

貯留型流出モデルの確率応答特性について

On Stochastic Response Characteristics of Storage Function Runoff Model

田中 岳
Gaku TANAKA

北海道大学大学院工学研究科助手

要 旨

短期的な洪水予測，長期的な水資源量の推移予測に対して，集中型定数系モデル（概念モデル）の採用が現実的と考えられる．しかし，概念モデルを用いる場合，モデル・パラメータの物理的意味付けが常に課題となる．本研究では，降雨量（降雨強度）の確率特性が既知の条件化で，流出現象の水理学的な特性を考慮した物理モデルと概念モデルの一つである貯留型流出モデルの各々の確率応答特性を定常時において比較し，モデル・パラメータの物理的意味付けを大目的としている．そのため，定常時における流出高の 1~4 次モーメントを与える理論式を推定（公式化）することが，本研究の第一の課題と考えられる．

本報告では，最も一般的な形の貯留型流出モデルを採用し，降雨量が互いに独立な確率変数である場合の流出高の 1~4 次モーメントを与える理論式を再度検討し，その簡略化を試みるとともに，流出高の 1~4 次モーメントの定常解について検討するものである．

《キーワード：確率応答；確率変数；貯留型流出モデル；定常》

1. はじめに

昨今の汎用的計算機の大容量，高速化を考慮しても，短期的な洪水予測，長期的な水資源量の推移予測に対して，何れの場合も流出モデルとしては集中型定数系モデル（概念モデル）の採用が現実的と考えられる．しかし，集中型定数系モデルを採用する場合，モデル・パラメータの物理的意味付けが常に課題となり，特に，降雨・流量資料の不足した流域への適用が困難となる．本研究では，降雨量（降雨強度）の確率特性が既知の条件化で，流出現象の水理学的な特性を考慮した物理モデル（例えば，Kinematic Wave モデル）からの流出高の確率応答特性と，集中型定数系モデルの一つである貯留型流出モデルの確率応答特性を定常時において比較し，貯留型流出モデルのモデル・パラメータを物理的に意味付けすることを大目的としている．その際，定常時における流出高の1~4次モーメントを与える理論式を推定（公式化）することが，本研究の第一の課題と考えられる．

これまで，著者を含む藤田を中心とした研究グループ^{1), 2)}では，降雨量（降雨強度）の確率特性が既知の条件化で，集中化の際に基本となる物理モデル（Kinematic Wave モデル）と様々な貯留型流出モデルについて，流出高の確率特性を理論的に推定してきた．田中ら²⁾は既に，斜面要素に Kinematic Wave モデルを採用した場合の定常時における流出高の1~4次モーメントを与える理論式を提案している．一方で，貯留型流出モデルの流出高の高次モーメント（3次以降）に関する定常解については，数値計算に基づく考察に止まり，その公式化には至っていない．星ら³⁾の提案する最も一般的な形の貯留方程式を採用した貯留型流出モデルの場合²⁾を考察すると，流出高の1~4次モーメントを与える理論式が煩雑であったことが原因の一つと考えられる．

本論文では，定常時における各流出モデルの確率応答特性を比較し，貯留型流出モデルのモデル・パラメータを推定することを前提に，最も一般的な形の貯留方程式を提案した星ら³⁾の貯留型流出モデルについて，降雨量が互いに独立な確率変数の場合の流出高の1~4次モーメントを与える理論式を再度検討し，その簡略化を試みる．更に，これらの結果に基づき定常時における流出高の1~4次モーメントを与える理論式を推定（公式化）し，その特性を検討するものである．

2. 定常時における貯留型流出モデルの確率応答特性の推定

次式は，星ら³⁾によって提案された貯留型流出モデルを表している．

$$\frac{ds_h}{dt} + q_h = r \quad (1)$$

$$s_h = k_1 q_h^{p_1} + k_2 \frac{dq_h^{p_2}}{dt} \quad (2)$$

ここで， s_h ：貯留高； q_h ：流出高； r ：降雨強度； t ：時間； k_1, k_2 ：貯留係数； p_1, p_2 ：貯留指数．式(1)と式(2)から s_h を消去すると，

$$k_1 \frac{dq_h^{p_1}}{dt} + k_2 \frac{d^2 q_h^{p_2}}{dt^2} + q_h = r \quad (3)$$

