

所要流出高 q_1 は、漸化式(2.39)により任意のタイム・ステップ k における $y_1 = q_1^{p_2}$ と $y_2 = \frac{d}{dt}(q_1^{p_2})$ の値が逐次計算されるので、式(2.24)を用いて次のように求められる。

$$q_1 = y_1^{1/p_2} \quad (2.46)$$

2.4 2段目タンクの数値解法

地下水流出成分の未知定数は k_{21} と k_{22} の2つとなる。これらの定数は、以下の方法により算出される。貯留関数による地下水流出成分を表す式(2.5)と式(2.6)は、以下のように変形される。

$$\frac{ds_2}{dt} = k_{21} \frac{dq_2}{dt} + k_{22} \frac{d^2q_2}{dt^2} = f_1 - q_2 \quad (2.47)$$

すなわち、

$$\frac{d^2q_2}{dt^2} + c'_1 \frac{dq_2}{dt} + c'_0 q_2 = c'_0 f_1 \quad (2.48)$$

ここに、

$$c'_1 = \frac{k_{21}}{k_{22}}, \quad c'_0 = \frac{1}{k_{22}} \quad (2.49)$$

フィルター成分分離法による線形方程式(2.8)と貯留関数法による線形方程式(2.48)は同じ表現になっており、全流出量 q が浸透供給量 f_1 に置き換わっているだけである。

2式の間係数を調べるために、式(2.48)に式(2.3)を代入すると、式(2.50)が得られる。

$$\frac{d^2q_2}{dt^2} + c'_1 \frac{dq_2}{dt} + c'_0(1 + k_{13})q_2 = c'_0 k_{13} q_1 \quad (2.50)$$

式(2.50)の定数項部分に式(2.49)の関係式を代入すると、以下の式が得られる。

$$c'_0(1 + k_{13}) = \frac{1 + k_{13}}{k_{22}}, \quad c'_0 k_{13} = \frac{k_{13}}{k_{22}} \quad (2.51)$$

既往洪水の解析結果によれば、 $k_{22} \gg 1$ であることから、 $1/k_{22} \approx 0$ とみなすことができる。したがって、近似的に次式が成り立つと考えられる。

$$c'_0(1+k_{13}) \approx c'_0 k_{13} \quad (2.52)$$

以上の仮定のもとに、式(2.8)と式(2.50)が等価であるとするとき、定数間に次の関係式が成立する。

$$\begin{cases} c'_1 = c_1 \\ c'_0(1+k_{13}) \approx c'_0 k_{13} = c_0 \end{cases} \quad (2.53)$$

式(2.49)を式(2.53)に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{k_{21}}{k_{22}} = c_1, \quad \frac{k_{13}}{k_{22}} = c_0 \quad (2.54)$$

上式より、モデル定数は式(2.55)で求められる。

$$k_{21} = c_1 k_{22}, \quad k_{22} = k_{13} / c_0 \quad (2.55)$$

したがって、流出成分の分離法に用いた式(2.9)に示される定数 c_0 と c_1 を 2 段目タンクの貯留係数 k_{21} と k_{22} の決定に利用することができる。

さらに、 k_{21} と k_{22} を用いた 2 段目のタンクの解法にあたっては、式(2.5)と式(2.6)に関して次の変数変換を行う。

$$y_3 = q_2, \quad y_4 = \frac{dq_2}{dt} \quad (2.56)$$

この時、式(2.48)は以下のように表現される。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c'_0 & -c'_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ c'_0 f_1 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

式(2.57)は式(2.10)と同一の式形になることから、その数値解法も同一に行うことができる。

したがって、図 2.2 に示される 2 段タンク型の非線形貯留関数モデルを想定する場合、未知定数 $c_{11}, c_{12}, c_{13}, k_{21}, k_{22}$ の 5 個のうち、最適化が必要となるのは、 c_{11}, c_{12}, c_{13} の 3 個だけとなり、モデル定数の最適化は大幅に容易となる。