

# 熱収支法に基づく2段タンク型融雪流出モデルの適用

## An Application of Heat Balance Method and Two-cascade Storage Routing Model to Snowmelt Runoff

臼谷友秀<sup>1</sup>・星 清<sup>2</sup>・中津川誠<sup>3</sup>

Tomohide USUTANI, Kiyoshi HOSHI and Makoto NAKATSUGAWA

<sup>1</sup> (財)日本気象協会 北海道支社

<sup>2</sup> (財)北海道河川防災研究センター・研究所長

<sup>3</sup> 国土交通省 中部地方整備局 豊橋河川事務所長

### 要 旨

融雪期の流出量を推算する手法は数多く提案されているが、洪水予測といった実用上の用途から積雪層の貯留効果を考慮した融雪流出モデルはほとんどない。これまで筆者らは、積雪層の浸透効果を貯留関数法によってモデル化(以下、積雪浸透モデルと呼ぶ)し、これを組み込んだ融雪流出モデルを開発してきた。しかしながら、積雪浸透モデルは、融雪水の浸透をモデル化したもので、大雨時の浸透も表現できるかは検証されていなかった。また、融雪期全体の流出波形を再現し得る流出モデル定数を客観的かつ簡便に決めることが難しく、融雪流出モデルを適用する際の障害となっていた。

本報告では、まず、融雪期における大雨時の雨量と流入量の相互関係を分析し、融雪期の流出量を推定する場合、大雨に対しては積雪層の貯留効果はないと考えた方が合理的であることを示した。さらに、融雪期の1出水で流出モデル定数を決めておけば、複数年に亘って融雪全期間の流出波形を実用上十分な精度で再現できることがわかった。以上の結果、本報告で示した積雪貯留に対する考え方、並びに、流出モデル定数の決定法は、融雪流出モデルの再現性と汎用性を向上させるのに有効であることがわかった。

《キーワード：融雪流出；熱収支法；積雪浸透；2段タンク型貯留関数モデル》

## 1. はじめに

積雪寒冷地における多目的ダムの管理運用にあたっては、かんがい等の利水需要に備えて融雪期に貯水位を高く設定しておく必要がある。一方、積雪期や融雪期に目を向けると、地球温暖化による気候変化等を原因とした大雨や、それに伴う異常出水が懸念されている<sup>1)</sup>。とくに、貯水位の高い状況での大規模な流入は流域やダムの安全にとって大きな脅威をもたらす。現に2000年5月には、札幌市の豊平峡ダムで予想外の豪雨に見舞われ、洪水調節量以上の放流を行うような危機管理を要する事態が起きている<sup>2)</sup>。このように、水資源管理と洪水管理といった相反する条件下においては、降雨や融雪に伴う流出量を的確に予測することが重要な課題となる。

融雪期の流出量を予測するには、計算手法の選定に加え、流域に適したモデル定数を決めておくことが前提となる。中津川ら<sup>3)</sup>は融雪期の流出過程を、雪面での融雪(融雪モデル)、積雪内における水の流下(積雪浸透モデル)、流出(流出モデル)の3種類に分け、これらを組み合わせることによって融雪流出モデルを構成し、豊平峡ダム流域の流出量を約1ヶ月半に亘って再現した。この手法は、必要となるデータは全て気象予測情報によって入手できることから、他の流域においても流出予測が行えるものとなっている。

しかしながら現状では、このモデルを他の流域に適用した例はなく、モデルの一般性を確認しておくことが必要である。また、流出モデルとしては、多段のタンクモデルが用いられている例が多いが<sup>4)</sup>、モデル定数の決定は試行錯誤によるところが大きく、他の流域にこのモデルを適用する際の障害となっている。すなわち、モデル定数が多くなるにつれて、客観的最適化が困難となってくる。

そこで本報告では、北海道にある豊平峡ダム及び定山溪ダムをとりあげ、融雪流出モデルの一般性を検証した。モデル適用にあたっては、

- (a) 流出モデル定数を簡便かつ客観的に決める方法を検討した。具体的には、出水規模の大きい1事例を training data としてモデル定数を同定し、そのモデル定数が他の出水例においてどのくらいの再現精度を有するかを検討した。
- (b) また、融雪期における大雨時の雨量と流入量の対応を詳細に調べ、降雨を直接流出モデルに入力するように積雪浸透モデルを変更した。

以上の検討を踏まえ、豊平峡ダム及び定山溪ダムにおける時間流入量をシミュレートし、複数年に亘って良好な再現精度が得られた。その結果、本報告で検討したモデル定数の最適化法並びに積雪浸透モデルの改良は、モデルの汎用性、再現性を向上させる上で有効であることが判明した。

以下、本文では、融雪流出モデルの構成と計算方法、ならびに流域への適用結果の順で述べる。

## 2. 融雪流出モデル

### (1) 融雪流出に関わる課題

融雪期の流出量を算定する手法は数多く提案されているが、そのほとんどは、雪面における融雪量

の推定(融雪モデル)と河川流出量の推定(流出モデル)を組み合わせることで流出量を算定している<sup>5),6)</sup>。実際には雪面で融雪現象が起きた後、その融雪水は積雪層内を流下して土壌に到達する。すなわち、融雪の発生時刻とそれが土壌に到達する時刻には時間差がある。この時間差に関して小林<sup>7)</sup>は、融雪水の山腹における積雪内の流下時間と、山腹の地中の流下時間がほぼ同じであることを示し、融雪流出過程において積雪層の浸透が重要であることを指摘している。融雪水の積雪浸透に関する研究はこれまでも多数報告されている。例えば、浸透速度と積雪深や融雪強度の関連性を考察した報告<sup>8)</sup>、浸透速度を雪質の観点から考察した研究<sup>9)</sup>、積雪浸透に重力流理論を適用した研究<sup>10)</sup>、また、鉛直流下の非一様性に関する報告<sup>11)</sup>など多くの方法論が展開されている。しかしながら現状は、積雪層の浸透を取り入れた融雪流出モデルに関する報告は少なく(例えば、秀島ほか<sup>12)</sup>)、また、洪水予測といった実用面に主眼を置いた報告はほとんどない。

一方、融雪期の流出量を求める手法に関する課題としては、流域に適した流出モデルのパラメータをどのように決定するかといった点が挙げられる。流出モデルとしては、流出機構の概念が反映されていること、また、水収支が明確になっているなどの理由からタンクモデルが採用される例が多い<sup>4)</sup>。菅原の直列4段タンクモデルに代表されるように、タンクモデルのモデル定数は10個を超え、これら多数のモデル定数の探索に対しいくつかの研究例が報告されている<sup>13),14)</sup>。しかしながら、モデル定数が多いことから最適なモデル定数が探索できないことがあり、初期値の変更といった試行錯誤的な作業を伴う場合がある。従って、実務面での適用に当たっては、より簡便かつ客観的にモデル定数を同定できる融雪流出モデルの開発が望まれる。

## (2) モデルの全体構成

融雪流出モデルは、流出モデルへの入力値(土壌供給水量)の推算と流出モデルからなる(図-1)。

土壌供給水量は、夏であれば雨がそれに対応するが、融雪期では雨のほかに融雪水が加わる。また、雨や融雪水は、直接地表には到達するのではなく、地表に到達する前に積雪層をとおり。そこで、土壌供給水量の推定は以下の手順に従って行う。

- (a) 雪面における融雪量を計算し(融雪モデル)、雪面に与える水量を求める
- (b) 雪面の水が積雪層を流下し、底面から流出する水量を求める(積雪浸透モデル)

以上で述べた3種のモデル(融雪モデル・積雪浸透モデル・流出モデル)

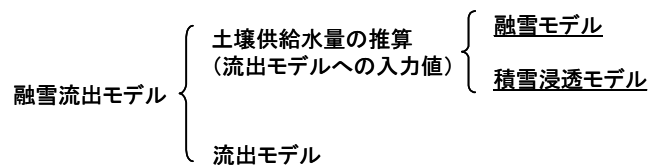


図-1 融雪流出モデルの構成

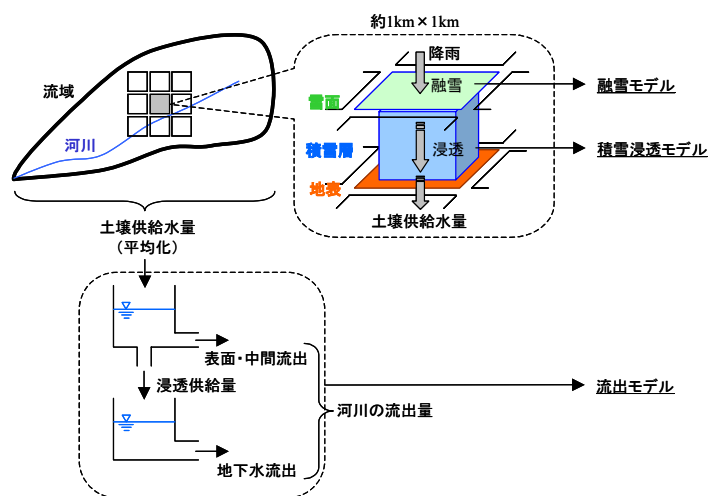


図-2 融雪流出モデルの全体構成

ル)は、図-2 のように組み合わせて融雪流出モデルを構成する。このモデルによる計算の流れは次のとおりである。まず、融雪モデル・積雪浸透モデルを約 1km 四方のメッシュに適用して、メッシュ単位で気象因子を用いて土壌供給水量を推定する。次に、メッシュ毎の土壌供給水量を流域全体にわたってランピングし、流出モデルへの入力値を作る。最後に、この値を流出モデルに入力し河川の流出量を求める。

以下では、融雪モデル、積雪浸透モデル、流出モデルの順に詳細を述べる。

### (3) 融雪モデル

融雪モデルには、近藤・山崎らが提案した熱収支法<sup>15)</sup>を用いる。基礎式は、積雪全体の熱収支式と雪面の熱収支式の 2 本であり、それぞれ次のように与えられる。

積雪全体の熱収支式：

$$\frac{1}{2}c_s\rho_s\{Z(T_0-T_s)-Z_n(T_0-T_{sn})\}+W_0\rho_sl_f(Z-Z_n)+M_0\Delta t=G\Delta t \quad (1)$$

雪面の熱収支式：

$$\varepsilon\{f_vL\downarrow+(1-f_v)\sigma T_v^4-\sigma T_{sn}^4\}-H-IE+\lambda_s\frac{T_0-T_{sn}}{Z_n}=0 \quad (2)$$

