353, 353), c (353, 353)

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end

c
c =====
c      subroutine matc (m, n, a, c, b)
c* 行列の定数倍

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end

c
c =====
c      subroutine matmul (l, m, n, a, b, c)
c* 行列の積
      dimension a (353, 353), b (353, 353), c (353, 353)

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end

c
c =====
c      subroutine matsub (m, n, a, b, c)
c* 行列の差
      dimension a (353, 353), b (353, 353), c (353, 353)

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end

c
c =====
c      subroutine gosa
c *** 誤差指標の計算 ***
c
      include 'yosoku2j.cmn'
      dimension sa (300, 6), sa1 (300, 6), u (3), k (3), nrmse (3)
      &          , h0tot (3), hh01 (300), h0tot1 (3)

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

      return
      end

c
c =====
c      subroutine qtoh (jj, zq, zh)
c *** H-Q 式により Q を H に変換 ***
c
      include 'yosoku2j.cmn'

...「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」のプログラムと同じため省略

```

```

        return
    end
c
c =====
    subroutine eqsys(nks, nm1, ist0, ist, iryu, icn, kry,
*          kka, kkb, kkc, kkd, ihh, p2h, ah, xh1, xh2, x)
c *** 各地点の合流定式化と予測地点の観測方程式定式化 ***
c     係数ベクトルHを作成するためのルーチン
c
    include 'yosoku2j.cmn'
    dimension x(353), kkb(5)
c
    kkd=0
    nm10=mmod(nks)/10+1
    nm1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
    if(nm10.eq.ist) go to 200
    if(nm10.lt.ist) go to 201
cx 次の次数の支川に移る。
    kkb(ist)=kka
    ist=ist+1
    go to 200
cx 前の次数の支川に戻る。
    201 continue
        if(nm10.lt.ist0) go to 202
        kkb(ist)=kka
        ist=ist-1
        kka=kkb(ist)
        go to 200
    202 continue
        kkd=2
        go to 300
    200 continue
        go to ( 221, 222, 223, 300 ) , nm1
    221 continue                                ! 流域
        kry=kry+1
        if(kka.gt.0) go to 298
        kry=iryu-kry+1
        p2h=zp2
        ah=area(kryu)
        ihh=4*kryu-3
        xh1=x(ihh)
        xh2=x(ihh+2)
        go to 300
    222 continue                                ! 上流端流入量
        if(kka.gt.0) go to 298
        go to 300
    223 continue                                ! 河道追跡&合流計算
        kkc=kkc+1
        if(kka.gt.0) go to 298
        kkad=icn-kkc+1
        kka=kka+1
        p2h=zp4(kkad)
        ah=areak(nks)
        ihh=2*(nryu*2+kkad)-1
        xh1=x(ihh)
        xh2=0.0
        go to 300
    298 continue
        kkd=1
    300 continue
        return
    end
c
c =====
    subroutine wrcal(l1, k, x)
c *** 全地点の流出量を計算し、wrに記憶する ***
c
    include 'yosoku2j.cmn'
    dimension x(353)
    iryu=0
    icn=0
    do 940 nks=1, nko
        na1=mmod(nks)-mmod(nks)/10*10
        go to ( 221, 940, 223, 223 ) , na1
    221 continue                                ! 流域
        iw=mwr(nks)+1
        iryu=iryu+1
        k1=4*iryu-3
        wr(iw, l1, k)=(x(k1)**wp2+x(k1+2))*area(iryu)/3.6
        go to 940
    223 continue                                ! 直下流が河道でない合流点または河道
        iw=mwr(nks)
        s=0.0
        do 941 i=1, los(nks)
            jw=lwr(nks, i)
            s=s+wr(jw, l1, k)
    941 continue
        wr(iw, l1, k)=s
        if( na1.eq.4 ) go to 940

```

```

iw=mwr (nks)+1
icn=icn+1
k1=4*nryu+2*icn-1
wr (iw, ll, k)=x (k1)** (1./zp4 (icn))*areak (nks)/3.6
940 continue
return
end

```

▼共通 COMMON 文 (フォートラン)