が得られる．降雨量（降雨強度） r を確率変数と仮定すると，当然のことながら式(3)を介して得られる流出高 q_h も確率的に変動することになる．それらの確率変数を平均値（-）とそれからの偏差（~）とに

分離して以下のように表す.

$$r = \bar{r} + \tilde{r} \quad (4)$$

$$q_h = \bar{q}_h + \tilde{q}_h \quad (5)$$

式(3)にある指数型の確率変数 $q_h^{p_1}$ と $q_h^{p_2}$ に対しては, Bras ら⁴⁾が提案する次式を用いることにする.

$$q_h^{p_1} \approx \alpha_1 \bar{q}_h + \beta_1 \tilde{q}_h \quad (6)$$

$$q_h^{p_2} \approx \alpha_2 \bar{q}_h + \beta_2 \tilde{q}_h \quad (7)$$

$$\alpha_1 = \bar{q}_h^{p_1-1} \left\{ 1 + \frac{1}{2} p_1 (p_1 - 1) \frac{E(\tilde{q}_h^2)}{\bar{q}_h^2} + \frac{1}{6} p_1 (p_1 - 1)(p_1 - 2) \frac{E(\tilde{q}_h^3)}{\bar{q}_h^3} + \dots \right\} \quad (8)$$

$$\beta_1 = \frac{\bar{q}_h^{p_1+1}}{E(\bar{q}_h^2)} \left\{ p_1 \frac{E(\tilde{q}_h^2)}{\bar{q}_h^2} + \frac{1}{2} p_1 (p_1 - 1) \frac{E(\tilde{q}_h^3)}{\bar{q}_h^3} + \frac{1}{6} p_1 (p_1 - 1)(p_1 - 2) \frac{E(\tilde{q}_h^4)}{\bar{q}_h^4} + \dots \right\} \quad (9)$$

$$\alpha_2 = \bar{q}_h^{p_2-1} \left\{ 1 + \frac{1}{2} p_2 (p_2 - 1) \frac{E(\tilde{q}_h^2)}{\bar{q}_h^2} + \frac{1}{6} p_2 (p_2 - 1)(p_2 - 2) \frac{E(\tilde{q}_h^3)}{\bar{q}_h^3} + \dots \right\} \quad (10)$$

$$\beta_2 = \frac{\bar{q}_h^{p_2+1}}{E(\bar{q}_h^2)} \left\{ p_2 \frac{E(\tilde{q}_h^2)}{\bar{q}_h^2} + \frac{1}{2} p_2 (p_2 - 1) \frac{E(\tilde{q}_h^3)}{\bar{q}_h^3} + \frac{1}{6} p_2 (p_2 - 1)(p_2 - 2) \frac{E(\tilde{q}_h^4)}{\bar{q}_h^4} + \dots \right\} \quad (11)$$

ここで, E : 期待値演算子.

式(4)~(7)を式(3)に代入し, 若干の計算を施すと次式が得られる. 計算過程の詳細は, 原論文2)を参照されたい. 以下に結果のみを記す.

$$\frac{d^2 \bar{V}}{dt^2} + f_1(t) \frac{d\bar{V}}{dt} + g_1(t) \bar{V} = \bar{r} \quad (12)$$

$$\sigma_V^2 = E\left((C_1(t)W_1 + S_1(t)W_2(t))^2\right) \quad (13)$$

$$\mu_{V3} = E\left((C_1(t)W_1 + S_1(t)W_2(t))^3\right) \quad (14)$$

$$\mu_{V4} = E\left((C_1(t)W_1 + S_1(t)W_2(t))^4\right) \quad (15)$$

$$\bar{V} = k_2 \alpha_2 \bar{q}_h \quad (16)$$

$$\sigma_V^2 = (k_2 \beta_2)^2 \sigma_{q_h}^2 \quad (17)$$

$$\mu_{3V} = (k_2 \beta_2)^3 \mu_{q_h 3} \quad (18)$$

$$\mu_{4V} = (k_2 \beta_2)^4 \mu_{q_h 4} \quad (19)$$

ここで, σ_V^2 , μ_{3V} , μ_{4V} : V の 2~4 次モーメント; $\sigma_{q_h}^2$, $\mu_{q_h 3}$, $\mu_{q_h 4}$: q_h の 2~4 次モーメント. $f_1(t)$, $g_1(t)$,