式中的変数は、表-1 にまとめる。なお、表にある「計算値(計算によって与える項目)」の求め方については後述する。

表-1 融雪モデルの変数

大別	記号	変数の意味	値 / 式番号
	$c_s$	積雪の比熱(J/kg/K)	2, 100
	$l_f$	雪の融解潜熱(J/kg)	$3.34\times 10^5$
	$T_0$	0(°C)	0
	$T_s$	雪温(°C)	
	$T_v$	植被層の温度(°C)	気温で代用
定数 (設定値)	$W_0$	最大含水率	0.1
	$Z$	凍結深(m)	
	$\varepsilon$	射出率	0.97
	$\lambda_s$	積雪の熱伝導率(W/m/K)	0.42
	$\rho_s$	積雪の密度(kg/m <sup>3</sup> )	
	$\sigma$	Stefan-Boltzmann 定数(W/m <sup>2</sup> /K <sup>4</sup> )	$5.67\times 10^{-8}$
	$\Delta t$	時間間隔(s)	3, 600
計算値 (計算によって与 える項目)	$f_v$	植被層の透過率	式(11)
	$G$	積雪が受けるエネルギー(W/m <sup>2</sup> )	式(15)
	$H$	顕熱(W/m <sup>2</sup> )	式(3)
	$IE$	潜熱(W/m <sup>2</sup> )	式(4)
	$L\downarrow$	下向き長波放射量(W/m <sup>2</sup> )	式(12)
未知数	$M_0$	融雪熱(W/m <sup>2</sup> )	—
	$T_{sn}$	時間 $\Delta t$ 後の雪温(°C)	—
	$Z_n$	時間 $\Delta t$ 後の凍結深(m)	—

式(1)は、時間が $\Delta t$ だけ経過する間に、雪面温度が $T_s$ から $T_{sn}$ に、また凍結深が $Z$ から $Z_{sn}$ に変化した場合の積雪全体の熱収支を記述しており、式の各項は次に示す熱量を表している。

- (a) 第1項は、積雪の温度上昇(下降)に使う熱量
- (b) 左辺第2項は、積雪内部にとどまる含水を解かす(凍結させる)のに消費する熱量
- (c) 左辺第3項は、最大含水率を超え、積雪から流出する水を作り出す熱量
- (d) 右辺は、積雪が雪面をとおして受け取る熱量

一方、式(2)は厚さ無限小の雪面の熱収支を表しており、**図-3**に示す模式図に従って熱の出入りを記述した式となっている。なお、日射は厚さ無限小の雪面を透過するため、式中には日射に関する項は現れない。

次に、**表-1**に示した「計算値(計算によって与える項目)」の算出方法を記す。

**a) 顕熱量( $H$ )及び潜熱量( $IE$ )**

$$H = c_p \rho C_H U (T_s - T) \tag{3}$$

$$IE = l \rho C_E \{q_s(T_s) - q\} \approx l \rho C_E \{(1-h)q_s(T) + \Delta(T_s - T)\} \tag{4}$$

ただし、

$$\rho = 1.293 \frac{273.15}{273.15 + T} \frac{p}{1013.25} \left(1 - 0.378 \frac{e}{p}\right) \tag{5}$$

$$e = h \cdot e_{SAT} \tag{6}$$

$$e_{SAT} = 6.1078 \cdot 10^{\frac{9.5T}{265.3+T}} \tag{7}$$

$$l = 2.50 \times 10^6 - 2400T \tag{8}$$

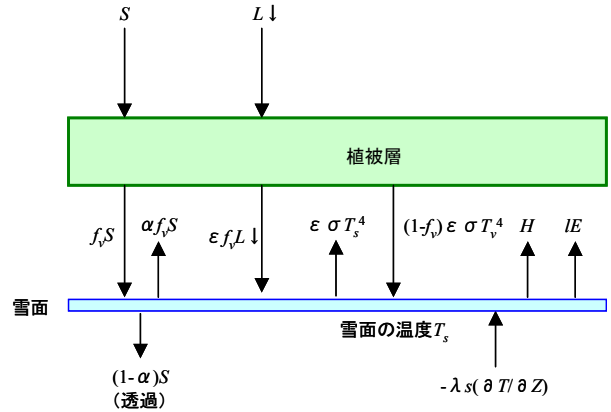
$$q_s(T) = \frac{0.622(e_{SAT}/p)}{1 - 0.378(e_{SAT}/p)} \tag{9}$$

$$\Delta \equiv \frac{dq_{SAT}}{dT} = \frac{6.1078 \times 2834}{0.4615(273.15 + T)^2} \times 10^{\frac{9.5T}{265.3+T}} \times \frac{0.622p}{(p - 0.378e_{SAT})^2} \tag{10}$$

ここで、 $c_p$  : 空気の定圧比熱 (J/kg/K),  $\rho$  : 空気の密度 (kg/m<sup>3</sup>),  $C_H$  : 顕熱に対するバルク係数,  $U$  : 風速 (m/s),  $T_s$  : 雪面の温度 (°C),  $T$  : 気温 (°C),  $l$  : 水の蒸発の潜熱 (J/kg),  $C_E$  : 潜熱に対するバルク係数,  $q_s(T_s)$  : 飽和比湿,  $q$  : 比湿,  $h$  : 相対湿度,  $\Delta$  : 飽和比湿の温度に対する勾配,  $p$  : 気圧 (hPa),  $e$  : 水蒸気圧 (hPa),  $e_{SAT}$  : 飽和水蒸気圧 (hPa).

**b) 植被層の透過率( $f_v$ )**

$$f_v = \exp(-F \cdot LAI) \tag{11}$$



**図-3 厚さ無限小の雪面における熱収支の模式図**

ここで、 $F$ ：放射に対する葉面の傾きを表わすファクター(=0.5；等方的)， $LAI$ ：葉面積指数。

c) 下向き長波放射( $L\downarrow$ )

$$L\downarrow = \sigma T^4 \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{L_{df}\downarrow}{\sigma T^4} \right) C \right\} \quad (12)$$

ただし、

$$C = \begin{cases} 0.826A^3 - 1.234A^2 + 1.135A + 0.298 & ; 0 < A \leq 1 \\ 0.2235 & ; A = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$A \equiv N/N_0$$

$$L_{df}\downarrow = (0.74 + 0.19x + 0.07x^2) \sigma T^4 \quad (14)$$

$$x = \log_{10}(0.14e)$$

ここで、 $L_{df}\downarrow$ ：快晴日の下向き長波放射量( $W/m^2$ )， $N$ ：日照時間(hr)， $N_0$ ：可照時間(hr)， $A$ ：日照率。

d) 積雪が受けるエネルギー( $G$ )

積雪層が受けるエネルギー $G$ は、図-4の模式

図に従い、次式で表わすことができる。

$$G = (1-\alpha)f_v S + \varepsilon \{ f_v L\downarrow + (1-f_v) \sigma T_v^4 - \sigma T_s^4 \} - H - IE \quad (15)$$

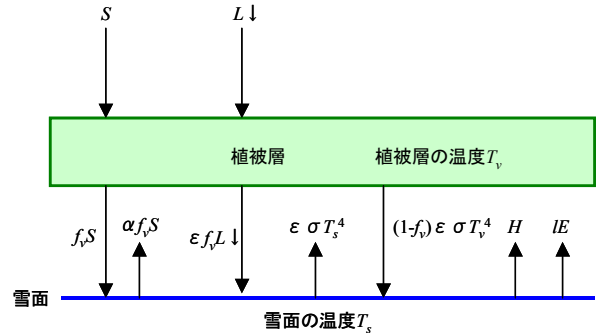


図-4 積雪層が受け取るエネルギー( $G$ )の模式図

ここで、 $f_v$ ：透過率， $S$ ：日射量( $W/m^2$ )， $\alpha$ ：

アルベド， $\varepsilon$ ：射出率， $L\downarrow$ ：下向き長波放射量( $W/m^2$ )， $\sigma$ ：Stefan-Boltzmann 定数( $W/m^2/K^4$ )， $T_s$ ：雪面温度( $^{\circ}C$ )， $T_v$ ：植被層温度( $^{\circ}C$ )， $H$ ：顕熱量( $W/m^2$ )， $IE$ ：潜熱量( $W/m^2$ )。

(4) 積雪浸透モデル

積雪浸透モデルには中津川ら<sup>3)</sup>が提案する1価線形貯留関数法を用いた。このモデルは、積雪内の水の流れにダルシー則を適用して導出されたもので、基礎式は次のように与えられる(図-5参照)。

$$s_s = k_s q_s \quad , \quad \frac{ds_s}{dt} = q_{rm} - q_s \quad (16)$$

ただし、

$$k_s = k_{01} H_s + k_{02} \quad (17)$$

ここで、 $s_s$ ：積雪貯留量(mm)， $k_s$ ：積雪の貯留係数， $q_{rm}$ ：雪面に与えられる水量(mm/h)， $q_s$ ：土壌供給水量(mm/h)， $k_{01}, k_{02}$ ：係数， $H_s$ ：積雪深(cm)。

式(16)において、積雪の貯留効果は貯留係数 $k_s$ によって表現される。この $k_s$ は、本来雪質(積雪密度や氷粒径など)に依存して変化すると考えられるが、実用性を考慮して積雪深 $H_s$ でパラメタライズされている(式(17))。式(17)の係数 $k_{01}$ と $k_{02}$ は、融雪観測の結果より顕著な融雪事例の $k_s$ とそのとき

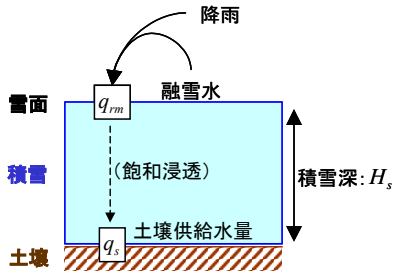


図-5 浸透の模式図

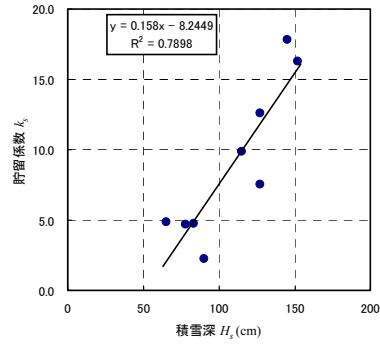


図-6 貯留係数  $k_0$  と積雪深の関係(中津川ら, 2004 より)<sup>6</sup>

の積雪深との相関関係(図-6)から  $k_{01}=0.16\text{h/cm}$ ,  $k_{02}=8.24\text{h}$  が報告されており, 本報告においてもこの値を用いることにした. なお, 上述の融雪観測を実施した期間においては大雨が観測されなかったことから, この手法が大雨時においても適用可能か否かは明らかにされていない. この課題に関しては, 後述する解析において検討する.

### (5) 流出モデル

流出モデルには, 2 段タンク型貯留関数モデル<sup>16)</sup>を採用した(図-7). この流出モデルでは, 流出量全体を表面・中間流出と地下水流出の 2 成分に分け, 両者を別々の貯留関数法によって表わす. 表面・中間流出成分には損失項を持つ非線形貯留関数法を使い, 地下流出成分は線形貯留関数法によって表現する. それぞれの貯留関数法は, ともに kinematic wave 式を基礎としており, 1 段目タンクはマニング則を仮定, 2 段目タンクはダルシー則を仮定した上で集中化したモデルとなっている.