```

c** yosoku2J. cmn **
common /var1/ n, n1, n2, nx, nc, i1, i2
common /var2/ kase, jcon1, nkse, jsr, iyoso, jkase (4)
common /st1/ wp1, wp2, zp2, ac1, ac2, ac3
common /st2/ hx, h2, h3, h4
common /st3/ alph1, alph2, alph3, beta, beta2, alpc (3), ap, bp
common /st5/ ab0 (8), ab1 (8), bb0 (8), bb1 (8)
common /st6/ hc (8), qc (8), h0, nhc
common /st7/ pp (353, 353), q (353, 353), ypr (24), yva (24)
common /st4/ fmx (353, 353), amx (353, 353), ax (353, 353)
common /st8/ f (353, 353), g (353, 353)
common /st9/ hlm, rmse (6), ajre (3), ajpe (3), jtpe (3), qnash (6)
common /outp/ hh0 (300), hf (300, 24), hu (300, 24), hl (300, 24)
*
, zbkal (300), zakal (300), qq (300)
common /outpq/ qf (300, 24), qu (300, 24), ql (300, 24), qbkal (300)
*
, qakal (300)
common /time/ kkm (300), kd (300), kh (300)
common /date/ iy0, im0, id0, ih0, nr, nq, nl, nrp
common /data2/ suma, area (50), arez (50), areak (350), dare (5)
common /discha/ r (51, 300), qz (300), wr (350, 300, 20), rave (50)
common /mod1/ nko, nryu, nqin, nkad, ngor, nall
common /mod2/ mmod (160), mwr (160), los (160), lwr (160, 2)
common /st10/ ck1, ck2, cc3, tc, delt, xrave, hiq, dt
common /st11/ cleg (50), alph (50), cmm (50)
common /st13/ vk3 (50), vk4 (50), vp3 (50), zp4 (50)
common /st14/ qd (10, 300), qdp (300, 10, 24), zr (350), rp (50, 300, 24)

```

▼入力データ例 (① 湧別川・丸瀬布における洪水流出予測計算)

H. 13.	9. 10	湧別川	丸瀬布	2dan	複合流域	H. 12HQ
10		3600	5.0	0.5		<--nl, DT, xrave, hiq
12. 0500		0.2300	1.8900	61.70	2.1	<--c1, c2, c3, tc, delt
2001	9	10	10			<--iy, im, id, ih
110	110					<--nr, nq
12						<--nko

…以降は、「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」の入力データ②と同じ

▼入力データ例 (② 丸瀬布流出量を上流端流入量とした場合の、湧別川・開盛における洪水流出予測計算)

H. 13.	9. 10	湧別川	開盛 (丸瀬布上流端流入)	2dan	複合流域	H. 12HQ
12		3600	5.0	0.5		<--nl, DT, xrave, hiq
13. 8600		0.2200	1.9200	61.70	2.1	<--c1, c2, c3, tc, delt
2001	09	10	10			<--iy, im, id, ih
110	110					<--nr, nq
19						<--nko

…以降は、「8.2.1 有効雨量を用いた貯留関数法」の入力データ②と同じ
ただし、丸瀬布予測流量は、「8.2.3 地下水流出成分を含む貯留関数法」の予測結果を入力する

8.2.4 出力データ例

▼ kalman. out

11	k	1-R	1-Q	2-R	2-Q	A-IN	A-OT	3-R	3-Q	1-Gou	4-R	B-IN	B-OT	5-R	5-Q
1	12	0.00	1.03	0.00	1.14	2.17	2.17	0.00	0.66	2.83	0.00	2.22	2.22	0.00	0.35
2	12	0.00	1.03	0.00	1.14	2.17	2.17	0.00	0.66	2.83	0.00	2.22	2.22	0.00	0.35
3	12	0.00	1.03	0.00	1.14	2.16	2.17	0.00	0.65	2.83	0.00	2.22	2.22	0.00	0.35
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
109	12	0.00	3.76	0.00	4.50	8.26	8.98	0.00	1.95	10.93	0.00	75.75	78.50	0.00	0.81
110	12	0.00	3.66	0.00	4.38	8.04	8.72	0.00	1.89	10.61	0.00	74.58	77.26	0.00	0.79