$C_1(t)$, $S_1(t)$, W_1 , W_2 , W_3 および W_4 については, 次式により求められる.

$$f_1(t) = \frac{k_1 \alpha_1}{k_2 \alpha_2} \quad (20)$$

$$g_1(t) = \frac{1}{k_2} \left\{ k_1 \frac{d}{dt} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2} \right\} \quad (21)$$

$$\frac{dC_1(t)}{dt} = -IS_1(t), \quad C_1(0) = 1 \quad (22)$$

$$\frac{dS_1(t)}{dt} = IC_1(t), \quad S_1(0) = 1 \quad (23)$$

$$\frac{dW_1}{dt} + HW_1 = W_5W_3 + W_6W_4 \quad (24)$$

$$\frac{dW_2}{dt} + HW_2 = W_6W_3 - W_5W_4 \quad (25)$$

$$\frac{dW_3}{dt} + FW_3 = C_1(t)\tilde{r}(t) \quad (26)$$

$$\frac{dW_4}{dt} + FW_4 = S_1(t)\tilde{r}(t) \quad (27)$$

$$\frac{dI}{dt} + (f_2(t) - 2H)I = 0 \quad (28)$$

$$\frac{dH}{dt} + (f_2(t) - H)H = g_2(t) - I^2 \quad (29)$$

$$f_2(t) = \frac{k_1\beta_1}{k_2\beta_2} \quad (30)$$

$$g_2(t) = \frac{1}{k_2} \left\{ k_1 \frac{d}{dt} \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} \right) + \frac{1}{\beta_2} \right\} \quad (31)$$

$$F(t) = f_2(t) - H(t) \quad (32)$$

$$G(t) = -I(t) \quad (33)$$

$$W_5(t) = C_1(t)^2 - S_1(t)^2 \quad (34)$$

$$W_6(t) = 2C_1(t)S_1(t) \quad (35)$$

流出高 q_h の平均値 \bar{q}_h は、降雨量の平均値 \bar{r} が与えられると、式(12)と式(16)より容易に得られる。一方、流出高 q_h の 2~4 次モーメントは、式(24)~(27)を介して $E(W_1^n W_2^m)$ ($2 \leq n+m \leq 4$, n, m : 整数)を求め、これに基づき確率変数 V の 2~4 次モーメントを推定した後(式(13)~(15)), 式(17)~(19)を介して得られる。これまでは、 $E(W_1^n W_2^m)$ の表現が煩雑となっていたため、流出高 q_h の高次モーメントを与える理論式の簡略化を試みた結果を以下に記す。なお、誘導の際、降雨量の 2~4 次のキュムラント関数が必要となる。本論文では、降雨量が互いに独立な確率変数として次式を採用している。

$$E(\tilde{r}(\tau_1)\tilde{r}(\tau_2)) = \sigma_r^2 \delta(\tau_1 - \tau_2) \quad (36)$$

$$E(\tilde{r}(\tau_1)\tilde{r}(\tau_2)\tilde{r}(\tau_3)) = \mu_{r3} \delta(\tau_1 - \tau_2) \delta(\tau_2 - \tau_3) \quad (37)$$

$$\begin{aligned} E(\tilde{r}(\tau_1)\tilde{r}(\tau_2)\tilde{r}(\tau_3)\tilde{r}(\tau_4)) &= (\mu_{r4} - 3\sigma_r^4) \delta(\tau_1 - \tau_2) \delta(\tau_2 - \tau_3) \delta(\tau_3 - \tau_4) \\ &\quad + \sigma_r^4 (\delta(\tau_1 - \tau_2) \delta(\tau_3 - \tau_4) + \delta(\tau_1 - \tau_3) \delta(\tau_2 - \tau_4) \\ &\quad + \delta(\tau_1 - \tau_4) \delta(\tau_2 - \tau_3)) \end{aligned} \quad (38)$$