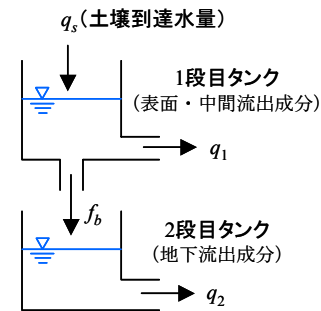


図-7 2 段タンク型貯留関数モデルの構成

表面・中間流出成分を表わす 1 段目タンクの基礎式は次式で与えられる.

$$s_1 = k_{11}q_1^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt}(q_1^{p_2}) \quad , \quad \frac{ds_1}{dt} = q_s - q_1 - f_b \quad , \quad f_b = k_{13}q_1 = (c_3 - 1)q_1 \quad (18)$$

ただし,

$$p_1 = 0.6 \quad , \quad p_2 = 0.4648 \quad , \quad k_{11} = c_1 A^{0.24} \quad , \quad k_{12} = c_2 k_{11}^2 (\bar{q}_s)^{-0.2648} \quad (19)$$

ここで,  $s_1$ : 1 段目タンクの貯留高(mm),  $q_s$ : 土壌供給水量(mm/h),  $q_1$ : 表面・中間流出成分の流出高(mm/h),  $f_b$ : 1 段目タンクから 2 段目タンクへの浸透供給量(mm/h),  $k_{11}, k_{12}$ : 貯留係数,  $k_{13}$ : 浸透係数,  $p_1, p_2$ : 貯留指数,  $A$ : 流域面積( $\text{km}^2$ ),  $\bar{q}_s$ : 土壌供給水量の平均強度(mm/h),  $c_1, c_2, c_3$ : モデル定数(未知定数).

一方, 地下水流出成分を表わす 2 段目タンクは次に示す基礎式で与えられる.

$$s_2 = k_{21}q_2 + k_{22} \frac{dq_2}{dt} \quad , \quad \frac{ds_2}{dt} = f_b - q_2 \quad (20)$$

表-2 計算に用いる定数

モデル	記号	記号の意味	使用した値
融雪モデル	$C_E$	潜熱に対するバルク係数	0.003
	$C_H$	顕熱に対するバルク係数	0.003
	$c_p$	空気の定圧比熱(J/kg/K)	1,006
	$c_s$	積雪の比熱(J/kg/K)	2,100
	$F$	放射に対する葉面の傾きを表わすファクター	0.5
	$l_f$	雪の融解潜熱(J/kg)	$3.34 \times 10^5$
	$T_0$	0(°C)	0
	$W_0$	最大含水率	0.1
	$\varepsilon$	射出率	0.97
	$\lambda_s$	積雪の熱伝導率(W/m/K)	0.42
	$\sigma$	Stefan-Boltzmann 定数(W/m <sup>2</sup> /K <sup>4</sup> )	$5.67 \times 10^{-8}$
積雪浸透モデル	$\Delta t$	時間間隔(s)	3,600
	$k_{01}$	モデル定数	0.16
$k_{02}$	8.24		
流出モデル	$c_1$	モデル定数 (流域に適した値を解析によって決める)	—
	$c_2$		—
	$c_3$		—
	$c_4$		—

表-3 計算に用いる気象データ

モデル	記号	記号の意味	時間間隔
融雪モデル	$T$	気温(°C)	1 時間
	$h$	相対湿度	"
	$p$	気圧(hPa)	"
	$U$	風速(m/s)	"
	$R$	降水量(mm/h)	"
	$S$	日射量(W/m <sup>2</sup> )	"
	$N$	日照時間(h)	1 日

ただし、

$$k_{21} = 0.0617c_4A^{0.4}, \quad k_{22} = 0.4k_{21}^2 \quad (21)$$

ここで、 $s_2$  : 2 段目タンクの貯留高(mm),  $k_{21}, k_{22}$  : 貯留係数,  $q_2$  : 地下流出成分の流出高(mm/h),  $c_4$  : モデル定数(未知定数).

#### (6) 融雪流出モデルへの入力データ

以上で述べた融雪流出モデルを用いて解析を進める際に必要となるデータを以下にまとめる。

##### a) 定数

計算で必要となる定数を表-2 に示す。表には、本報告で用いた値も合わせて示した(表中「使用した値」)。

##### b) 気象データ

計算で必要となる気象データを、表-3 に示す。表に示した項目は、国土数値情報の 3 次メッシュに



表-4 計算に用いる地形データ

モデル	記号	記号の意味	備考
融雪モデル	LAI	葉面積指数	植生による日射の遮断を考慮する場合に使う。値は1kmメッシュに対応したものが必要。なお、石井らの研究 <sup>17)</sup> で全国1kmメッシュのLAIを推定したものが報告されており、本報告では、この値を用いた。なお、植生を考えない場合は0を与えておく。
	H	標高(m)	本報告では、気温をメッシュ化する際に使った。標高は、1kmメッシュ(国土数値情報3次メッシュ)に対応した値が必要であるが、石狩川ランドスケープ情報 <sup>18)</sup> を用いた。ただし、メッシュ気温を与えられるのであれば不要。
	$\theta_1$	南北方向の傾斜 (rad)	日射量を斜面補正する際に使う。本報告では、国土数値情報(250mメッシュ)の標高から1kmメッシュ内の平均傾斜量を求めて用いた。なお、日射量の斜面補正を行わない場合は不要。
	$\theta_2$	東西方向の傾斜 (rad)	〃

表-5 計算に必要となるデータ

モデル	記号	記号の意味	備考
融雪モデル	$\alpha$	アルベド	1kmメッシュ(国土数値情報3次メッシュ)毎に値が必要。
	$\rho_s$	積雪密度 (kg/cm <sup>3</sup> )	〃
積雪浸透モデル	$H_s$	積雪深(cm)	〃

対応したメッシュ値を与える必要がある。なお、本報告で用いたメッシュ値の作成方法については、第4章において述べる。

### c) 地形等データ

計算に用いる地形等のデータを表-4にまとめる。

### d) その他のデータ

以上で示したデータ以外で、計算に必要となる項目を表-5に示す。なお、各項目は中津川ら<sup>19)</sup>の方法によって与えた。

## 3. 融雪流出モデルの計算方法と流出モデル定数の最適化手法

### (1) 融雪モデルの数値計算

融雪量は、式(1)と式(2)を連立させて求める<sup>15)</sup>。これら2本の式は3個の未知数(融雪熱量 $M_0$ 、雪面温度 $T_{sn}$ 、凍結深 $Z_n$ )を持つが、雪面温度が0°Cより高くないことに着目するとこれらの未知数が決まる。手順は次のとおりである。

まず、融雪は起きていない( $M_0=0\text{W/m}^2$ )と仮定して、 $T_{sn}$ と $Z_n$ を解く。求めた結果、

- (a)  $T_{sn} < 0^\circ\text{C}$ の場合は、仮定した $M_0=0\text{W/m}^2$ は成り立ち、このときに求めた $T_{sn}$ と $Z_n$ が求めるべき答えとなる。

(b) 一方,  $T_{sn} > 0^\circ\text{C}$  の場合は, 雪面温度が  $0^\circ\text{C}$  を超えることはないので,  $T_{sn} = 0^\circ\text{C}$  とおいて  $Z_n$  を求める.

求めた  $Z_n$  が雪面まで達していたら  $T_{sn}$  と  $Z_n$  によって  $M_0$  を求める.

以下では, この手順に沿って計算式を整理する.

式(1)・(2)において示した融雪モデルの基礎式を変数の置き換えを行い整理すると, 次のようになる.

$$\begin{cases} C_1 \{Z(T_0 - T_s) - Z_n(T_0 - T_{sn})\} + C_3(Z - Z_n) + M_0 \Delta t = G \Delta t \\ \varepsilon(L' - \sigma T_{sn}^4) - H - lE + \lambda_s \frac{T_0 - T_{sn}}{Z_n} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

ここで,

$$C_1 = \frac{1}{2} c_s \rho_s, \quad C_3 = W_0 \rho_s l_f, \quad L' = f_v L \downarrow + (1 - f_v) \sigma T_v^4 \quad (23)$$

$T_{sn}^4$  を気温  $T$  の回りで展開し,

$$T_{sn}^4 = T^4 + 4(T_{sn} - T)T^3 \quad (24)$$

式(22)の第2式に代入する. さらに, 式(3)と式(4)も代入すると次のようになる.

$$\varepsilon(L' - \sigma T^4) - (T_{sn} - T)C_2 - l\rho C_E U(1 - h)q_s(T) + \lambda_s \frac{T_0 - T_{sn}}{Z_n} = 0 \quad (25)$$

なお,

$$C_2 = 4\varepsilon\sigma T^3 + c_p \rho C_H U + l\rho C_E U \Delta \quad (26)$$

ここで, 式(22)の第1式で  $M_0 = 0$  と置いた式と式(25)を連立させて  $T_{sn}$  を消去すると,  $Z_n$  に関する2次方程式を得る.

$$A_2 Z_n^2 + A_1 Z_n + A_0 = 0 \quad (27)$$

ここで,

$$\begin{cases} A_2 = C_1 \{ \varepsilon(L' - \sigma T^4) + C_2(T - T_0) - l\rho C_E U(1 - h)q_s(T) \} - C_2 C_3 \\ A_1 = \{ C_3 Z + C_1 Z(T_0 - T_s) - G \Delta t \} C_2 - \lambda_s C_3 \\ A_0 = \lambda_s \{ C_3 Z + C_1 Z(T_0 - T_s) - G \Delta t \} \end{cases} \quad (28)$$

式(27)で意味を持つ解は次のとおりである.

$$Z_n = \frac{-A_1 - \sqrt{A_1^2 - 4A_2 A_0}}{2A_2} \quad (29)$$

凍結深  $Z_n$  の取りうる範囲は,  $Z_{\min} \leq Z_n \leq H_s$  ( $Z_{\min}$ : 凍結深の最小値でここでは0.01とした,  $H_s$ : 積雪深)である. 式(29)で求めた  $Z_n$  が,  $Z_n < Z_{\min}$  の場合は  $Z_{\min}$  に,  $Z_n > H_s$  の場合は  $H_s$  に置き換える.