11	k	2-Gou	3-Gou	6-R	6-Q	丸瀬布									
1	12	2.57	5.41	0.00	0.96	6.36	0.00	6.36							

2	12	2.57	5.40	0.00	0.96	6.36	0.00	6.36
3	12	2.57	5.40	0.00	0.95	6.35	0.00	6.36
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
109	12	79.31	90.23	0.00	3.82	94.05	0.00	102.90
110	12	78.05	88.67	0.00	3.71	92.37	0.00	99.49

▼ fort. 21

	alph1	alph2	alph3	beta	ap	bp	xrave	hiq
	0.200	0.100	0.100	0.100	1.135	0.880	3.000	0.500
	ff	fc	alc1	alc2	alc3			
	0.600	2.920	0.000	0.000	0.000			
nhc=	2	h0=	0.000	q=a(h+b) ²		h=b0+b1*sqrt(q)		
	a	b	b0	b1				
1	32.8600	-173.5600	173.5600	0.1744				
2	27.0600	-173.3800	173.3800	0.1922				
3								
4								
5								

H. 13. 9. 10 湧別川 丸瀬布 FC 複合流域 H. 12HQ
 case= 4 jconl= 1 nx= 24

rmse	0.13356	0.20091	0.26179	0.13356	0.20091	0.26179
nash	0.98589	0.96721	0.94270	0.98589	0.96721	0.94270
jre	0.00064	0.00096	0.00125			
jpe	-0.00113	-0.00106	-0.00029			

水位予測結果

		rain	observ	before	after	predict	2*1.645σ	m-1.645σ	m+1.645σ			
m	d h					1hr	1hr	1hr	1hr	2hr	3hr	
1	9 10 10	0.00	174.000	174.000	174.000	174.000	0.093	173.907	174.093	174.114	174.133	
2	9 10 11	0.00	174.000	174.000	174.000	174.000	0.081	173.918	174.081	174.116	174.142	
3	9 10 12	0.00	174.000	174.000	174.000	173.999	0.084	173.915	174.084	174.120	174.146	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
109	9 14 22	0.00	175.330	175.318	175.328	175.301	0.376	174.925	175.677	175.712	175.723	
110	9 14 23	0.00	175.300	175.301	175.300	175.278	0.372	174.907	175.650	175.686	175.698	

▼ fort. 22

H. 13. 9. 10 湧別川 丸瀬布 1dan 複合流域 H. 12HQ
 流量予測結果

		rain	observ	before	after	predict	2*1.645σ	m-1.645σ	m+1.645σ			
m	d h					1hr	1hr	1hr	1hr	2hr	3hr	
1	9 10 10	0.00	6.362	0.000	0.000	6.361	2.680	3.680	9.041	9.614	10.038	
2	9 10 11	0.00	6.362	6.361	6.362	6.359	2.309	4.050	8.667	9.574	10.110	
3	9 10 12	0.00	6.362	6.359	6.361	6.357	2.345	4.012	8.702	9.582	10.046	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
109	9 14 22	0.00	102.896	101.517	102.727	99.644	43.017	56.626	142.661	145.969	146.621	
110	9 14 23	0.00	99.487	99.644	99.507	97.036	41.983	55.053	139.019	142.505	143.224	

▼ fort. 77 (「有効雨量を用いた貯留関数法」の場合)

H. 13. 9. 10	湧別川	丸瀬布	FC	複合流域	H. 12HQ
case	f	fc			
4 1	0.60000	2.92000			
4 2	0.60000	2.92000			
4 3	0.60000	2.92001			
4 4	0.59995	2.92005			
4 5	0.59992	2.92023			
⋮	⋮	⋮			

▼ fort. 77 (「損失項を含む貯留関数法」及び「地下水流出成分を含む貯留関数法」の場合)

H. 13. 9. 10	湧別川	丸瀬布	1dan	複合流域	H. 12HQ
case	c11	c12	c13		
4 1	16.61000	0.04000	1.18000		
4 2	16.61000	0.04000	1.18000		
4 3	16.61000	0.04000	1.18000		
4 4	16.61749	0.04001	1.18017		
4 5	16.63133	0.04002	1.18033		
⋮	⋮	⋮	⋮		