ここで、 δ : Dirac のデルタ関数; σ_r^2 , μ_{r3} , μ_{r4} : 降雨強度 r の 2~4 次モーメント。

$$\frac{d^3 \sigma_V^2}{dt^3} + Z_{2,1} \frac{d^2 \sigma_V^2}{dt^2} + Z_{2,2} \frac{d \sigma_V^2}{dt} + Z_{2,3} \sigma_V^2 = 2c \sigma_r^2 \quad (39)$$

$$\frac{d^4 \mu_{V3}}{dt^4} + Z_{3,1} \frac{d^3 \mu_{V3}}{dt^3} + Z_{3,2} \frac{d^2 \mu_{V3}}{dt^2} + Z_{3,3} \frac{d \mu_{V3}}{dt} + Z_{3,4} \mu_{V3} = 6c^2 \mu_{r3} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^5 \mu_{V4}}{dt^5} + Z_{4,1} \frac{d^4 \mu_{V4}}{dt^4} + Z_{4,2} \frac{d^3 \mu_{V4}}{dt^3} + Z_{4,3} \frac{d^2 \mu_{V4}}{dt^2} + Z_{4,4} \frac{d \mu_{V4}}{dt} + Z_{4,5} \mu_{V4} \\ & = 24c^3 (\mu_{r4} - 3\sigma_r^4) + 12 \left[10 \frac{d^2 \sigma_V^2}{dt^2} + 25f_2 \frac{d \sigma_V^2}{dt} + \left\{ 3 \frac{df_2}{dt} + 4(3f_2^2 + 4g_2) \right\} \sigma_V^2 \right] c \sigma_r^2 \end{aligned} \quad (41)$$

確率変数 V の 2 次モーメント σ_V^2 に着目すると、式(39)は、式(13)の両辺を t に関して 3 回微分した後、式(22)~(27)を代入して求められる。式(40)および式(41)においても同様である。ここで、 c : 時間の次元を有する定数(1)。 $Z_{2,1}$, $Z_{2,2}$, $Z_{2,3}$, $Z_{3,1}$, $Z_{3,2}$, $Z_{3,3}$, $Z_{3,4}$, $Z_{4,1}$, $Z_{4,2}$, $Z_{4,3}$, $Z_{4,4}$ および $Z_{4,5}$ については、以下のように表される。

$$Z_{2,1} = 3f_2 \quad (42)$$

$$Z_{2,2} = \frac{df_2}{dt} + 2f_2^2 + 4g_2 \quad (43)$$

$$Z_{2,3} = 2 \left(\frac{dg_2}{dt} + 2f_2 g_2 \right) \quad (44)$$

$$Z_{3,1} = 6f_2 \quad (45)$$

$$Z_{3,2} = 4 \frac{df_2}{dt} + 11f_2^2 + 10g_2 \quad (46)$$

$$Z_{3,3} = \frac{d^2 f_2}{dt^2} + 7f_2 \frac{df_2}{dt} + 10 \frac{dg_2}{dt} + 30f_2 g_2 + 6f_2^3 \quad (47)$$

$$Z_{3,4} = 3 \left(\frac{d^2 g_2}{dt^2} + 2 \frac{df_2}{dt} g_2 + 5f_2 \frac{dg_2}{dt} + 3g_2^2 + 6f_2^2 g_2 \right) \quad (48)$$

$$Z_{4,1} = 10f_2 \quad (49)$$

$$Z_{4,2} = 5 \left(2 \frac{df_2}{dt} + 7f_2^2 + 4g_2 \right) \quad (50)$$

$$Z_{4,3} = 5 \left(\frac{d^2 f_2}{dt^2} + 9f_2 \frac{df_2}{dt} + 6 \frac{dg_2}{dt} + 24f_2 g_2 + 10f_2^3 \right) \quad (51)$$

$$\begin{aligned} Z_{4,4} &= \frac{d^3 f_2}{dt^3} + 11f_2 \frac{d^2 f_2}{dt^2} + 2(23f_2^2 + 28g_2) \frac{df_2}{dt} + 7 \left(\frac{df_2}{dt} \right)^2 + 28 \frac{d^2 g_2}{dt^2} \\ &+ 120f_2 \frac{dg_2}{dt} + 24f_2^4 + 208f_2^2 g_2 + 64g_2^2 \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} Z_{4,5} &= 4 \left\{ \frac{d^3 g_2}{dt^3} + 9f_2 \frac{d^2 g_2}{dt^2} + 2 \left(13f_2^2 + 8g_2 + 7 \frac{df_2}{dt} \right) \frac{dg_2}{dt} + 2g_2 \frac{d^2 f_2}{dt^2} \right. \\ &\left. + 20f_2 g_2 \frac{df_2}{dt} + 32f_2 g_2^2 + 24f_2^3 g_2 \right\} \end{aligned} \quad (53)$$