このように求めた  $Z_n$  を使って, 式(22)の第1式より  $T_{sn}$  を次のように求める.

$$T_{sn} = \frac{G\Delta t - C_1 \{Z(T_0 - T_s) - Z_n T_0\} - C_3 (Z - Z_n)}{C_1 Z_n} \quad (30)$$

求めた  $T_{sn}$  が  $T_{sn} < 0^\circ\text{C}$  の場合は、以上で求めた  $T_{sn} \cdot Z_n$  及び  $M_0 = 0\text{W/m}^2$  が求めるべき値となる。一方、 $T_{sn} > 0^\circ\text{C}$  の場合は、 $T_{sn} = 0^\circ\text{C}$  と置いて、再度  $Z_n$  を次式で求める。

$$Z_n = Z + \frac{C_1 Z (T_0 - T_s) - G\Delta t}{C_3} \quad (31)$$

このとき、求めた値が  $Z_n = Z_{\min}$  (積雪に凍結がない) になる場合、 $T_{sn} = 0$  と  $Z_{\min}$  を使い、次式によって  $M_0$  を求める。

$$M_0 = G - \frac{C_1 \{Z(T_0 - T_s) - Z_n (T_0 - T_{sn})\} + C_3 (Z - Z_n)}{\Delta t} \quad (32)$$

## (2) 流出モデルの数値計算<sup>10)</sup>

1 段目タンクの計算にあたって、次の変数変換を行う。

$$y_1 = q_1^{p_2}, \quad y_2 = \frac{d}{dt}(q_1^{p_2}) = \frac{dy_1}{dt} \quad (33)$$

式(18)と式(33)より、非線形連立常微分方程式(34)を得る。

$$\frac{d\mathbf{Y}_1}{dt} = F_1(\mathbf{Y}_1) \quad (34)$$

$$\mathbf{Y}_1 = [y_1 \quad y_2]^T \quad (35)$$

$$F_1(\mathbf{Y}_1) = \begin{bmatrix} f_1(y_1, y_2) \\ f_2(y_1, y_2) \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\begin{cases} f_1(y_1, y_2) = y_2 \\ f_2(y_1, y_2) = -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} y_1^{\frac{p_1-1}{p_2}} y_2 - \frac{c_3}{k_{12}} y_1^{\frac{1}{p_2}} + \frac{q_s}{k_{12}} \end{cases} \quad (37)$$

$$c_3 = 1 + k_{13} \quad (38)$$

ここで、 $\text{T}$  : 転置記号。

あらかじめ与えられた  $\mathbf{Y}_1^*$  のまわりで  $F_1(\mathbf{Y}_1)$  を 1 次の項までテーラー級数展開すると、式(34)は次のようになる。

$$\frac{d\mathbf{Y}_1}{dt} = \mathbf{A}_1 \mathbf{Y}_1 + \mathbf{B}_1 \quad (39)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\partial f_2}{\partial y_1} = -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} \left( \frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (y_1^*)^{\frac{p_1-2}{p_2}} (y_2^*) \\ \quad - \frac{c_3}{k_{12} p_2} (y_1^*)^{\frac{1}{p_2}-1} \\ a_2 = \frac{\partial f_2}{\partial y_2} = -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} (y_1^*)^{\frac{p_1-1}{p_2}} \end{cases} \quad (41)$$

$$b_2 = f_2(y_1^*, y_2^*) - a_1(y_1^*) - a_2(y_2^*) \quad (42)$$

さらに、式(39)は式(43)に示す差分方程式に変換できる。

$$\mathbf{Y}_{1,i+1} = \mathbf{\Phi} \mathbf{Y}_{1,i} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{B}_{1,i} \quad (43)$$

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_{1,i} = [y_1 \quad y_2]_i^T, & \mathbf{B}_{1,i} = [0 \quad b_2]_i^T \\ \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix}, & \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (44)$$

ここで、 $i$  : 任意のタイム・ステップ。なお、 $\mathbf{\Phi}$  及び  $\mathbf{\Gamma}$  は次の級数和で与えられる。

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{I} + \mathbf{A}T + \frac{1}{2} \mathbf{A}^2 T^2 + \frac{1}{6} \mathbf{A}^3 T^3 + \frac{1}{24} \mathbf{A}^4 T^4 + \dots + \frac{1}{m!} \mathbf{A}^m T^m \quad (45)$$

$$\mathbf{\Gamma} = T \left( \mathbf{I} + \frac{1}{2} \mathbf{A}T + \frac{1}{6} \mathbf{A}^2 T^2 + \frac{1}{24} \mathbf{A}^3 T^3 + \dots + \frac{1}{m!} \mathbf{A}^{m-1} T^{m-1} \right) \quad (46)$$

ただし、 $\mathbf{I}$  : 単位行列、 $T$  : 計算時間間隔 ( $T < 1$ )。通常、級数は5項まで展開すれば十分なので、本報告では  $m=4$  とした。

2段目タンクについては、次の変数変換を行う。

$$y_3 = q_2, \quad y_4 = \frac{dq_2}{dt} = \frac{dy_3}{dt} \quad (47)$$

このとき、式(20)と式(47)より次式を得る。

$$\begin{cases} \frac{dy_3}{dt} = f_3(y_3, y_4) = y_4 \\ \frac{dy_4}{dt} = f_4(y_3, y_4) = -\frac{1}{k_{22}} y_3 - \frac{k_{21}}{k_{22}} y_4 + \frac{f_b}{k_{22}} \end{cases} \quad (48)$$

式(48)を行列で表わすと式(49)を得る。

$$\frac{d\mathbf{Y}_2}{dt} = \mathbf{A}_2 \mathbf{Y}_2 + \mathbf{B}_2 \quad (49)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$a_3 = -\frac{1}{k_{22}}, \quad a_4 = -\frac{k_{21}}{k_{22}}, \quad b_4 = \frac{f_b}{k_{22}} = \frac{k_{13}}{k_{22}} q_1 \quad (51)$$

なお、1段目タンクから2段目タンクへの浸透供給量  $f_b$  は既知量として扱う。式(49)の解法は、式(39)のそれに準ずれば良い。

全流出高  $q$  は、式(33)第1式と式(47)第1式から次のように求まる。

$$q = q_1 + q_2 = y_1^{\frac{1}{p_2}} + y_3 \quad (52)$$

### (3) 流出モデルの最適化<sup>20)</sup>

4個のモデル定数( $c_1, c_2, c_3, c_4$ )の最適化には Newton-Raphson 法を用いた。このとき、感度係数は以下に示すように、解析的に算定される。

#### a) 感度係数の算定

今、モデル定数が時間的に変化しないと仮定し、1段目タンクに関する式(34)をモデル定数  $k_{11}, k_{12}, c_3$  について微分すると式(53)を得る。

$$\frac{d\mathbf{U}_1}{dt} = \mathbf{A}_3 \mathbf{U}_1 + \mathbf{D}_1 \quad (53)$$

$$\mathbf{U}_1 = \left[ \frac{\partial y_1}{\partial k_{11}} \quad \frac{\partial y_1}{\partial k_{12}} \quad \frac{\partial y_1}{\partial c_3} \quad \frac{\partial y_2}{\partial k_{11}} \quad \frac{\partial y_2}{\partial k_{12}} \quad \frac{\partial y_2}{\partial c_3} \right]^T \quad (54)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ a_1 \mathbf{I} & a_2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$\mathbf{D}_1 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad d_1 \quad d_2 \quad d_3]^T \quad (56)$$

$$\begin{cases} d_1 = \frac{\partial f_2}{\partial k_{11}} = -\frac{1}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} y_1^{\frac{p_1-1}{p_2}} y_2 \\ d_2 = \frac{\partial f_2}{\partial k_{12}} = \frac{1}{k_{12}^2} \left( k_{11} \frac{p_1}{p_2} y_1^{\frac{p_1-1}{p_2}} y_2 + c_3 y_1^{\frac{1}{p_2}} - q_s \right) \\ d_3 = \frac{\partial f_2}{\partial c_3} = -\frac{1}{k_{12}} y_1^{\frac{1}{p_2}} \end{cases} \quad (57)$$

ただし、式(55)の  $\mathbf{0}$  は  $(3 \times 3)$  のゼロ行列、 $\mathbf{I}$  は  $(3 \times 3)$  の単位行列、 $a_1 \mathbf{I}$  は対角要素が  $a_1$  の  $(3 \times 3)$  の行列、 $a_2 \mathbf{I}$  は対角要素が  $a_2$  である  $(3 \times 3)$  の行列を表わす。

1段目タンクの流出高  $q_1$  に関する感度係数は、式(33)第1式より、次式で求められる。

$$\frac{\partial q_1}{\partial k_{11}} = \frac{1}{p_2} y_1^{\frac{1}{p_2}-1} \frac{\partial y_1}{\partial k_{11}}, \quad \frac{\partial q_1}{\partial k_{12}} = \frac{1}{p_2} y_1^{\frac{1}{p_2}-1} \frac{\partial y_1}{\partial k_{12}}, \quad \frac{\partial q_1}{\partial c_3} = \frac{1}{p_2} y_1^{\frac{1}{p_2}-1} \frac{\partial y_1}{\partial c_3} \quad (58)$$

同様に、2段目タンクに関しても、式(48)をモデル定数  $k_{11}, k_{12}, c_3, k_{21}$  で微分すると式(59)が得られる。

$$\frac{d\mathbf{U}_2}{dt} = \mathbf{A}_4 \mathbf{U}_2 + \mathbf{D}_2 \quad (59)$$

$$\mathbf{U}_2 = \left[ \frac{\partial y_3}{\partial k_{11}} \quad \frac{\partial y_3}{\partial k_{12}} \quad \frac{\partial y_3}{\partial c_3} \quad \frac{\partial y_3}{\partial k_{21}} \quad \frac{\partial y_4}{\partial k_{11}} \quad \frac{\partial y_4}{\partial k_{12}} \quad \frac{\partial y_4}{\partial c_3} \quad \frac{\partial y_4}{\partial k_{21}} \right]^T \quad (60)$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ a_3 \mathbf{I} & a_4 \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$\mathbf{D}_2 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad d_4 \quad d_5 \quad d_6 \quad d_7]^T \quad (62)$$

$$\begin{cases} d_4 = \frac{\partial f_4}{\partial k_{11}} = \frac{k_{13}}{k_{22}} \frac{\partial q_1}{\partial k_{11}} & , \quad d_5 = \frac{\partial f_4}{\partial k_{12}} = \frac{k_{13}}{k_{22}} \frac{\partial q_1}{\partial k_{12}} \\ d_6 = \frac{\partial f_4}{\partial c_3} = \frac{1}{k_{22}} \left( q_1 + k_{13} \frac{\partial q_1}{\partial c_3} \right) & , \quad d_7 = \frac{\partial f_4}{\partial k_{21}} + \frac{\partial f_4}{\partial k_{22}} \frac{\partial k_{22}}{\partial k_{21}} \end{cases} \quad (63)$$

ただし、式(61)の $\mathbf{0}$ は(4×4)のゼロ行列、 $\mathbf{I}$ は(4×4)の単位行列、 $a_3\mathbf{I}$ は対角要素が $a_3$ の(4×4)の行列、 $a_4\mathbf{I}$ は対角要素が $a_4$ である(4×4)の行列を表わす。なお、式(53)と式(59)は式(39)と同形であることから、計算にあたっては式(43)の解法に準拠すればよい。