式(39)~(41)により推定された確率変数 V の 2~4 次モーメントは、当然のことながら、原論文 2)にて提案された微分方程式を解くことにより求められた値と完全に一致することを確認している。

定常時における流出高の 1~4 次モーメント ($\bar{q}_h(\infty)$, $\sigma_{q_h}^2(\infty)$, $\mu_{q_h,3}(\infty)$, $\mu_{q_h,4}(\infty)$) は、式(12)および式(39)~(41)において、

$$\frac{d^{n_1} \bar{V}}{dt^{n_1}} = 0 \quad (n_1 = 1, 2) \quad (54)$$

$$\frac{d^{n_2} \sigma_V^2}{dt^{n_2}} = 0 \quad (n_2 = 1 \sim 3) \quad (55)$$

$$\frac{d^{n_3} \mu_{V3}}{dt^{n_3}} = 0 \quad (n_3 = 1 \sim 4) \quad (56)$$

$$\frac{d^{n_4} \mu_{V4}}{dt^{n_4}} = 0 \quad (n_4 = 1 \sim 5) \quad (57)$$

と置くことにより、定常時の確率変数 V の 1~4 次モーメント ($\bar{V}(\infty)$, $\sigma_V^2(\infty)$, $\mu_{V3}(\infty)$, $\mu_{V4}(\infty)$) を推定した後、式(16)~(19)に代入することにより求められる。その結果を以下に記す。

$$\bar{q}_h(\infty) = \bar{r} \quad (58)$$

$$\sigma_{q_h}^2(\infty) = \frac{c\sigma_r^2}{2p_1 k_1 \bar{r}^{p_1-1}} \quad (59)$$

$$\mu_{q_h^3}(\infty) = \frac{2c^2 \mu_{r3}}{3\{p_2 k_2 \bar{r}^{p_2-1} + 2(p_1 k_1)^2 \bar{r}^{2(p_1-1)}\}} \quad (60)$$

$$\mu_{q_h^4}(\infty) = \frac{3c^3 (\mu_{r4} - 3\sigma_r^4)}{4p_1 k_1 \bar{r}^{3(p_1-1)} \{4p_2 k_2 \bar{r}^{1-2p_1+p_2} + 3(p_1 k_1)^2\}} + 3\sigma_{q_h}^4(\infty) \quad (61)$$

なお、 α_1 , β_1 , α_2 および β_2 については式(8)~(11)の第一項のみを採用している。

3. 基礎式の無次元化と定常時の確率特性に関する一考察

一様勾配矩形の斜面要素に Kinematic Wave モデル (式(62)および式(63)) を採用し、これを集中化したモデルとして、式(1)および式(2)にて表される貯留型流出モデルが得られる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (62)$$

$$h = \varepsilon q^p \quad (63)$$

$$s = \int_0^l h(x, t) dx \quad (64)$$

ここで、 h : 水深; q : 単位幅流量; x : 斜面に沿った距離 ($0 \leq x \leq l$); ε , p : 定数; s : 単位幅貯留量; l : 斜面長。尚、貯留高と単位幅貯留量および流出高と単位幅流出量との間には、以下の関係式が成り立つ。

$$s_h = \frac{s}{l}, \quad q_h = \frac{q(l, t)}{l} = \frac{q}{l}$$

これからの解析の都合上、これらを無次元化した次式を解析の対象とする。誘導過程の詳細については文献 2) を参考にされたい。

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial Q}{\partial X} = R \quad (65)$$

$$H = Q^p \quad (66)$$

$$S = \int_0^1 H(X, T) dX \quad (67)$$

$$\frac{dS}{dT} + Q = R \quad (68)$$

$$S = K_1 Q^{p_1} + K_2 \frac{dQ^{p_2}}{dT} \quad (69)$$

大文字で表され変数 (H, Q, R, T, X) は, 小文字で表された次元を有する変数 (h, q, r, t, x) の無次元変量を表し, 以下の関係式により結ばれている.