式(63)の $q_1$ に関する微係数は式(58)で与えられる。また、 $d_7$ の右辺に含まれる微係数 $\partial f_4/\partial k_{21}$ 、 $\partial f_4/\partial k_{22}$ 及び $\partial k_{22}/\partial k_{21}$ は、式(48)と式(21)より次のように与えられる。

$$\frac{\partial f_4}{\partial k_{21}} = -\frac{1}{k_{22}} y_4 \quad , \quad \frac{\partial f_4}{\partial k_{22}} = \frac{1}{k_{22}^2} (y_3 + k_{21} y_4 - f_b) \quad , \quad \frac{\partial k_{22}}{\partial k_{21}} = 0.8 k_{21} \quad (64)$$

流出高 $q_2$ に関する感度係数は、次のように算出される。

$$\frac{\partial q_2}{\partial k_{11}} = \frac{\partial y_3}{\partial k_{11}} \quad , \quad \frac{\partial q_2}{\partial k_{12}} = \frac{\partial y_3}{\partial k_{12}} \quad , \quad \frac{\partial q_2}{\partial c_3} = \frac{\partial y_3}{\partial c_3} \quad , \quad \frac{\partial q_2}{\partial k_{21}} = \frac{\partial y_3}{\partial k_{21}} \quad (65)$$

全流出高 $q (= q_1 + q_2)$ に関する感度係数は、式(19)と式(21)を用いて次のように計算される。

$$\begin{cases} \frac{\partial q}{\partial c_1} = \frac{\partial k_{11}}{\partial c_1} \left( \frac{\partial q_1}{\partial k_{11}} + \frac{\partial q_2}{\partial k_{11}} \right) = A^{0.24} \left( \frac{\partial q_1}{\partial k_{11}} + \frac{\partial q_2}{\partial k_{11}} \right) \\ \frac{\partial q}{\partial c_2} = \frac{\partial k_{12}}{\partial c_2} \left( \frac{\partial q_1}{\partial k_{12}} + \frac{\partial q_2}{\partial k_{12}} \right) = k_{11}^2 (\bar{q}_s)^{-0.2648} \left( \frac{\partial q_1}{\partial k_{12}} + \frac{\partial q_2}{\partial k_{12}} \right) \\ \frac{\partial q}{\partial c_3} = \frac{\partial q_1}{\partial c_3} + \frac{\partial q_2}{\partial c_3} \\ \frac{\partial q}{\partial c_4} = \frac{\partial q_2}{\partial k_{21}} \frac{\partial k_{21}}{\partial c_4} = 0.0617 A^{0.4} \frac{\partial q_2}{\partial k_{21}} \end{cases} \quad (66)$$

式(66)の最右辺における感度係数は式(58)と式(65)で既に与えられている。

#### b) Newton-Raphson 法によるモデル定数の最適化

モデル定数の最適化にあたっては、観測流出高 $q_m^*$ と計算流出高 $q_m(\mathbf{K})$ との平均誤差二乗和 $J(\mathbf{K})$ が最小になるようにモデル定数ベクトル $\mathbf{K} = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4]^T$ を同定する。すなわち、目的関数 $J(\mathbf{K})$ を次式で定義する。

$$J(\mathbf{K}) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \{e_m(\mathbf{K})\}^2 = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \{q_m^* - q_m(\mathbf{K})\}^2 \quad (67)$$

ここで、 $m$  : データ番号、 $N$  : データ数。

今、モデル定数ベクトル $\mathbf{K}$ を $\Delta\mathbf{K} (= [\Delta c_1 \quad \Delta c_2 \quad \Delta c_3 \quad \Delta c_4]^T)$ だけ変化させることを考える。このとき、誤差 $e_m(\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K})$ をモデル定数 $\mathbf{K}$ のまわりで1次の項までテーラー級数展開すると、次式が得られる。

$$e_m(\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K}) = e_m(\mathbf{K}) + \sum_{j=1}^4 \left\{ \Delta c_j \frac{\partial e_m(\mathbf{K})}{\partial c_j} \right\} \quad (68)$$

なお、式(68)の誤差 $e_m(\mathbf{K})$ に関する感度係数は、式(67)を用いて次のように計算される。

$$\frac{\partial e_m(\mathbf{K})}{\partial c_j} = -\frac{\partial q_m(\mathbf{K})}{\partial c_j} = -w_{jm} \quad (69)$$

式(68)及び式(69)を式(67)に代入すると、次式を得る。

$$J(\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K}) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \left\{ e_m(\mathbf{K}) - \sum_{j=1}^4 (\Delta c_j w_{jm}) \right\}^2 \quad (70)$$

式(70)が最小となる条件( $\partial J(\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K})/\partial(\Delta\mathbf{K}) = 0$ )から、式(70)を $\Delta\mathbf{K}$ で微分し整理すると、ベクトル $\Delta\mathbf{K}$ は式(71)で与えられる。

$$\Delta\mathbf{K} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{V} \quad (71)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} [w_1^2] & [w_1 w_2] & [w_1 w_3] & [w_1 w_4] \\ [w_2 w_1] & [w_2^2] & [w_2 w_3] & [w_2 w_4] \\ [w_3 w_1] & [w_3 w_2] & [w_3^2] & [w_3 w_4] \\ [w_4 w_1] & [w_4 w_2] & [w_4 w_3] & [w_4^2] \end{bmatrix} \quad (72)$$

$$\mathbf{V} = [[ew_1] \ [ew_2] \ [ew_3] \ [ew_4]]^T \quad (73)$$

ここで、

$$\begin{cases} [w_i w_j] = \sum_{m=1}^N (w_{im} w_{jm}) & (i, j = 1, 2, 3, 4) \\ [ew_i] = \sum_{m=1}^N (e_m w_{im}) & (i = 1, 2, 3, 4) \end{cases} \quad (74)$$

なお、行列 $\mathbf{W}$ は対称行列である。上記で得られた $\Delta\mathbf{K}$ によってモデル定数ベクトル $\mathbf{K}$ を更新し、この処理を繰り返すことによって目的関数 $J(\mathbf{K})$ が最も小さくなる $\mathbf{K}$ が求まる。なお、本研究では、 $|\Delta\mathbf{K}/\mathbf{K}| < 0.001$ になった時点でモデル定数が収束したものと判断して、繰り返し計算を終了させた。また、繰り返し計算過程での式(71)の効率的解法には成分回帰分析手法を用いた<sup>21)</sup>。

#### 4. 対象流域と解析データ

##### (1) 解析対象流域

解析対象流域は、北海道札幌市の南部に位置する豊平峡ダム(流域面積: 134km<sup>2</sup>)とその南約10kmにある定山溪ダム(流域面積: 104km<sup>2</sup>)である(図-8)。流域の標高は、両ダムとも400~1,300mで、全体の50%は700~900mの範囲にある。積雪期間は11月下旬~翌年5月中旬の約6ヶ月間で、融雪出水は4月中旬~5月下旬の約1ヶ月半である。降雪量(雨量に換算した値)は、

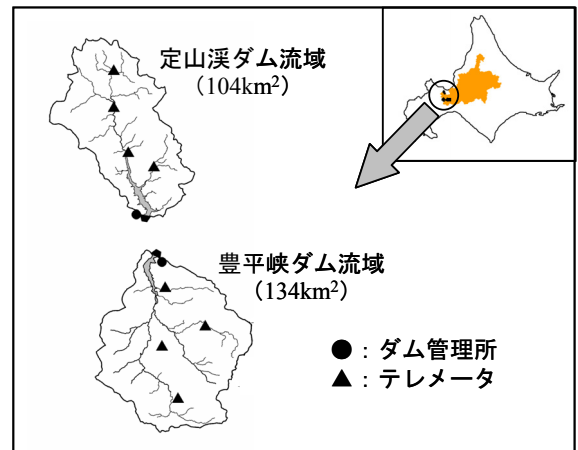


図-8 対象流域の位置

表-6 豊平峡ダム及び定山溪ダムでの気象観測項目

気象要素	豊平峡ダム	定山溪ダム	備考
気温	●	●	ダム管理所で観測.
湿度	●	●	〃
風速	●	●	〃
気圧	●	●	〃
降水量	●	●	流域平均雨量.
日射量	×	●	豊平峡ダムは、定山溪ダムの値を代用.
日照時間	×	●	〃

※●：観測が行われている項目，×：観測は行われていない項目

豊平峡ダム 1,000mm, 定山溪ダム 1,200mm となっており, 年間総降水量の約 50%が降雪である.

## (2) 解析データ

豊平峡ダム及び定山溪ダム流域では表-6 に示す気象データが入手でき, これらを用いて解析を行う. 対象期間は 1996 年から 2000 年とする. 気象データの多くはダム管理所で観測された値であるため, 融雪流出モデルへ入力するには, 地点の気象データからメッシュ値を作成する必要がある. しかしながら, 対象流域の面積が小さいことから, 気象要素の多くは観測値をそのままメッシュの値として使う. ただし, 気温と日射量に関しては次に示す方法でメッシュ値を作成した.

a) 気温：メッシュ値は, ダム管理所と求めたいメッシュとの標高差によって, 次式で与えた.

$$T_{\text{mesh}} = T_{\text{obs}} + \alpha(H_{\text{mesh}} - H_{\text{dam}}) \quad (75)$$

ここで,  $T_{\text{mesh}}$  : メッシュの気温(°C),  $T_{\text{obs}}$  : 観測気温(°C),  $H_{\text{mesh}}$  : メッシュの標高(m),  $H_{\text{dam}}$  : 気温観測点の標高(m),  $\alpha$  : 気温減率(°C/100m). なお, 気温減率 $\alpha$ には-0.65°C/100mを用いる. また, 気温観測点の標高にはダム管理所の標高(豊平峡ダム: 485m, 定山溪ダム: 393m)を与える.

b) 日射量：メッシュ値は, 求めたいメッシュの向きと観測された日射量によって, 次式で与えた<sup>22)</sup>.

$$S_{\text{mesh}} = \frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_h} S_{\text{obs}} \quad (76)$$

ただし,

$$\begin{cases} \cos \theta_h = \cos \phi \cos \delta \cos h + \sin \phi \sin \delta \\ \cos \theta_s = V_x \cos \delta \cos h - V_y \cos \delta \sin h + V_z \sin \delta \end{cases} \quad (77)$$

$$\begin{cases} V_x = k_y \sin \phi \sin \omega + \cos \phi \cos \omega \\ V_y = -k_x \sin \omega \\ V_z = -k_y \cos \phi \sin \omega + \sin \phi \cos \omega \end{cases} \quad (78)$$

$$\omega = \tan^{-1} \left( \sqrt{\tan^2 \theta_1 + \tan^2 \theta_2} \right), \quad k_x = \frac{\tan \theta_2}{\tan \omega}, \quad k_y = \frac{\tan \theta_1}{\tan \omega} \quad (79)$$

ここで,  $S_{\text{mesh}}$  : 斜面が受ける日射量(W/m<sup>2</sup>),  $S_{\text{obs}}$  : 観測された日射量(W/m<sup>2</sup>),  $\phi$  : 経度(rad),  $\delta$  : 赤緯(rad),  $h$  : 時角(rad),  $\theta_1$  : 南北方向の傾斜(rad),  $\theta_2$  : 東西方向の傾斜(rad).