$$h = h_* H, \quad q = q_* Q, \quad r = r_* R, \quad t = t_* T, \quad x = x_* X$$

本論文では, 無次元化基準量 (添え字*) として次式を採用している.

$$h_* = t_* r_*, \quad q_* = x_* r_*, \quad r_* = \bar{r}, \quad t_* = c x_*^p r_*^{p-1}, \quad x_* = l$$

藤田⁵⁾は, パラメータ K_1 および p_1 を次式により与えている.

$$K_1 = \frac{1}{1 + p_1} \quad (70)$$

$$p_1 = p \quad (71)$$

星ら³⁾は, 矩形降雨の場合に, パラメータ K_2 および p_2 に,

$$K_2 = 0.1 p^{-0.2} \quad (72)$$

$$p_2 = p^{1.5} \quad (73)$$

を与えている. 式(70)~(73)は, 本研究において **Kinematic Wave** モデルと貯留型流出モデルの各確率応答特性が平均値 (無次元化された流出量の 1 次モーメント) においてのみ等価となるように与えられたことを意味している. 後述の式(75)~(77)および式(79)~(81)より理解されるように, その影響は平均値を介して流出量の 2~4 次モーメントに与えられる. そこで, 定常時における **Kinematic Wave** モデルと貯留型流出モデルの各確率応答特性の比較を行う. 定常時において, 式(65)と式(66)とで表される **Kinematic Wave** モデルの確率応答特性は, 以下のように表される. 詳細については, 原論文 2) を参照されたい.

$$\bar{Q}(\infty) = \bar{R} X \quad (74)$$

$$\sigma_Q^2(\infty) = \frac{X^{2-p} C \sigma_R^2}{p(2-p) \bar{R}^{p-1}} \quad (75)$$

$$\mu_{Q3}(\infty) = \frac{X^{3-2p} C^2 \mu_{R3}}{p^2 (3-2p) \bar{R}^{2(p-1)}} \quad (76)$$

$$\mu_{Q4}(\infty) = \frac{X^{4-3p} C^3 (\mu_{R4} - 3\sigma_R^4)}{p^3 (4-3p) \bar{R}^{3(p-1)}} + 3\sigma_Q^4(\infty) \quad (77)$$

尚, 式(58)~(61)を無次元変量で表すと,

$$\bar{Q}(\infty) = \bar{R} \quad (78)$$

$$\sigma_Q^2(\infty) = \frac{C \sigma_R^2}{2p_1 K_1 \bar{R}^{p_1-1}} \quad (79)$$

$$\mu_{Q3}(\infty) = \frac{2C^2 \mu_{R3}}{3\{p_2 K_2 \bar{R}^{p_2-1} + 2(p_1 K_1)^2 \bar{R}^{2(p_1-1)}\}} \quad (80)$$

$$\mu_{Q4}(\infty) = \frac{3C^3 (\mu_{R4} - 3\sigma_R^4)}{4p_1 K_1 \bar{R}^{3(p_1-1)} \{4p_2 K_2 \bar{R}^{1-2p_1+p_2} + 3(p_1 K_1)^2\}} + 3\sigma_Q^4(\infty) \quad (81)$$

となる. ここで, $c = t_* C$. なお, 式(74)~(81)にある無次元化された降雨量 R の 1~4 次モーメント (\bar{R} , σ_R^2 , μ_{R3} , μ_{R4}) と実際に観測される離散的な降雨量 $r_{d,i}$ の無次元量 $R_{d,i}$ の 1~4 次モーメント (\bar{R}_d , $\sigma_{R_d}^2$,