表-7 融雪期の降雨事例(豊平峡ダム, 2000年)

期間	総雨量 (mm)	積雪深(cm)	
		ダム管理所 (485m)	テレメータ (760m)
1 4/21~4/23	94	45	141
2 5/ 2~5/ 4	79	0	78
3 5/12~5/14	117	0	13

※()内の数値は標高.

## 5. 豊平峡ダム流域への適用

### (1) 土壤供給水量の推定

ここでは、融雪モデルと積雪浸透モデルを用いて土壤供給水量を推定し、積雪浸透モデルが大雨においても適切な土壤供給水量を算定しているかを調べる。降雨事例として、2000年の融雪期に発生した3度の降雨期間を取り上げる(表-7)。いずれの事例とも3日間雨量で70mmを超え、降雨規模としては、解析の対象とした1996年から2000年の融雪期中で上位3事例である。積雪状況としては、4月21日は流域全体に積雪がある状態、5月12日は融雪が進み標高の高い部分に積雪が残っている状態である。これらの事例に関して、雪面に供給される水量(雨量, 融雪量)と、算定した土壤供給水量及びダム流入量を、それぞれ図-9~図-11に示す。各図とも、左側に雪面に供給される雨量と融雪量を示し、右側には積雪層を流下した後の水量(積雪浸透モデルによって算定した値)を示す。これらの図によれば、以下に示す特徴が把握される。

- (a) 雪面に供給される降雨の変動特性は、時間遅れをもちつつ流入量のそれによく対応している。とくに、第2出水(図-10)では、ダム流入ハイドログラフの複数の小さなピークはハイトグラフのピークに鋭敏に反応している。
- (b) 積雪浸透層を流下した土壤供給水量に対する流入量の応答はよくない。具体的には、第1出水(図-9)では土壤供給水量は流入量と同様な変動を示し、第2出水(図-10)では流入ハイドログラフに見られる複数のピークは土壤供給水量には見られない。

以上の考察により、積雪浸透モデルが一種のフィルターの役目を果たし、大雨に対して積雪層の流下を想定すると、過度にスムージングされているものと考えられる。すなわち、大雨に対しては、積雪浸透モデルは適切な値を出力していない。しかしながら、図-10に示したように、雨量と流入量の対応関係が極めて良いことに着目すると、降雨を流出モデルに直接入力することで再現性が向上する可能性が大きいと考えられる。そこで、積雪浸透モデルを考慮せずに、降雨を直接流出モデルに入力する方法(以下、修正法と呼ぶ)によって融雪ハイドログラフの再現を試みる。

積雪浸透を考慮する方法(以下、従来法と呼ぶ)と、ここで検討する修正法との相違点を図-12に示す。従来法では、雪面に与えられる雨量・融雪量の総和が積雪を流下するとして積雪層の浸透を考慮している。一方、修正法は、融雪水に関しては従来法と同様に積雪の浸透を考え、一方、降雨は浸透を考えずに直接土壤に到達させる。本来なら、雪面に注がれる水量は降雨と融雪水に区別されるもの

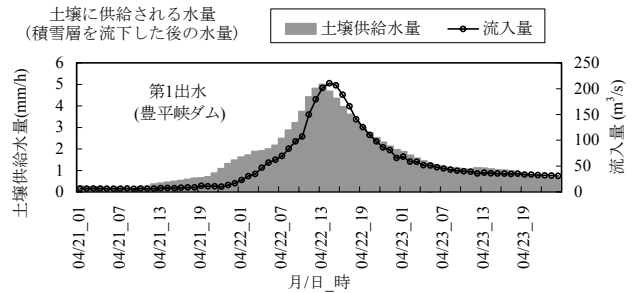
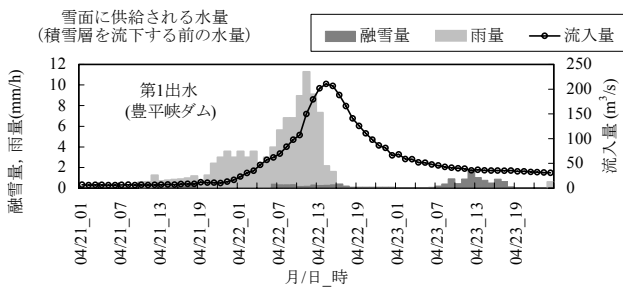


図-9 雪面および土壌に供給される水量の比較(2000年4月21日)

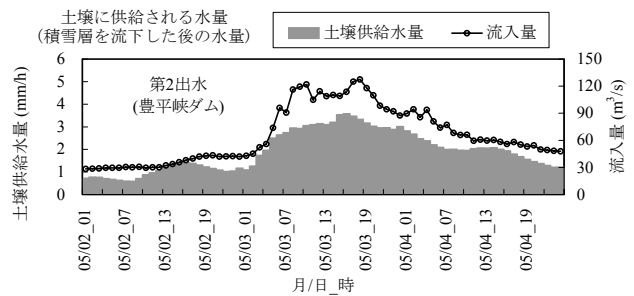
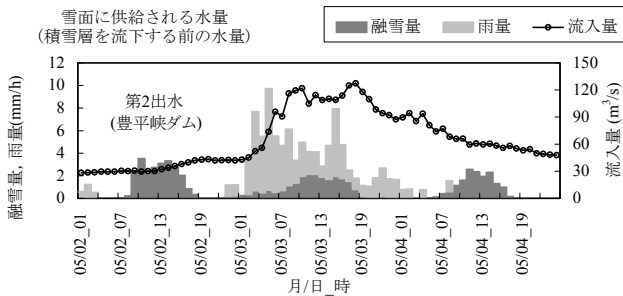


図-10 雪面および土壌に供給される水量の比較(2000年5月2日)

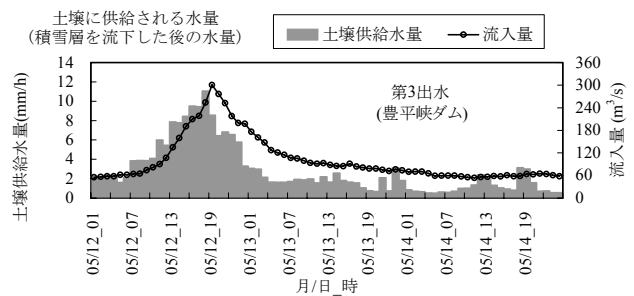
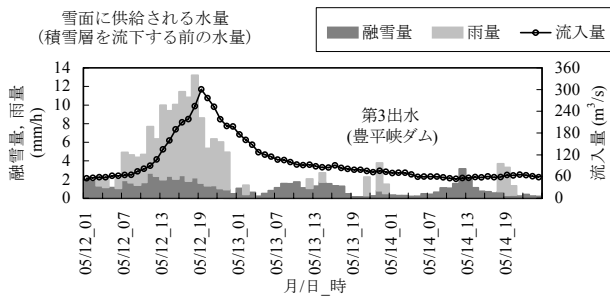


図-11 雪面および土壌に供給される水量の比較(2000年5月12日)

ではなく、両者が合わさって積雪層を流下する。この場合、積雪浸透モデルを使う場合と使わない場合の判断が必要になる。この判断基準は、雪面に与えられる水量や積雪状態(含水、層構造、積雪深)などに関連しているものと考えられるが、十分な観測データがないために、この判断は非常に困難となる。

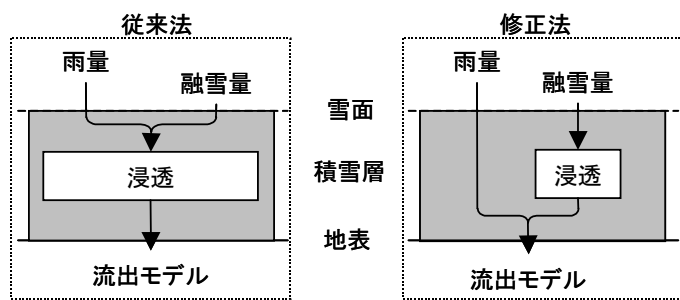


図-12 従来法と修正法の相違点(左：従来法，右：修正法)

そこで、無降雨時の融雪水は積雪浸透モデルを通し、かつ大雨は直接土壌に到達するように処理できる最も簡単な方法として図-12に示す方法を採用した。

次節では、従来法と修正法との優劣を流出の再現性によって考究する。

## (2) 従来法及び修正法によるハイドログラフの再現性の比較

従来法と修正法を用いて土壌供給水量を推定し、それぞれの値から計算されるダム流入量を比較す

表-8 モデル定数および再現精度の比較  
(豊平峡ダム)

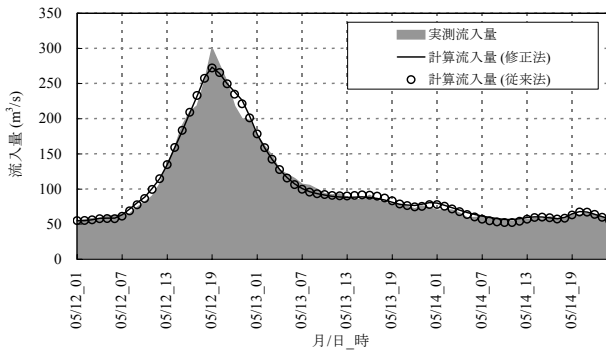


図-13 従来法と修正法の再現性の比較(豊平峡ダム)

項目	最適化結果 (2000年5月12日)		再現結果 (2000年融雪期)		
	修正法	従来法	修正法	従来法	
モデル定数	$c_1$	6.388	4.046	左に同じ	
	$c_2$	0.071	0.162		
	$c_3$	1.354	1.334		
	$c_4$	59.6	53.6		
精度	$J_{RE}$	4%	4%	19%	24%
評価	$E_v$	-1%	0%	-2%	-2%
指標	$E_i$	0.99	0.99	0.95	0.87

る。これによって従来法と修正法の優劣を評価する。再現計算に用いるモデル定数は、最大の出水が観測された2000年5月12日～14日の出水事例によって最適同定された値である。最大出水例に対して最適化を行った再現結果が図-13に示される。どちらの手法を用いてもほぼ同じダム流入ハイドログラフが得られている。このときのモデル定数と精度評価指標を表-8の最適化結果の欄に示す。修正法と従来法で得たモデル定数( $c_1, c_2$ )に違いは見られるものの、精度評価指標の値に関してはほとんど差異はない。なお、表に示した精度評価指標は以下の式で計算される。

$$\text{相対誤差: } J_{RE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|q_{oi} - q_{ci}|}{q_{oi}}$$

$$\text{流出ボリューム誤差: } E_v = \frac{\sum_{i=1}^N q_{oi} - \sum_{i=1}^N q_{ci}}{\sum_{i=1}^N q_{oi}}$$

$$\text{Nash-Sutcliffe 指標}^{23)} : E_i = 1 - \frac{F_i}{F_*}$$

$$F_i = \sum_{i=1}^N (q_{oi} - q_{ci})^2, F_* = \sum_{i=1}^N \left( q_{oi} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_{oi} \right)^2$$

ここで、 $q_{oi}$  : 観測流量(m³/s),  $q_{ci}$  : 計算流量(m³/s),  $N$  : データ数。Nash-Sutcliffe 指標  $E_i$  は、値が1に近いほど観測値と計算値の適合度が高いことを表わし、一般には0.8程度を超えていれば良好な再現結果が得られたものと判断される。

以上の結果より、一つの大規模出水の再現精度に関しては、修正法と従来法で優劣の差は見られない。この理由は、最適化過程において降雨の違いがモデル定数に反映されたためと考えられる。モデル定数( $c_1, c_2$ )は、計算ハイドログラフに対し次のような変化を与える。

(a)  $c_1$  は、値が小さくなると計算ハイドログラフのピークは大きくなり、同時にピークの出現が早まる。

(b)  $c_2$  は、値の減少に伴って計算ハイドログラフのピークの出現が早まり、その結果、出水が早く終わることになる。

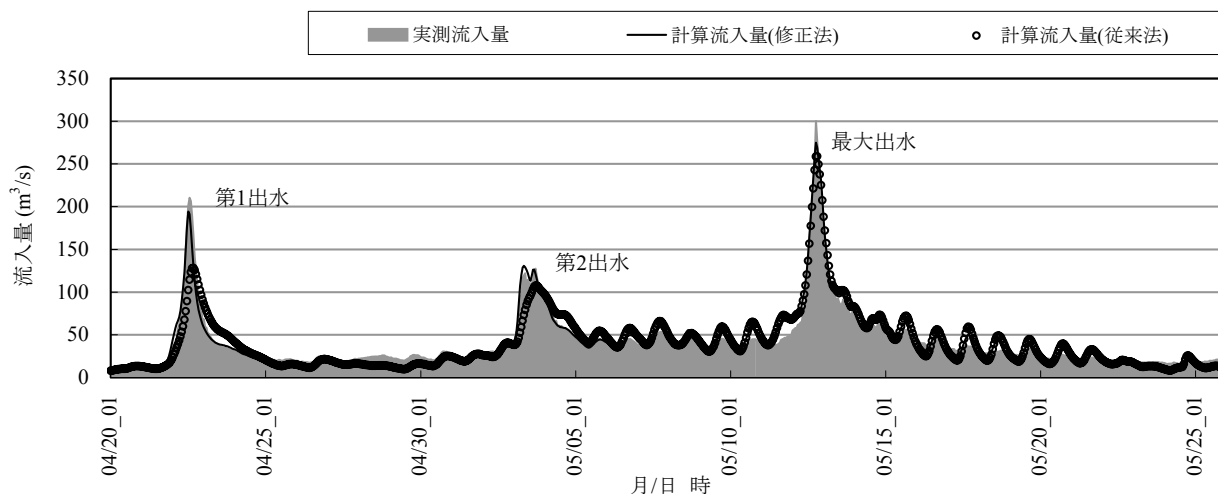


図-14 修正法および従来法による再現結果の比較(豊平峡ダム)

このようなモデル定数の特性に基づき、修正法と従来法で最適モデル定数に次のような差異が生じたものと考えられる。土壌供給水量とハイドログラフのピークの値に着目すると、修正法で算出した土壌供給水量のピークの値は、従来法による値に比べて大きい。このため、修正法による計算ハイドログラフのピークを実測値に適合させるには、従来法の $c_1$ よりも小さな値を採用ことになる。これに伴って計算ハイドログラフのピーク出現が遅れ、この遅れを解消するために $c_2$ の値を小さくするように最適化がなされる。この結果、修正法の $c_1$ は従来法の値より大きく、また $c_2$ は小さな値になったものと考えられる。

次に、この最適モデル定数を用いて全融雪期間のハイドログラフを再現し、修正法と従来法との精度比較を行う。図-14は、最適モデル定数を用いて、2000年の全融雪期間の流入ハイドログラフを再現した結果である。図によれば、修正法による計算結果は、最大出水では従来法と同程度の再現性を保ちつつ、第1出水及び第2出水における適合度が向上していることがわかる。また、表-8の再現結果欄に示した精度評価指標を比較すると、相対誤差( $J_{RE}$ )は従来法の24%に対し修正法は19%、またNash-Sutcliffe指標( $E_i$ )は従来法の0.87に対し従来法は0.95と増大しており、誤差は減少した。以上の解析の結果、降雨を流出モデルに直接入力することで融雪期間全体の再現性が向上することが確認された。

修正法の再現性が従来法に比べて良くなった理由の一つとしては、修正法では、大雨の流下形態を変えることができたためと考えられる。積雪内の水の流下形態には2種類ある。一つは、水が膜となって氷粒を覆いその表面を水が流下する皮膜流下、もう一方は、多量の水が積雪内の間隙を満たしそれらが柱状となって流下する水路流下である<sup>24)</sup>。それぞれの流下速度に関しては、皮膜流下 $2\sim5\times 10^{-3}\text{cm/s}$ <sup>25)</sup>、水路流下 $2\sim3\text{cm/s}$ <sup>26)</sup>などの報告がある。水路流下の場合、積雪の厚さを100cmとしても、雪面に与えられた水が積雪底面に到達するまでの時間は1分にも満たない。計算時間間隔を1時間とする流出解析では、無視できる時間となる。修正法は、流下形態の違いを的確に反映しており、このことが再現性を向上させたものと考えられる。

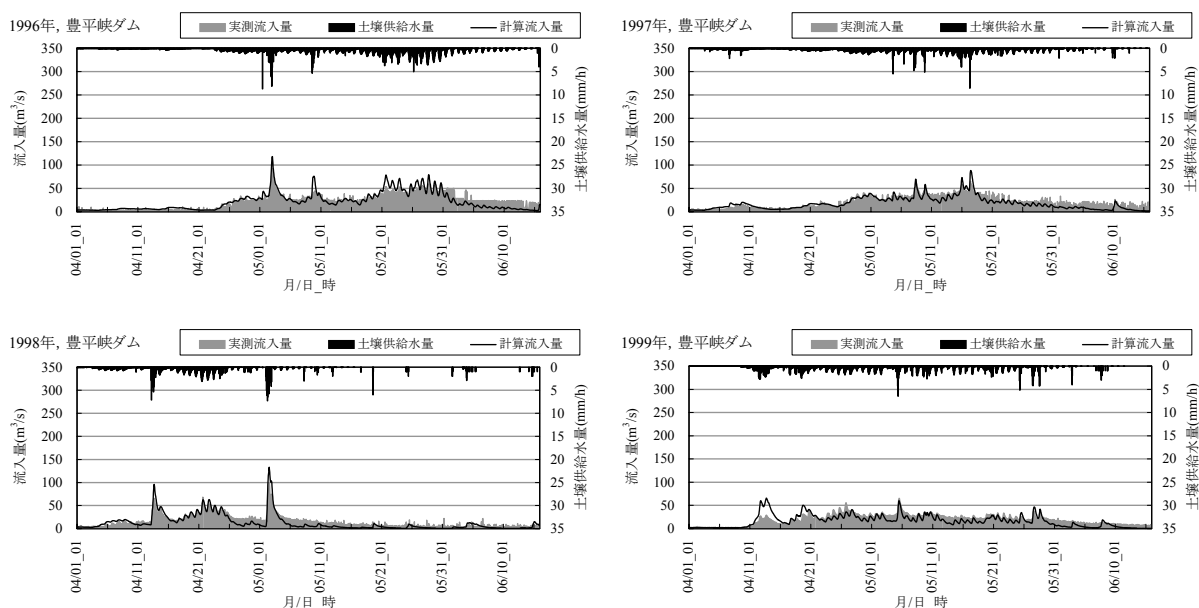


図-15 流入量の再現結果(豊平峡ダム)

### (3) 複数年の融雪期ハイドログラフの再現

前節で求められたモデル定数(修正法)を用いて、1996年から1999年の融雪期のハイドログラフを再現した結果を図-15に示す。図中の灰色の面が実績ダム流入量、実線は計算流入量を表わしている。いずれの年においても、短期的な出水が的確に再現されているのと同時に、融雪期全体の長期的な流出傾向も良好に再現されている。

このように気象条件の異なる複数年に亘って良好な再現ハイドログラフが得られたことは、融雪流出モデルの妥当性を裏付ける結果と言える。また、出水規模の大きな1事例のみでモデル定数を同定しても、流域を代表するモデル定数が得られることを実証している。

一組のモデル定数で長期に亘ってダム流入量を再現できた理由として、土壌が積雪に覆われていることが考えられる。融雪期では、少量とはいえ日々融雪水が土壌に供給される。一方、積雪によって地表からの蒸発量が抑えられる。したがって、土壌の乾湿状態が大きく変化しないことで、一組のモデル定数でも長期に亘ってダムへの流入ハイドログラフを良好に再現できたものと考察される。

## 6. 定山溪ダム流域への適用

前章では、積雪浸透モデルの改良と簡便に流出モデル定数を決定する方法を提案し、その有効性を検証した。ここでは、前章で提案した積雪浸透を考慮した融雪流出モデルの汎用性を確認する意味で、解析対象地点を定山溪ダム流域に移し、モデルの適用性を検討する。

まず、出水規模の大きい2000年4月21日～24日の事例によって流出モデル定数を最適化し、最適値によって同年の融雪期全体を再現した。図-16は最適化の結果、図-17は最適モデル定数(修正法)によって2000年のハイドログラフを再現した結果である。図中の灰色の面は実績ダム流入量、黒の実線は計算流入量を表わす。図-16には修正法と従来法で推算した土壌供給水量を比較して示した。土

壤供給水量の縦軸は、修正法は下向きを正、従来法は上向きを正として表示している。

図-16 に示すように、修正法では適合度の高いモデル定数が求まり、図-17 と表-9 に示すように融雪期全体の流入ハイドログラフが良好に再現できている。一方、従来法では解が振動し最適値は得られていない。最適値が得られなかった理由は、降雨が積雪浸透層のフィルターを流下することによって、降雨波形が平滑化されすぎたためと考えられる(図-16)。前章の結果と同様に、ここでも降雨の取り扱いが修正法が適切であることが確認された。以上の結果を総合すると、積雪期間に大雨が発生した場合、雪面の水は時間の遅れがなく土壤に到達して河川に流出すると考えた方が合理的であると言える。

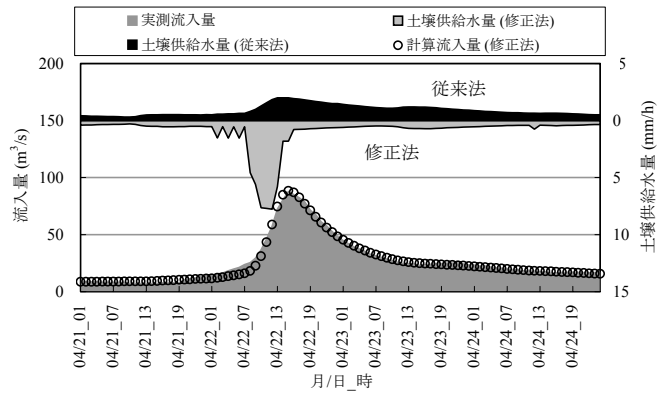


図-16 モデル定数の最適化結果(定山溪ダム, 2000年)