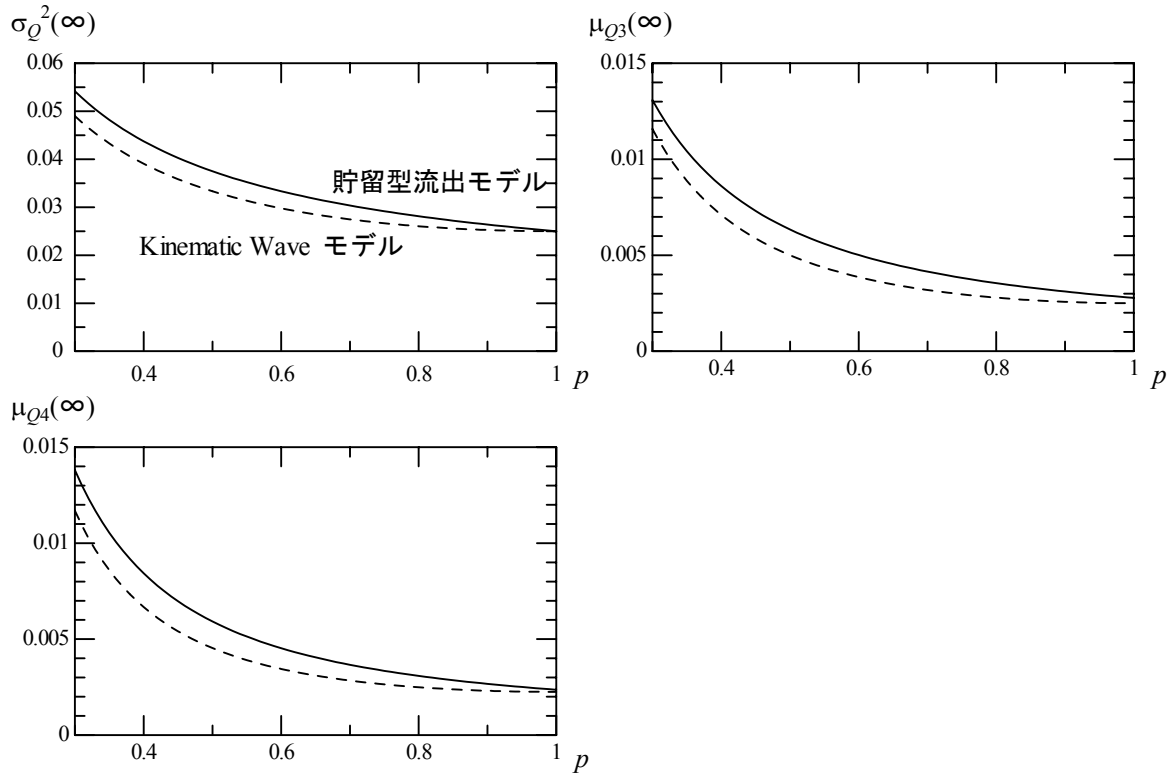


図-1 定常時における確率応答特性

μ_{R_d3} , μ_{R_d4}) の間には,

$$\bar{R}_{d_i} = \frac{1}{\Delta T} \int_{(i-1)\Delta T}^{i\Delta T} \bar{R}(\tau) d\tau \quad (82)$$

$$\sigma_{R_d}^2 = \frac{C\sigma_R^2}{\Delta T} \quad (83)$$

$$\mu_{R_d3} = \frac{C^2\mu_{R3}}{\Delta T^2} \quad (84)$$

$$\mu_{R_d4} = \frac{C^3(\mu_{R4} - 3\sigma_R^4)}{\Delta T^3} + \frac{3C^2\sigma_R^4}{\Delta T^2} \quad (85)$$

の関係式が成り立つ。ここで、 ΔT : 観測間隔 Δt の無次元量。

図-1 は、 R_{d_i} に指数分布 (母数: $\lambda=2$) を仮定し、

$$\bar{R}_{d_i} = \bar{R}(=1), \quad \sigma_{R_d}^2 = \frac{1}{\lambda}, \quad \mu_{R_d3} = \frac{2}{\lambda^2}, \quad \mu_{R_d4} = \frac{9}{\lambda^3}$$

$\Delta T=0.1$ とした場合に、式(75)~(77) ($X=1$) および式(79)~(81)を用いて p を変化させて定常時の無次元化された流出量 $Q(\infty)$ の確率応答特性を推定し、比較した結果を示している。破線が式(75)~(77)、実線が式(79)~(81)の計算結果を表している。なお、流れに Manning 則を仮定した場合 ($p=0.6$) と流出過程を線形システム ($p=1.0$) と捉え場合について、その値を表-1 にまとめている。図に示されるように、 $p=1.0$ では類似した値を示すものの、各確率応答特性の間には差異が生じていることが分かる。図-2 は、流出量 $Q(\infty)$ の 2~4 次モーメントより、次式を介して $Q(\infty)$ の確率分布を推定した結果 (破線・ Δ : 式(75)~(77); 実線・ \bullet : 式(79)~(81)) を示している。

表-1 Manning 則と流出過程の線形性を過程した場合の確率応答特性

		$\sigma_Q(\infty)$	$\mu_{Q3}(\infty)$	$\mu_{Q4}(\infty)$
$p = 0.6$	貯留型流出モデル	0.03333	0.005009	0.004528
	Kinematic Wave モデル	0.02976	0.003858	0.003446
$p = 1.0$	貯留型流出モデル	0.02500	0.002778	0.002364
	Kinematic Wave モデル	0.02500	0.002500	0.002250

$$(\beta_{1x}, \beta_{2x}) = \left(\frac{\mu_{Q3}^2}{\sigma_Q^6}, \frac{\mu_{Q4}}{\sigma_Q^4} \right) \quad (86)$$

図に示されるように、両流出モデルともに、 p に依存することなく定常時の無次元化された流出量の確率分布が、ガンマ分布にて十分に近似されることが分かる。

4. まとめ

本研究では、降雨量（降雨強度）の確率特性が既知の条件化で、流出現象の水理学的な特性を考慮した物理モデルからの流出高の確率応答特性と、集中型定数系モデルの一つである貯留型流出モデルの確率応答特性を定常時において比較し、貯留型流出モデルのモデル・パラメータを物理的に意味付けすることを大目的として、最も一般的な形の貯留方程式を提案した星ら³⁾の貯留型流出モデルについて、降雨量が互いに独立な確率変数として流出高の1~4次モーメントを与える理論式を再度検討し、その簡略化を試みた。

今後、広い流域を対象とした物理モデルの確率応答特性の推定と本論文成果との比較検討に基づき、貯留型流出モデルのモデル・パラメータの物理的意味付けを行うことで、短期的な洪水予測、長期的な水資源量の推移予測など実務上有用な流出モデルの提案を目指す予定である。

参考文献

- 1) 藤田睦博・工藤睦信・中尾隆・橋本識秀：貯留型流出モデルの確率応答に関する研究 -降雨量が時間的に独立な確率過程の場合-，土木学会論文集，No. 515/II-31，pp.1-11，1995.
- 2) 田中岳・藤田睦博・工藤睦信・内島邦秀：Kinematic Wave モデルと貯留型流出モデルの比較 -周波数特性と確率特性-，土木学会論文集，No.614/II-46，pp.21-36，1999.
- 3) 星清・山岡勲：雨水流法と貯留関数法との相互関係，第26回水理講演会論文報告集，pp.273-278，1982.
- 4) Bras, R. L. and Georgakakos, K. P.: Real Time Nonlinear Filtering Techniques in Streamflow Forecasting -A Statistical Linearization Approach-, *Third International Symposium on Stochastic Hydraulics*, pp.95-105, 1980.
- 5) 藤田睦博：斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究，土木学会論文報告集，第314号，pp.75-86，1981.

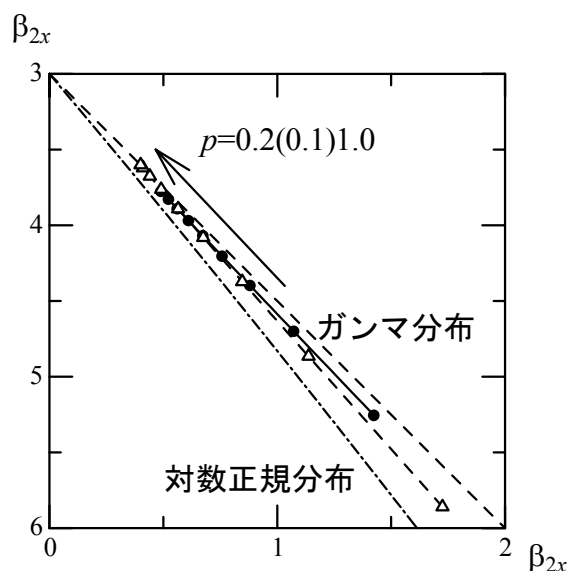


図-2 確率分布の推定