最後に、1996年から1999年のダム流入ハイドログラフを再現した結果を図-18に示す。定山溪ダムにおいても、計算流入量は融雪期全体の長期的な流出状況を良好に再現しており、融雪流出モデルの妥当性が示された。また、豊平峡ダムにおける解析結果と同様に、一つの出水事例のみで最適同定されたモデル定数であっても、複数年のダム流入ハイドログラフを実用上十分な精度で再現できることが検証された。

表-9 モデル定数及び再現精度の比較(定山溪ダム)

項目	最適化結果 (2000年5月12日)		再現結果 (2000年融雪期)	
	修正法	従来法	修正法	
モデル定数	$c_1$	7.491	左に同じ	
	$c_2$	0.097		
	$c_3$	1.074		
	$c_4$	85.8		
精度	$J_{RE}$	8 %	—	29 %
評価	$E_v$	1 %	—	10 %
指標	$E_i$	0.99	—	0.88

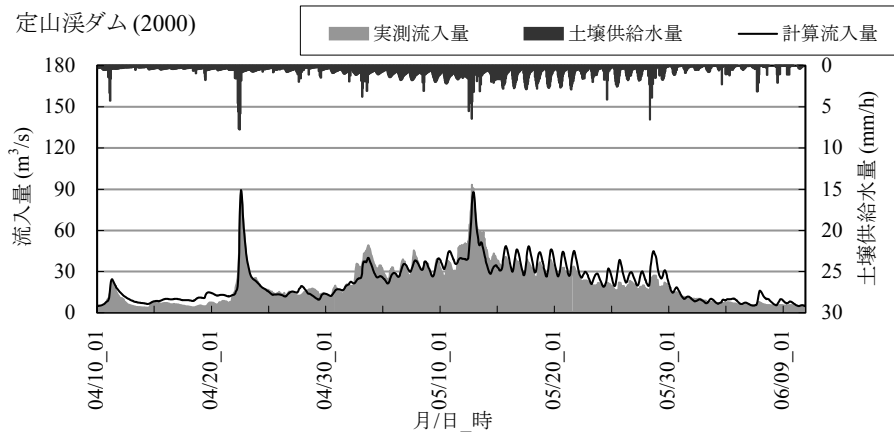


図-17 最適モデル定数(修正法)による再現結果(定山溪ダム, 2000年)

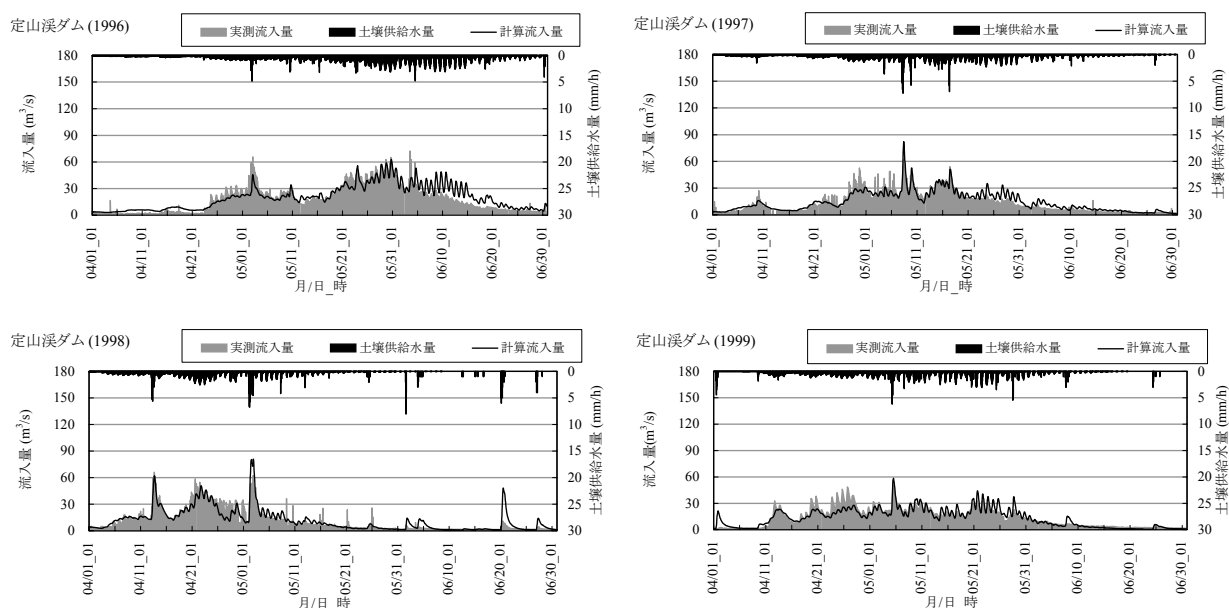


図-18 流入量の再現結果(定山溪ダム, 1996年~1999年)

## 7. まとめ

本報告では、積雪寒冷地のダム流域(豊平峡ダム, 定山溪ダム)を対象として、積雪貯留を考慮した融雪流出モデルの再現性を検証した。結果をまとめると次のとおりである。

- (a) 既往の研究成果によれば、積雪層における融雪水の流下形態には皮膜流下と水路流下に分類されることが指摘されている。本研究の解析結果、融雪期に集中豪雨が発生する場合、水路流下と考えるのが合理的であり、降雨を直接流出モデルに入力した方が、ダム流入ハイドログラフの再現精度がより向上することが確認された。
- (b) 流出モデル定数を簡便かつ客観的に探索するために、数学的最適化手法(ニュートン法)を用いて、出水規模の大きい1事例のみでモデル定数を同定し、融雪全期間の流入量を再現した。その結果、わずか1事例で求められたモデル定数であっても、実用上十分な再現精度が得られることがわかった。
- (c) (a)及び(b)の検討結果を踏まえ、複数年に亘る融雪期の流入ハイドログラフを推定した。その結果、解析対象とした2流域ともに、短期的な出水及び融雪期全体の長期的な流出状況も良好に再現することができた。

本論文では、提案した融雪流出モデルの流出モデル定数を一つに固定しても十分な再現精度が得られることを実証した。このことは、洪水毎にモデル定数を変更する必要はないことを示しており、実際の洪水予測においては大きなメリットとなる。今後、ここで提案した手法と気象予測を結びつけ、融雪期における洪水予測の実運用を目指したい。

## 参考文献

- 1) 臼谷友秀・中津川誠：北海道における冬期温暖化の傾向と水循環へ与える影響，地球環境シンポジウム論文集，第13回，pp.1-6，2005.
- 2) 中津川誠・星 清：融雪期に豪雨が相俟って生起する出水の予測について，河川技術論文集，第7回，pp.453-458，2001.
- 3) 中津川誠・工藤啓介・星 清：積雪貯留を考慮した汎用的な融雪流出解析，水工学論文集，第48巻，pp.37-42，2004.
- 4) 角屋睦・長井明博：長短期両用モデルによる実時間洪水予測，農業土木学会論文集，No.177，pp.31-41，1995.
- 5) 陸旻皎・小池俊雄・早川典生：アメダスデータと数値地理情報を用いた分布型融雪解析システムの開発，水工学論文集，第42巻，pp.121-126，1998.
- 6) 中山恵介・伊藤哲・藤田睦博・斎藤大作：融雪を考慮した山地流出モデルに関する研究，土木学会論文集，No.691/II-57，pp.25-41，2001.
- 7) 小林大二：融雪流出の遅れⅠ，低温科学 物理篇，第40巻，pp.61-66，1982.
- 8) 野村睦・石井吉之・兒玉裕二・小林大二：融雪流出の遅れ過程Ⅰー融雪水の積雪内伝播ー，低温科学 物理篇，第49巻，pp.1-14，1991.
- 9) 石井吉之：融雪水の積雪内浸透に及ぼす雪質の効果，北海道大学地球物理研究報告，第65号，pp.53-68，2002.
- 10) Colbeck, S.C.: The physical aspects of water flow through snow, *Advances in Hydroscience*, 11, pp.165-206, 1978.
- 11) 野村睦・兒玉裕二・石井吉之・小林大二：融雪水の積雪内流下の非一様性，水資源研究センター研究報告，12，pp.13-22，1992.
- 12) 秀島好昭・星 清：積雪層中の融雪水降下過程を考慮した山岳地流域の時間融雪流出解析，農業土木学会論文集，第164号，pp.65-71，1993.
- 13) 角屋睦・永井明博：流出解析手法(その12)ータンクモデルとSP法による最適同定ー，農業土木学会誌，No.48(12)，pp.935-943，1993.
- 14) 田中丸治哉：遺伝的アルゴリズムによるタンクモデル定数の同定，京都大学防災研究所年報，第36号(B-2)，pp.231-239，1993.
- 15) Kondo, J. and Yamazaki, T.: A prediction model for snowmelt, snow surface temperature and freezing depth using a heat balance method, *J. Appl. Meteor.*, Vol.29, pp.375-384, 1990.
- 16) 馬場仁志・星 清・藤田睦博：蒸発散及び浸透を組み合わせた二段貯留関数型流出モデルの開発，水文・水資源学会誌，Vol.14，No.5，pp.364-375，2001.
- 17) 石井孝・梨本真・下垣久：衛星データによる葉面積指数LAIの推定，水文・水資源学会誌，Vol.12，No.3，pp.210-220，1999.
- 18) (財)北海道河川防災研究センター 編集・発行：石狩川流域ランドスケープ情報，CD-ROM，1998.
- 19) 中津川誠・濱原能成・星 清：積雪変化を考慮した長期流出計算，水工学論文集，第47巻，pp.157-162，2003.
- 20) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：単一流域を対象とした貯留関数法の精度比較，189p.，2002.



- 21) 星 清：成分回帰分析法，土木試験所月報，No.398，pp.20-26，1986.
- 22) 臼谷友秀・中津川誠・工藤啓介：石狩川流域における水循環の定量化，北海道開発土木研究所月報，No.628，pp.18-34，2005.
- 23) Nash, J.E. and Sutcliffe, J.V. : River flow forecasting through conceptual models part I -A discussion of principles-, *J. of Hydrology*, Vol.10, pp.282-290, 1970.
- 24) 吉田順五：融雪水の積雪内浸透，低温科学 物理篇，第 23 卷，pp.1-16，1965.
- 25) 藤野和夫：積雪内部での融雪水の流下速度の測定 (I)，低温科学 物理篇，第 26 卷，pp.87-100，1969.
- 26) 若濱五郎：積雪内における融雪水の移動 III－水路流下速度，皮膜流下速度－，低温科学 物理篇，第 26 卷，pp.77-86，1969.